ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXII, Disp. 1ª, 1886-87

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI

DELLE DUE CLASSI

VOLUME VIGESIMOSECONDO

1886-87

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1886-87

ELENCO DEGLI ACCADEMICI

RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI, STRANIERI E CORRISPONDENTI

al 1° Gennaio 1887

PRESIDENTE

Genocchi (Angelo), Senatore del Regno, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino. Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Comm. ✱, Uffiz. ⊜; ✠.

VICE-PRESIDENTE

Fabretti (Ariodante), Professore di Archeologia greco-romana nella Regia Università, Direttore del Museo di Antichità, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Membro effettivo delle RR. Deputazioni di Storia patria della Emilia, della Toscana, delle Marche e dell'Umbria, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Membro corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia di Archeologia, Letteratura e Belle Arti di Napoli, della R. Accademia della Crusca, dell'Accademia Lucchese di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia de la Historia di Madrid, e dell'Imp. Istituto Archeologico Germanico, Professore Onorario dell'Università di Perugia, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Uffiz. ✱, Comm. ⊜; ✠, Cav. della Leg. d'O. di Francia, e C. O. R. del Brasile.

TESORIERE

Manno (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Commissario di S. M. per gli affari araldici, Comm. ✱, e ⊜.

Curioni (Giovanni), Professore di Costruzioni e Vice-Direttore della R. Scuola d'Applicazione degli Ingegneri, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Lucca, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Palermo, Comm. ✱, e Gr. Uffiz. ⊜.

Siacci (Francesco), Deputato al Parlamento nazionale, Maggiore nell'Arma d'Artiglieria, Professore di Meccanica superiore nella R. Università di Torino, e di Matematiche applicate nella Scuola d'Applicazione delle Armi di Artiglieria e Genio, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, ✱, Uffiz. ⊜.

Bellardi (Luigi), Corrispondente estero della Società geologica di Londra e Socio di parecchi Istituti Scientifici nazionali ed esteri.

Basso (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche e matematiche, Prof. di Fisica matematica nella R. Università di Torino, ⊜.

D'Ovidio (Dott. Enrico), Professore ordinario d'Algebra e Geometria analitica, incaricato di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio dell'Accademia Pontaniana, ecc., ✱, Comm. ⊜.

Bizzozero (Giulio), Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ecc., ✱, ⊜.

Ferraris (Galileo), Ingegnere, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di

Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'Accademia imp. tedesca Leopold. Carol. dei Naturalisti, Professore di Fisica tecnica nel R. Museo Industriale Italiano, e di Fisica nella R. Scuola di Guerra, Uffiz. ✠; ⊜, Comm. dell'O. di Franc. Gius. d'Austria.

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Socio corrispondente dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, ⊜.

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio Superiore dell' Istruzione Pubblica, Socio nazionale della R. Accademia de' Lincei, della R. Accademia di Medicina di Torino, e Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ✠, ⊜.

Spezia (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia, e Direttore del Museo mineralogico della R. Università di Torino, ⊜.

Gibelli (Giuseppe), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Botanica e Direttore dell'Orto botanico della R. Università di Torino, ⊜.

Accademici Nazionali non residenti

S. E. Menabrea (Conte Luigi Federigo), Marchese di Val Dora, Senatore del Regno, Professore emerito di Costruzioni nella Regia Università di Torino, Luogotenente Generale, Ambasciatore di S. M. a Parigi, Primo Aiutante di campo Generale Onorario di S. M., Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Membro Onorario del Regio Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ecc.; C. O. S. SS. N., Gr. Cord. e Cons. ✠, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cr. ✠, ⊜, dec. della Med. d'oro al Valor Militare e della Medaglia d'oro Mauriziana, Gr. Cr. dell'O. Supr. del Serafino di Svezia, dell'O. di Sant'Alessandro Newski di Russia, di Dannebrog di Danim., Gr. Cr. dell'O. di Torre e Spada di

Portogallo, dell'O. del Leone Neerlandese, di Leop. del Belg. (Categ. Militare), della Probità di Sassonia, della Corona di Wurtemberg, e di Carlo III di Sp., Gr. Cr. dell'O. di S. Stefano d'Ungheria, dell'O. di Leopoldo d'Austria, di quelli della Fedeltà e del Leone di Zöhringen di Baden, Gr. Cr. dell'Ord. del Salvatore di Grecia, G. Cr. dell'Ordine di S. Marino, Gr. Cr. degli Ordini del Nisham *Ahid* e del Nisham *Iftigar* di Tunisi, Comm. dell'Ordine della Leg. d'On. di Francia, di Cristo di Portogallo, del Merito di Sassonia, di S. Giuseppe di Toscana, Dottore in Leggi, *honoris causa*, delle Università di Cambridge e di Oxford, ecc. ecc.

Brioschi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. d'Idraulica, e Direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Geometria), e delle Reali Accademie delle Scienze di Berlino, di Gottinga, ecc., Presidente della R. Accademia dei Lincei, Membro delle Società Matematiche di Londra e di Parigi, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della Reale Accademia delle Scienze di Napoli, dell'Accademia delle Scienze di Bologna, ecc., Gr. Uffiz. ✻, ⊜; ✠, Comm. dell'O. di Cr. di Port.

Govi (Gilberto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Napoli, Membro del Comitato internazionale dei Pesi e delle Misure, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze e dell'Accademia Pontaniana di Napoli, della R. Accademia d'Agricoltura di Torino, Uffiz. ✻; ✠, Comm. ⊜, e della L. d'O. di Francia.

Moleschott (Jacopo), Senatore del Regno, Membro del Consiglio Superiore dell'Istruzione Pubblica, Professore di Fisiologia nella R. Università di Roma, Professore Onorario della Facoltà Medico-Chirurgica della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio corrispondente delle Società per le Scienze mediche e naturali a Hoorn, Utrecht, Amsterdam, Batavia, Magonza, Lipsia, Cherbourg, degli Istituti di

Milano, Modena, Venezia, Bologna, delle Accademie Medico-Chirurgiche in Ferrara e Perugia, della Società epidemiologica di Londra, Socio Onorario della *Medicorum Societas Bohemicorum* a Praga, della *Société médicale allemande* a Parigi, della Società dei Naturalisti in Modena, dell'Accademia Fisio-medico-statistica di Milano, della *Pathological Society* di S. Louis, della *Sociedad antropolojica Española* a Madrid, della Società di Medici Russi a Pietroburgo, Socio dell'Accademia Veterinaria Italiana, del Comitato Medico-Veterinario Toscano, della *Société Royale des Sciences Médicales et Naturelles de Bruxelles*, Socio straniero della Società Olandese delle Scienze a Harlem, e della R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti del Belgio, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Socio fondatore della Società Italiana d'Antropologia e di Etnologia in Firenze, Membro ordinario dell'Accademia Medica di Roma, Comm. ✻ e Grand. Uffiz. ⊜, Comm. dell'Ordine di Casa Mecklenburg, e Cav. del Leone Neerlandese.

CANNIZZARO (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✻, Uffiz. ⊜; ✠.

BETTI (Enrico), Professore di Fisica matematica nella R. Università di Pisa, Direttore della Scuola Normale Superiore, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✻, Gr. Uffiz. ⊜; ✠.

SCACCHI (Arcangelo), Senatore del Regno, Professore di Mineralogia nella R. Università di Napoli, Presidente della Società Italiana delle Scienze detta dei XL, Presidente del Reale Istituto di Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Segretario della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✻, Gr. Uffiz. ⊜; ✠.

BALLADA DI S. ROBERT (Conte Paolo), Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei.

Schiaparelli (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroborgo, di Stockolma, di Upsala, della Società de' Naturalisti di Mosca, e della Società Astronomica di Londra, Comm. ✠; ⊜, ☼, Comm. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Accademici Stranieri

Helmholtz (Ermanno Luigi Ferdinando), Professore nella Università di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Fisica generale).

Dana (Giacomo), Professore di Storia naturale a New-Haven, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Anatomia e Zoologia).

Hofmann (Guglielmo Augusto), Prof. di Chimica, Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, della Società Reale di Londra, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Chimica).

Chevreul (Michele Eugenio), Membro dell'Istituto di Francia, Gr. C. della L. d'O. di Francia, ecc.

Hermite (Carlo), Membro dell'Istituto di Francia, Uffiz. della L. d'O. di Francia, ecc.

Joule (James Prescott), della Società Reale di Londra.

Weierstrass (Carlo), Professore di Matematica nell'Università di Berlino.

Thomson (Guglielmo), Socio Straniero dell'Istituto di Francia, Professore di Filosofia naturale nell' Università di Glasgow.

Gegenbaur (Carlo), della R. Accademia Bavarese delle Scienze, Professore di Anatomia nell' Università di Heidelberg.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI MATEMATICA PURA E ASTRONOMIA

De Gasparis (Annibale), Professore d'Astronomia nella R. Università di . . . . *Napoli*

Tardy (Placido), Professore emerito della Regia Università di . . . . *Genova*

Boncompagni (D. Baldassarre), dei Principi di Piombino . . . . *Roma*

Cremona (Luigi), Professore di Matematiche superiori nella R. Università di . . . . . . *Roma*

Cantor (Maurizio), Professore di Matematica nell' Università di . . . . *Heidelberg*

Schwarz (Ermanno A.), Professore di Matematica nell' Università di . . . . *Gottinga*

Klein (Felice), Professore di Matematica nell' Università di . . . . *Gottinga*

Fergola (Emanuele), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Napoli*

Beltrami (Eugenio), Professore di Fisica matematica e di Meccanica superiore nella R. Università di . . . . *Pavia*

Casorati (Felice), Professore di Calcolo infinitesimale e di Analisi superiore nella R. Università di *Pavia*

Dini (Ulisse), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Pisa*

Tacchini (Pietro), Direttore dell' Osservatorio del Collegio Romano . . . . *Roma*

Battaglini (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

Catalan (Eugenio), Professore emerito della Università di . . . . *Liegi*

SEZIONE

DI MATEMATICA APPLICATA

E SCIENZA DELL'INGEGNERE CIVILE E MILITARE

Colladon (Daniele), Professore di Meccanica . *Ginevra*

Liagre (J. B.), Segretario Perpetuo della R. Accademia delle Scienze del Belgio; alla Scuola militare, *à la Cambre* . . . . *Ixelles* (Bruxelles)

Turazza (Domenico), Professore di Meccanica razionale nella R. Università di . . . . . . *Padova*

Narducci (Enrico), Bibliotecario della Biblioteca Alessandrina di . . . . *Roma*

Pisati (Giuseppe), Professore di Fisica tecnica nella Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in . . *Roma*

Sang (Edoardo), Socio e Segretario della Società di Scienze ed Arti di . . . . *Edimborgo*

Clausius (Rodolfo), Professore nell'Università di *Bonn*

Fasella (Felice), Direttore della Scuola navale superiore di . . . . *Genova*

SEZIONE

DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

Weber (Guglielmo), della Società Reale delle Scienze di . . . . *Gottinga*

Fechner (Gustavo Teodoro) . . . . . *Lipsia*

Wartmann (Elia), Prof. nell'Università di . *Ginevra*

Blaserna (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Roma*

Kohlrausch (Federico), Professore nell' Università di . . . . *Würtzburg*

Cornu (Maria Alfredo), dell' Istituto di Francia *Parigi*

Felici (Riccardo), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Pisa*

Villari (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . *Bologna*

Roiti (Antonio), Professore nell' Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di . *Firenze*

Wiedemann (Gustavo), Prof. nella Università di *Lipsia*

Righi (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Padova*

Kirchhoff (Gustavo Roberto), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

SEZIONE

DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

Bonjean (Giuseppe) . . . . *Chambéry*

Plantamour (Filippo), Professore di Chimica . *Ginevra*

Will (Enrico), Professore di Chimica . . . *Giessen*

Bunsen (Roberto Guglielmo), Professore di Chimica . . . . *Heidelberg*

Marignac (Giovanni Carlo), Professore di Chimica *Ginevra*

Péligot (Eugenio Melchiorre), dell' Istituto di Francia . . . . *Parigi*

Berthelot (Marcellino), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Paternò (Emanuele), Professore di Chimica nella R. Università di . . . . *Palermo*

Körner (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

Friedel (Carlo), dell' Istituto di Francia . *Parigi*

Fresenius (Carlo Remigio), Professore a *Wiesbaden*

Stas (Giov. Servais), della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti del Belgio . . . . *Brusselle*

Baeyer (Adolfo von) . . . . *Monaco* (Baviera)

Kekule (Augusto), Professore di Chimica nell' Università di . . . . *Bonn*

Williamson (Alessandro Guglielmo), della Reale Società di . . . . *Londra*

Thomsen (Giulio), Professore di Chimica nell' Università di . . . . *Copenaghen*

SEZIONE

DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

Meneghini (Giuseppe), Professore di Geologia, ecc. nella R. Università di . . . . . . *Pisa*

Studer (Bernardo), Professore di Geologia . . *Berna*

Konink (Lorenzo Guglielmo di) . . . . *Liegi*

De Zigno (Achille), Uno dei XL della Società italiana delle Scienze . . . . *Padova*

Favre (Alfonso), Professore di Geologia . . *Ginevra*

Kokscharow (Nicola di), dell'Accademia Imperiale delle Scienze di . . . . *Pietroborgo*

Ramsay (Andrea), della Società Reale di . . *Londra*

Strüver (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . *Roma*

Rosenbusch (Enrico), Professore di Petrografia nell'Università di . . . . *Strasborgo*

Nordenskiöld (Adolfo Enrico), della R. Accademia delle Scienze di . . . . *Stoccolma*

Daubrée (Gabriele Augusto), dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Nazionale delle Miniere . . . . *Parigi*

Zirkel (Ferdinando), Professore di Petrografia a . . . . *Lipsia*

Des Cloizeaux (Alfredo Luigi Oliviero Legrand), dell'Istituto di Francia . . . . *Parigi*

Capellini (Giovanni), Professore nella R. Università di . . . . *Bologna*

Stoppani (Antonio), Professore di Geologia e Geografia fisica nel R. Istituto tecnico superiore di *Milano*

Tschermak (Gustavo), Professore di Mineralogia e Petrografia nell'Università di . . . . *Vienna*

Arzruni (Andrea), Professore di Mineralogia nell'Istituto tecnico superiore (technische Hochschule) *Aachen* (Aix-la-Chapelle)

Mallard (Ernesto), Professore di Mineralogia alla Scuola nazionale delle Miniere di Francia . *Parigi*

SEZIONE
DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

Trévisan de Saint-Léon (Conte Vittore), Corrispondente del R. Istituto Lombardo . . . . *Milano*

Candolle (Alfonso De), Professore di Botanica . *Ginevra*

Gennari (Patrizio), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Cagliari*

Tulasne (Luigi Renato), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Caruel (Teodoro), Professore di Botanica nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . *Firenze*

Ardissone (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola Superiore d'Agricoltura in . . . *Milano*

Saccardo (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Padova*

Hooker (Giuseppe Dalton), Direttore del Giardino Reale di Kew . . . . *Londra*

Sachs (Giulio von), Prof. nell'Università di . *Würzburg*

Naegli (Carlo), Prof. nell'Università di . *Monaco* (Baviera)

Delpino (Federico), Prof. nella R. Università di *Padova*

SEZIONE

DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

De Selys Longchamps (Edmondo) . . . . *Liegi*

Burmeister (Ermanno), Direttore del Museo pubblico di . . . . *Buenos Aires*

Philippi (Rodolfo Armando) . . . . . . *Santiago* (Chilì)

Owen (Riccardo), Direttore delle Collezioni di Storia naturale al *British Museum* . . . *Londra*

Koelliker (Alberto), Professore di Anatomia e Fisiologia . . . . *Würtzburg*

De-Siebold (Carlo Teodoro), Professore di Zoologia e Anatomia comparata nell'Università di . *Monaco* (Baviera)

Golgi (Camillo), Professore di Istologia, ecc. nella R. Università di . . . . *Pavia*

Haeckel (Ernesto), Professore nell'Università di . . . . *Jena*

Sclater (Filippo Lutley), Segretario della Società Zoologica di . . . . *Londra*

Fatio (Vittore), Dottore . . . . *Ginevra*

Kowalewski (Alessandro), Professore di Zoologia nell'Università di . . . . *Odessa*

Ludwig (Carlo), Professore di Fisiologia nell'Università di . . . . *Lipsia*

Brücke (Ernesto), Professore di Fisiologia e Anatomia nell'Università di . . . . *Vienna*

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

Peyron (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino. Comm. ✻.

Segretario Perpetuo

Gorresio (Gaspare), Senatore del Regno, Prefetto della Biblioteca Nazionale, già Professore di Letteratura orientale nella R. Università di Torino, Membro dell'Istituto di Francia, Socio nazionale della R. Accademia de' Lincei, Socio corrispondente della Reale Accademia della Crusca, e della R. Accademia di Scienze e Lettere di Palermo, ecc., Membro Onorario della Reale Società Asiatica di Londra, della Società accademica *Indo-Cinese* di Parigi, Vice-Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ✻, Gr. Uffiz. ⊜; ✠, Comm. dell'O. di Guadal. del Mess., e dell'O. della Rosa del Brasile, Uffiz. della L. d'O. di Francia, ecc.

Accademici residenti

Gorresio (Gaspare), *predetto.*
Fabretti (Ariodante), *predetto.*
Peyron (Bernardino), *predetto.*

Vallauri (Tommaso), Senatore del Regno, Professore di Letteratura latina nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio Superiore dell'Istruzione pubblica, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, e dell'Accademia Romana di Archeologia, Comm. ✻, e Gr. Uffiz. ⊜, Cav. dell'Ordine di S. Gregorio Magno.

Flechia (Giovanni), Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine e di Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia de'Lincei, Uffiz. ✻, Comm. ⊜; ✠.

Claretta (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro della Società di Archeologia e Belle Arti e della Giunta conservatrice dei monumenti d'Antichità e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ✻ e ⊜.

Promis (Vincenzo), Dottore in Leggi, Bibliotecario e Conservatore del Medagliere di S. M., Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, R. Ispettore dei monumenti, Membro e Segretario della Società d'Archeologia e Belle Arti di Torino, ✻, Comm. ⊜, Gr. Uffiz. dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria, Comm. dell'O. di S. Michele di Baviera e della Corona di Rumenia.

Rossi (Francesco), Adiutore al Museo d'Antichità, Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Membro ordinario dell'Accademia orientale di Firenze, ⊜.

Manno (Barone D. Antonio), *predetto.*

Bollati di Saint-Pierre (Barone Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Soprintendente agli Archivi piemontesi e Direttore dell'Archivio di Stato in Torino, Consigliere d'Amministrazione presso il R. Economato generale delle Antiche Provincie, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio corrispondente della So-

cietà Ligure di Storia Patria, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna, della Società per la Storia di Sicilia, ecc., Uffiz. ✠, ⊜.

SCHIAPARELLI (Luigi). Dottore aggregato, Professore di Storia antica, Direttore della Scuola di Magistero e Preside della Facoltà di Lettere e Filosofia nella R. Università di Torino, Membro del Collegio degli Esaminatori, Uffiz. , Comm. ⊜.

PEZZI (Domenico), Dottore aggregato e Professore straordinario nella Facoltà di Lettere e Filosofia della R. Università di Torino, ⊜.

FERRERO (Ermanno). Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia nella R. Università di Torino, Professore nell'Accademia Militare, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, e della Società d'Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna, e dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico, fregiato della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Rep. di S. Marino, ⊜.

CARLE (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Leggi, Professore della Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ⊜.

NANI (Cesare), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, ⊜.

BERTI (Domenico), Deputato al Parlamento nazionale, Professore emerito delle R. Università di Torino, Bologna e di Roma, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro delle R. Deputazioni di Storia patria del Piemonte e dell'Emilia, Gr. Uffiz. ✠, Gr. Cord. ⊜; ⚜, Gr. Cord. della Legion d'O. di Francia, e dell'Ordine di Leopoldo del Belgio.

Accademici Nazionali non residenti

Carutti di Cantogno (Barone Domenico). Consigliere di Stato, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio e Segretario della R. Accademia dei Lincei, Socio straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, della R. Accademia Lucchese, del R. Istituto Veneto, della Pontaniana di Napoli, Socio onorario della R. Società Romana di Storia patria, dell'Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti di Bergamo, ecc., Corrispondente delle R. Deputazioni di Storia patria Veneta e Toscana, Membro del Consiglio degli Archivi, e del Contenzioso Diplomatico, Gr. Uffiz. ✱, Gr. Uffiz. ⊜, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Sp. e di S. Mar., Gr. Uffiz. dell'O. di Leop. del B., dell'O. del Sole e del Leone di Persia, e del Mejidié di 2ª cl. di Turchia, Gr. Comm. dell' Ord. del Salv. di Gr., ecc.

Amari (Michele). Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Palermo e del R. Istituto di studi superiori di Firenze; Dottore in Filosofia e Lettere delle Università di Leida, di Tubinga e di Strasburgo; Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei in Roma, Socio ordinario delle RR. Accademie delle Scienze in Monaco di Baviera e in Copenhagen; Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze in Palermo, della Crusca, dell'Istituto Veneto, della Società Colombaria in Firenze, della R. Accademia d'Archeologia in Napoli, delle Accademie di Scienze, Lettere ed Arti in Lucca e in Modena, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie Parmensi, di quella per le Provincie Toscane, dell'Umbria e delle Marche, delle Accademie Imperiali di Pietroburgo e di Vienna, dell'Ateneo Veneto, dell'Ateneo orientale in Parigi e dell'Istituto Egiziano in

Alessandria; Socio onorario della R. Società Asiatica di Londra, della Società orientale di Germania, della Società letteraria e storica di Sioux city Jowa (America), della Società geografica italiana, delle Accademie di Padova e di Gottinga; Presidente onorario della Società Siciliana di Storia patria, Socio della Romana, Socio onorario della Ligure, della Veneta e della Società storica di Utrecht; Gr. Cord. ✠, e Gr. Croce ⊜, Cav. e Cons. ✠, Cav. dell'Ord. Brasiliano della Rosa e dell'Ordine *pour le mérite* di Prussia.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella R. Università di Torino, ✠.

Ricci (Marchese Matteo), Socio residente della Reale Accademia della Crusca, Uffiz. ✠.

Minervini (Giulio), Bibliotecario e Professore Onorario della Regia Università di Napoli, Segretario generale perpetuo dell'Accademia Pontaniana, Socio ordinario della Società R. di Napoli, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della Commissione dei Testi di Lingua, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), della R. Accademia delle Scienze di Berlino, ecc., Uffiz. ✠, e Comm. ⊜, Cav. della L. d'O. di Francia, dell'Aquila Rossa di Prussia, di S. Michele del Merito di Baviera, ecc.

De Rossi (Comm. Giovanni Battista), Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), e della R. Accademia delle Scienze di Berlino e di altre Accademie, Presidente della Pontificia Accademia Romana d'Archeologia.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore, Consigliere della Corte di Cassazione di Roma e del Consiglio del Contenzioso diplomatico, Uffiz. ✠, e Gr. Uffiz. ⊜, Comm. dell'Ordine di Carlo III di Spagna.

Cantù (Cesare), Membro del R. Istituto Lombardo e di quello di Francia, e di molte Accademie, Direttore dell'Archivio di Stato di Milano, e Soprantendente degli Archivi Lombardi, Gr. Uffiz. ✠ e Comm. ⊜, Cav. e Cons. ✠, Comm. dell'O. di C. di Port.,

Gr. Uffiz. dell'O. della Guadalupa, ecc., Officiale della Pubblica Istruzione e della L. d'O. di Francia, ecc.

Tosti (D. Luigi). Abate Benedettino Cassinese, Socio ordinario della Società Reale delle Scienze di Napoli, Soprantendente generale dei monumenti sacri del Regno d'Italia, Vice-Archivista della S. Sede.

Accademici Stranieri

Mommsen (Teodoro). Professore di Archeologia nella Regia Università e Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Müller (Massimiliano). Professore di Letteratura straniera nell'Università di Oxford. Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Bancroft (Giorgio). Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche).

De Witte (Barone Giovanni Giuseppe Antonio Maria), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Gregorovius (Ferdinando). Membro della R. Accademia Bavarese delle Scienze in Monaco.

Meyer (Paolo). Professore delle lingue e letterature dell'Europa meridionale nel Collegio di Francia, Direttore dell'*Ecole des Chartes*, Cav. della L. d'O. di Francia.

Reumont (Alfredo von), Ministro plenipotenziario, Consigliere di S. M. Prussiana.

Whitney (Guglielmo), Professore nel Collegio Yale (New-Haven).

CORRISPONDENTI

I. — SCIENZE FILOSOFICHE.

Rendu (Eugenio) . . . . *Parigi*

Bonatelli (Francesco), Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di . . . . . . *Padova*

Ferri (Luigi), Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di . . . . *Roma*

Bonghi (Ruggero), Prof. emerito della R. Università di . . . . *Roma*

II. — SCIENZE GIURIDICHE E SOCIALI.

Lampertico (Fedele), Senatore del Regno . *Roma*

Serafini (Filippo), Professore di Diritto romano nella R. Università di . . . . *Pisa*

Serpa Pimentel (Antonio di), Consigliere di Stato . . . . *Lisbona*

Rodriguez de Berlanga (Manuel) . . . *Malaga*

Schupfer (Francesco), Prof. nella R. Università di . . . . *Roma*

Cossa (Luigi), Prof. nella R. Università di . *Pavia*

III. — SCIENZE STORICHE.

Michel (Francesco) . . . . *Bordeaux*

Krone (Giulio) . . . . *Vienna*

Sanguinetti (Abate Angelo), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . *Genova*

Champollion-Figeac (Amato) . . . . . *Parigi*

Adriani (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . . *Cherasco*

Daguet (Alessandro) . . . . *Neuchâtel* (Svizzera)

Perrens (Francesco) . . . . *Parigi*

Campori (Marchese Giuseppe), Presidente della R. Accademia di Scienze, Lettere, Arti in . . *Modena*

Haulleville (Prospero De) . . . . *Brusselle*

Villari (Pasquale), Professore nell' Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*

Giesebrecht (Guglielmo), dell'Accademia bavarese delle Scienze in . . . . *Monaco*

De Leva (Giuseppe), Professore di Storia moderna nella R. Università di . . . . . . *Padova*

Sybel (Enrico Carlo Ludolfo von), Direttore dell'Archivio di Stato in . . . . *Berlino*

Wallon (Alessandro), Segretario perpetuo dell' Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) . . . . *Parigi*

Taine (Ippolito), dell' Istituto di Francia . *Parigi*

Riant (Conte Paolo), dell' Istituto di Francia *Parigi*

Willems (Pietro), dell' Università di . . . *Lovanio*

Birch (Walter de Gray), del Museo Britannico di . . . . *Londra*

IV. — ARCHEOLOGIA.

Henzen (Guglielmo) . . . . *Roma*

Wieseler (Federico) . . . . *Gottinga*

Palma di Cesnola (Conte Luigi) . . . . *New-York*

Gozzadini (Giovanni), Senatore del Regno . *Bologna*

Rawlinson (Giorgio), Professore nella Università di . . . . *Oxford*

Fiorelli (Giuseppe), Senatore del Regno . *Roma*

Curtius (Ernesto), Professore nell' Università di . . . . *Berlino*

Maspero (Gastone), dell'Istituto di Francia a *Parigi*

Lattes (Elia), Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di . . . . *Milano*

V. — GEOGRAFIA.

Negri (Barone Cristoforo), Console generale di prima Classe, Consultore legale del Ministero per gli affari esteri . . . . *Torino*

Kiepert (Enrico), Professore nell'Università di *Berlino*

Pigorini (Luigi), Professore di Paleoetnologia nella Regia Università di . . . . *Roma*

VI. — LINGUISTICA E FILOLOGIA ORIENTALE.

Krehl (Ludolfo) . . . . *Dresda*

Rénan (Ernesto), dell' Istituto di Francia . *Parigi*

Sourindro Mohun Tagore . . . . *Calcutta*

Ascoli (Isaia Graziadio), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di . . . . . . *Milano*

Weber (Alberto), Professore nell'Università di *Berlino*

Kerbaker (Michele), Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Università di . . . . *Napoli*

Marre (Aristide) Membro della Società Asiatica *Parigi*

VII. — FILOLOGIA, STORIA LETTERARIA E BIBLIOGRAFIA.

Franceschi-Ferrucci (Catterina), Corrispondente della R. Accademia della Crusca . . . *Firenze*

Linati (Conte Filippo), Senatore del Regno . *Parma*

Comparetti (Domenico), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*

Bréal (Michele) . . . . *Parigi*

Negroni (Carlo), della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria . . . . *Novara*

D'Ancona (Alessandro), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

Nigra (S. E. il Conte Costantino), Ambasciatore dell' Italia . . . . *Vienna*

Raina (Rio), Prof. nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento a . . . *Firenze*

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico
dal 1° *Gennaio* 1886 *al* 1° *Gennaio* 1887

ELEZIONI

SOCI

Whitney (Guglielmo), eletto Socio Straniero della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche il 31 Gennaio 1886.

Nigra (Costantino), eletto Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia) il 14 Marzo 1886.

Bonghi (Ruggero), id. id. id. (Sezione di Scienze filosofiche).

Schupfer (Francesco), id. id. id. (Sezione di Scienze giuridiche).

Cossa (Luigi), eletto Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze giuridiche).

Lattes (Elia), id. id. id. (Sezione d'Archeologia).

Rajna (Pio), id. id. id. (Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia).

Willems (Pietro), id. id. id. (Sezione di Scienze Storiche).

Birch (Walter de Grais), id. id. id. (Sezione di Scienze storiche).

Manno (Antonio), rieletto Tesoriere dell'Accademia il 21 e approvato con Decreto Reale del 31 Marzo 1886

Peyron (Bernardino), rieletto Direttore della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche il 21 Novembre, e approvato con Decreto Reale del 12 Dicembre 1886.

MORTI.

... Gennaio 1886.

Birch (Samuele), Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filosofiche (Sezione di Archeologia).

6 Febbraio 1886.

Bianchi (Nicomede), Socio Nazionale residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

14 Febbraio 1886.

Jamin (Giulio Celestino), Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale).

23 Maggio 1886.

Ranke (Leopoldo), Socio Straniero della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

20 Luglio 1886.

Jourdain (Carlo), Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze filosofiche).

19 Agostó 1886.

Dorna (Alessandro), Socio Nazionale residente della Classse di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

18 Ottobre 1886.

Silorata (P. B.), Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia).

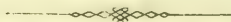
18 Novembre 1886.

De Cigalla (Conte Giuseppe), Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata).

30 Dicembre 1886.

Boissieu (G. G. M. Alf. De), Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Archeologia).

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Dispensa 1ª

1886-87.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 14 Novembre 1886

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Fabretti, Cossa, Sobrero, Segretario della Classe, Lessona, Salvadori, Bruno, Berruti, Curioni, Siacci, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia, Gibelli.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, il Presidente inaugura i lavori della Classe, anno accademico 1886-87, ricordando con parole di rammarico l'improvvisa morte del Socio Alessandro Dorna, Direttore dell'Osservatorio astronomico di Torino, avvenuta il 19 Agosto p. p., ed invita il Socio Siacci a redigerne il discorso commemorativo.

Vengono presentati in dono all'Accademia, a nome dei rispettivi autori:

dal Socio Fabretti; — *Rapport géologique sur les gisements aurifères de la Société des placers aurifères du Piémont*, par M. Clement, *Ingenieur*.

dal Socio Cossa; — *Materias explosivas*, por Federico M. Carulla.

dal Socio Sobrero; — *Expériences sur la conductibilité électrique des gaz et des vapeurs*, del Prof. G. Luvini, e, ad

istanza di quest'ultimo, anche *una breve notizia sopra un Anemoscopio*, del R. P. Dechevrens, Direttore dell'Osservatorio di Zi-ka-wei presso Chang-Hai in China.

Tra gli omaggi inviati all'Accademia si nota pure la seconda edizione del libro: *Teorica e pratica del Regolo Calcolatore* per Quintino Sella, inviata in dono dalla famiglia dell'illustre autore.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

Ing. Giulio Emery; — *Sulla condizione di reciprocità e sui casi di intensità fra curve rappresentanti una distribuzione continua di forze parallele e curve funicolari corrispondenti, con particolare disquisizione sulle elissoidi;* lavoro presentato dal Socio D'Ovidio;

Dott. Francesco Porro; — *Osservazioni delle comete Finlay e Barnard-Hartwig, fatte all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio di Torino;* lavoro presentato dal Socio Siacci;

Prof. N. Jadanza; — *Influenza degli errori strumentali del teodolite sulla misura degli angoli orizzontali;*

Prof. G. Vicentini; — *Sulla variazione di volume di alcuni metalli nell'atto della fusione, e sulla dilatazione termica degli stessi allo stato liquido;*

Dott. A. Battelli; — *Sull'effetto Thomson.*

I tre lavori suindicati sono presentati dal Socio Naccari.

Vien presentato per l'inserzione nei Volumi delle Memorie uno Studio zoologico e anatomico del Signor Dott. Daniele Rosa, intitolato: *Criodrilus lacuum.* Il lavoro del Dott. Rosa viene affidato all'esame d'una Commissione speciale.

La Classe, raccoltasi in seduta segreta, elegge il Socio Prof. Galileo Ferraris, in sostituzione del compianto Prof. Dorna, quale rappresentante dell'Accademia nel Consiglio di perfezionamento della R. Scuola di Applicazione per gli Ingegneri in Torino.

LETTURE

Osservazioni delle Comete Finlay e Barnard-Hartwig fatte all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio di Torino, dall'Astronomo aggiunto Dott. FRANCESCO PORRO.

Nella nota sulle osservazioni di Comete, che feci la scorsa primavera (1), io accennava alla mia intenzione di intraprendere uno studio regolare del nuovo equatoriale di Merz e del micrometro filare annesso (2). Non è certamente questo il luogo di esporre i tentativi da me ripetuti nei mesi successivi a tale intento, e le cause per le quali siffatti tentativi rimasero infecondi. Anzichè trattenere l'Accademia con giustificazioni e con recriminazioni, amo meglio presentare qualche risultato del lavoro

(1) Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXI, adunanza del 20 giugno 1886.

(2) Questo micrometro è della forma di quelli di Fraunhofer e consta di due fili mobili fra loro paralleli, uno dei quali è governato da una vite micrometrica col tamburo diviso in cento parti. Un quadrante misura le rivoluzioni della vite, che possono essere cinquanta: il loro valore medio, da me determinato con tre serie numerose di passaggi di stelle a Sud dello zenit, in prossimità del meridiano, è uguale a 15″176. Dal costruttore Merz ho fatto aggiungere un filo fisso perpendicolare ai primi due: tanto il parallelismo di questi, quanto la perpendicolarità di quello furono da me rigorosamente verificati, e risultarono soddisfacenti. Il sistema di illuminazione dei fili, applicato da Merz, mi pare poco pratico e pericoloso, dipendendo da due piccole lampade a benzina, distanti pochi centimetri dall'oculare; non ne feci

utile che ho potuto compiere, riprendendo il micrometro circolare, del quale ho nello scritto precedente dimostrata l'applicabilità al nostro refrattore.

La prima delle due Comete che io osservai fu scoperta dal signor Finlay al Capo di Buona Speranza il 26 settembre. Annunziata telegraficamente dall'Ufficio Astronomico Centrale di Kiel (1) a tutti gli Osservatorii che con esso corrispondono, potè nella sera del 29 settembre essere veduta a Nizza ed a Roma; e le posizioni ivi determinate servirono al calcolo degli elementi primi dell'orbita parabolica, sui quali fu possibile costruire un'effemeride che guidasse nella ricerca dell'astro i giorni successivi. Anch'io in quella sera, ed in parecchie altre di tempo propizio, cercai la cometa; ma la sua posizione fra le nebbie dell'orizzonte, fortemente rischiarate dalla luce elettrica di piazza Carlo Felice (2), non mi permise di trovarla prima del 22 ottobre. Altre due osservazioni ne feci dipoi, il 29 ottobre ed il 9 novembre; questa anzi dinota una deviazione abbastanza notevole dall'ultima effemeride, dimostrando con ciò la necessità di preparare con nuove determinazioni un buon materiale ai calcoli futuri, che assicurino od escludano affatto la supposta identità della Cometa con quella di De Vico (1844) (3). È mio desiderio concorrere a questo

---

che qualche prova, della quale fui poco soddisfatto. Quanto all'illuminazione del campo, dipendente dalla lampada a petrolio fissa all'estremità dell'asse di declinazione, essa è estremamente scarsa per l'oculare di minimo ingrandimento, assolutamente insufficiente per gli altri. Il micrometro è munito di un buon circolo di posizione, diviso in quarti di grado, sul quale i due nonii (diametralmente opposti e letti da microscopii) danno i minuti d'arco. Ho determinato col dinametro di Ramsden gli ingrandimenti degli oculari annessi al micrometro, ed ottenni i numeri seguenti: 207, 263, 358, 473, 738 e 1781.

(1) Questo importante stabilimento, diretto dal prof. Krueger, riceve dagli scopritori notizia telegrafica delle più importanti scoperte astronomiche, e la trasmette con apposito cifrario a tutti gli Osservatorii che, pagando una quota annua, si mantengono in corrispondenza. Dal 24 settembre l'Osservatorio di Torino partecipa a questa utile associazione.

(2) Il disturbo enorme che produce all'Osservatorio questa luce dà una pallida idea di ciò che sarà il lavoro astronomico, allorquando l'intera città di Torino sarà illuminata elettricamente, e nella stessa Piazza Castello si accenderanno i quattro fari giganteschi eretti intorno a Palazzo Madama!

(3) L'identità della cometa Finlay con quella di De Vico è stata messa innanzi dal prof. Levis Boss, Americano, ed è discussa caldamente dagli

lavoro di osservazione, perchè l'inclemente stagione e la posizione troppo australe della Cometa ne rendono pur troppo assai rare le buone misure.

L'altra Cometa, scoperta indipendentemente dal signor Barnard a Nashville (Stati Uniti) il 5 ottobre, e dal dottor Hartwig a Bamberg il giorno successivo, è un oggetto assai più cospicuo. Un errore di cifra nel telegramma annunziante la scoperta mi impedì di verificarla nella notte successiva, avendomi fatto rivolgere il cannocchiale dalla parte opposta del cielo. Anche di questa Cometa, che si avvicina rapidamente al perielio, presento oggi tre osservazioni, colla speranza di poterne compiere altre nei mesi successivi.

Nulla è mutato al metodo delle osservazioni, che esposi sommariamente nella nota precedente. Solo nella sera del 29 ottobre, essendo presente all'osservazione il signor dottore Angelo Charrier, Assistente per l'Astronomia, questi volle gentilmente coadiuvarmi, prendendo i tempi dall'orologio, mentre io osservava. Non tutte le osservazioni si poterono fare simmetricamente rispetto al centro dell'anello; ciò fu in alcune impedito dalla distanza in declinazione fra la stella di comparazione e la cometa. Adoperai sempre l'anello doppio, e corressi di refrazione la sola osservazione 9 novembre della cometa Finlay, per la quale siffatta correzione era sensibile per la grande distanza zenitale.

Per facilitare la scelta delle stelle di comparazione, ho preparato di giorno in giorno una carta delle regioni circostanti alla Cometa, segnandovi il luogo di tutte le stelle che trovava nei

---

astronomi, senza che sinora si sia giunti ad un risultato sicuro, essendo insufficiente il numero delle osservazioni che si hanno di questo oggetto, inaccessibile ai piccoli telescopii, ed invisibile nelle latitudini boreali. La cometa De Vico del 1844, che il signor Melhop vide, il 6 settembre di quell'anno, ad occhio nudo, presso la stella β della Balena, dai calcoli di Leverrier risultò identica a quella del 1770, da quelli di Laugier e Mauvais a quella del 1585. Sarebbe stata veduta anche nel 1678 e nel 1743, ed avrebbe un periodo di circa 5 anni e mezzo. Secondo la *Cométographie* di Pingré, nel 1585 essa eguagliava Giove in grandezza, ma era meno brillante. La sua luce smorta potevasi paragonare a quella della nebulosa del Cancro; non aveva chioma, nè coda. Nell'anno 1844 invece la cometa presentava un nucleo brillante di circa 20″, una nebulosità di 5 a 6 minuti in forma di ventaglio luminoso, ed una piccola coda.

principali Cataloghi a mia disposizione. Di questi Cataloghi adoperai nelle riduzioni i seguenti:

1. Stone — *Catalogue of* 21441 *Stars, for the epoch* 1880; *from observations made at the Royal Observatory, Cape of Good Hope* (Designato con « *Stone* »).

2. Gould — *Catalogo de las Zonas Estelares — Resultados del Observatorio Nacional Argentino en Cordoba* (Designato con « *Cordoba ZC* »).

3. Yarnall — *Catalogue of Stars observed at the United States Naval Observatory* (Designato con « *Yarnall* »).

4. Weisse — *Positiones Mediæ stellarum fixarum in Zonis Regiomontanis a Besselio inter* — 15° *et* + 15° *Declinationis observatarum* (Designato con « *Weisse I* »).

5. Grant — *Catalogue of* 6415 *Stars for the epoch* 1870, *deduced from observations made at the Glascow University Observatory* (Designato con « *Glascow* »).

Risultati delle Osservazioni. — Cometa Finlay.

1886	Tempo medio di Torino	Δα (☄ − ⋆)	Δδ (☄ − ⋆)	Confronti	α apparente ☄	log p Δ	δ apparente ☄	log p Δ	⋆
Ottobre 22	6ʰ26ᵐ55ˢ	+ 1ᵐ 0ˢ,72	+ 0′34″,2	8	18ʰ18ᵐ36ˢ,07	9,407	− 26°32′21″,3	0,899	1
» 29	6 10 33	+ 0 24 ,33	+ 0 54 ,9	7	18 44 34 ,24	9,358	− 26 7 52 ,2	0,903	2
Novem. 9	5 52 34	+ 0 42 ,90	+ 14 1 ,0	5	19 29 51 ,49	9,280	− 24 43 53 ,2	0,906	6

Cometa Barnard-Hartwig.

1886	Tempo medio di Torino	Δα (☄ − ⋆)	Δδ (☄ − ⋆)	Confronti	α apparente ☄	log p Δ	δ apparente ☄	log p Δ	⋆
Ottobre 30	16ʰ32ᵐ 4ˢ	+ 2ᵐ51ˢ,60	− 2′12″,9	7	11ʰ42ᵐ42ˢ,55	9,591ₙ	+ 6° 5′17″,4	0,775	3
» 31	16 37 1	− 0 2,88	+ 7 50 ,9	4	11 46 17 ,24	9,587ₙ	+ 6 23 15 ,0	0,772	4
Novem. 8	17 36 34	− 2 11,88	− 8 6, 4	3	12 19 43 ,27	9,526ₙ	+ 9 6 15 ,9	0,744	5

Posizioni medie delle Stelle di comparazione.

*	α 1886,0	RIDUZIONE al luogo apparente	δ 1886,0	RIDUZIONE al luogo apparente	AUTORITÀ
1	$18^h 17^m 33^s,66$	$+1^s,69$	$-26°33'\ 4'',1$	$+\ 8'',6$	Yarnall 7784 (7^m,9).
2	18 44 8,22	+ 1,69	− 26 8 56,4	+ 9,3	Cordoba ZC 2438 (9^m-9,5).
3	11 39 49,93	+ 1,02	+ 6 7 46,1	− 8,8	Weisse I Hora XI, 664 (9^m).
4	11 46 19,10	+ 1,02	+ 6 15 32,8	− 8,7	Weisse I Hora XI, 771 (9^m).
5	12 21 54,16	+ 0,99	+ 9 14 31,5	− 9,2	$\frac{1}{2}$ (Weisse I Hora XII, 328 + Glascow 3175) (7^m).
6	19 29 6,29	+ 1,70	− 24 58 4,7	+ 10,5	$\frac{1}{3}$ (Stone 10580 + Yarnall 8377 + Cordoba ZC 1212) $= h_1$ Sagittarii (6^m).

NOTE

SULL'ASPETTO FISICO DELLE COMETE

---

22 *Ottobre.* — Cometa Finlay abbastanza visibile; nebulosità del diametro di circa due minuti, oblunga — Nucleo appena percettibile.

29 *Ottobre.* — Cometa Finlay oblunga — Traccia di nucleo — Deboli diramazioni verso la parte posteriore della cometa, riconosciute anche dal dottor Charrier. — Risultati non troppo concordi dei varii confronti.

30 *Ottobre.* — La Cometa Barnard-Hartwig consta di una nebulosità assai grossa (visibile anche nel cercatore), di parecchi minuti di diametro, con forte concentrazione, e traccie di coda nel senso del parallelo a un dipresso. Nucleo diffuso.

31 *Ottobre.* — Cometa Barnard-Hartwig distintamente visibile nella nebbia che copre le stelle vicine. Tratto tratto la stella di comparazione scompare durante le osservazioni.

8 *Novembre.* — Cometa Barnard-Hartwig fra le nubi. In un istante buono noto che il nucleo è perfettamente stellare. Non posso fare che tre confronti, ed attribuisco peso doppio al primo; all'ultimo l'alba è già inoltrata.

9 *Novembre.* — Cometa Finlay estremamente debole. Subito dopo il tramonto la luna, quasi piena, è già assai forte e disturba molto l'osservazione. Appulsi incerti.

Influenza degli errori strumentali del teodolite sulla misura degli angoli orizzontali, per NICODEMO JADANZA

Nei classici trattati di Astronomia di Brünnow e di Chauvenet la teoria dell'altazimut (teodolite) non è, per quanto ci sembra, trattata con tutto il rigore necessario. Ciò è tanto vero che parecchi scrittori di Geodesia che hanno seguito il medesimo procedimento ne hanno dedotto la seguente conclusione: *La media delle misure coniugate di uno stesso angolo è indipendente dagli errori residui strumentali*: e tale conclusione non è rigorosa.

Il seguente procedimento a noi pare debba essere preferito non solo per la trattazione esatta dell' argomento, ma anche perchè fa vedere che gli errori di *collimazione* e d' *inclinazione* dell'asse di rotazione del cannocchiale possono (come per il primo l'ha fatto osservare il Prof. Casorati) avere anche grandezze finite (*).

I.

Sieno:

v la deviazione dell'asse del circolo orizzontale dello strumento dalla verticale del luogo di osservazione.

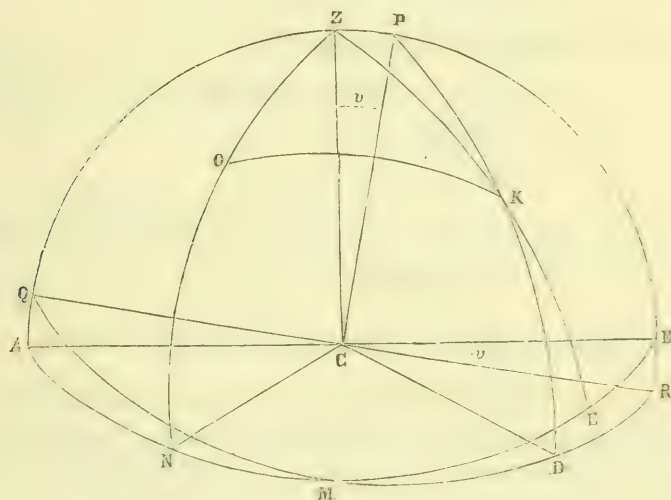
i l'errore d'inclinazione, ossia l'angolo che l'asse di rotazione del cannocchiale fa colla perpendicolare all'asse del circolo orizzontale del teodolite.

c l'errore di collimazione, ossia l'angolo di cui la linea di collimazione del cannocchiale devia dalla perpendicolare al suo asse di rotazione.

(*) F. CASORATI: *Sulla regola di Bessel:* Atti della R. Accademia dei Lincei, serie 2ª, vol. 2°, 1875, pag. 602.

Le quantità v, i, c, le supponiamo piccole grandezze di 1° ordine, in modo da poter trascurare i loro quadrati ed i loro prodotti.

Sia (fig, 1ª) AMB l'orizzonte e CZ la verticale del luogo di osservazione. QMR sia il cerchio orizzontale del teodolite inclinato del piccolo angolo v all'orizzonte e CP il suo asse.

Fig. 1ª

Il piano che passa per le due rette CZ, CP incontra la sfera celeste secondo il circolo massimo $AQZPBR$; questo circolo è un circolo fisso della sfera celeste. Se O è l'oggetto che si guarda, il verticale ZON è anche un circolo fisso e l'azimut A dell'oggetto è dato dall'angolo sferico OZP, ovvero da NCB (supposto che l'origine degli azimut sia appunto il piano verticale $ZPBR$). Sia K il punto in cui la parte dell'asse di rotazione del cannocchiale che è a sinistra dell'osservatore incontra la sfera celeste, e ciò mentre la linea di collimazione del cannocchiale è diretta all'oggetto (*).

(*) Quando si collima all'oggetto, e l'istrumento è scorretto, la linea di collimazione non incontra la sfera celeste nello stesso punto in cui la incon-

Supposta questa parte dell'asse di rotazione più alta di quella a destra ed ottuso l'angolo che la linea di collimazione fa colla sinistra dell'asse di rotazione, indicando con b l'altezza del punto K sull'orizzonte vero, i tre lati del triangolo sferico ZPK saranno rispettivamente

$$ZP = v$$
$$ZK = 90^\circ - b$$
$$PK = 90^\circ - i \ .$$

I lati del triangolo OZK saranno

$$OZ = z \quad \text{(zenitale dell'oggetto che si guarda)}$$
$$OK = 90^\circ + c$$
$$ZK = 90^\circ - b \ .$$

L'azimut vero del punto K (contato dal piano $ZPBR$) sarà

$$A_0 = KZB \ ,$$

e quello letto sul cerchio orizzontale del teodolite sarà

$$DCR = a - a_0 \ ,$$

essendo a ed a_0 le letture del circolo orizzontale corrispondenti ai punti D, R in cui i piani PCK, PCB incontrano il medesimo.

La formola fondamentale della trigonometria sferica (Teorema del coseno) applicata al triangolo sferico ZPK, coll'osservare che si ha $ZPK = 180^\circ - (a - a_0)$, dà

$$\text{sen}\, b = \cos v \,\text{sen}\, i - \text{sen}\, v \cos i \cos (a - a_0) \ ,$$
$$\text{sen}\, i = \cos v \,\text{sen}\, b + \text{sen}\, v \cos b \cos A_0 \ .$$

Se nella seconda delle formole precedenti sostituiamo a sen b il valore dato dalla prima, otterremo

$$\cos A_0 \cos b = \text{sen}\, i \,\text{sen}\, v + \cos v \cos i \cos (a - a_0) \ .$$

---

trerebbe essendo corretto. La piccola variazione della distanza zenitale, non ha influenza sui risultamenti. Per questa ragione, colla lettera O indichiamo e l'oggetto ed il punto d'intersezione della linea di collimazione colla sfera celeste.

Il teorema del seno dà l'altra

$$\frac{\operatorname{sen} A_0}{\cos i} = \frac{\operatorname{sen}(a - a_0)}{\cos b} .$$

Poichè le quantità v, i, b, sono piccole grandezze di 1° ordine si otterrà dalle formole precedenti

$$b = i - v \cos(a - a_0) ,$$

$$\cos A_0 = \cos(a - a_0) ,$$

$$\operatorname{sen} A_0 = \operatorname{sen}(a - a_0) ,$$

ossia

$$\left.\begin{array}{l} A_0 = (a - a_0) \\ b = i - v \cos(a - a_0) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (1).$$

Dal triangolo OZK si ottiene:

$$\cos(90° + c) = \cos z \operatorname{sen} b + \operatorname{sen} z \cos b \cos(A - A_0) ,$$

ovvero

$$- \operatorname{sen} c = \cos z \operatorname{sen} b + \operatorname{sen} z \cos b \cos(A - A_0) .$$

Quest'ultima equazione mostra che $\cos(A - A_0)$ è una piccola grandezza dello stesso ordine di $\operatorname{sen} c$, $\operatorname{sen} b$; quindi se in essa si pone in luogo di $\cos(A - A_0)$, $\operatorname{sen}(90° - (A - A_0))$ a questo seno potremo sostituire l'arco e quindi si avrà:

$$- c = b \cos z + \operatorname{sen} z \left(90° - (A - A_0)\right) ,$$

donde

$$A = 90° + A_0 + b \cot z + \frac{c}{\operatorname{sen} z}$$

e per le (1)

$$A = 90° + a - a_0 + i \cot z + \frac{c}{\operatorname{sen} z} - v \cot z \cos(a - a_0) \quad \ldots(2).$$

la quale formola dà l'azimut dell' oggetto guardato in funzione delle letture fatte sul circolo orizzontale e degli errori strumentali.

Collimando ad un altro oggetto il cui azimut sia A_1 e la cui distanza zenitale sia z_1 si avrà

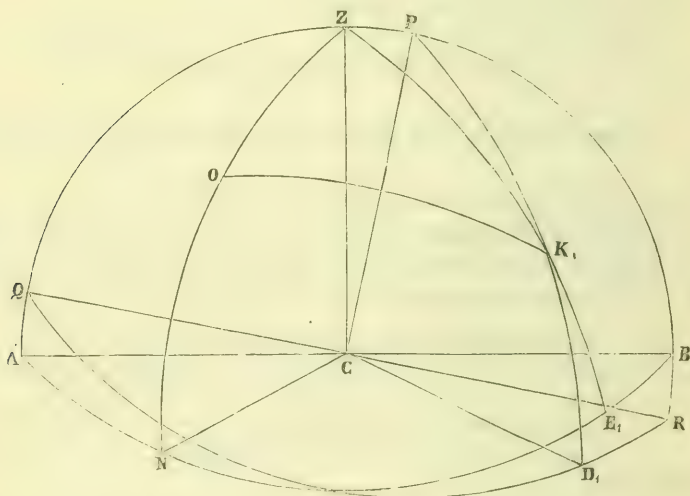
$$A_1 = 90 + a_1 - a_0 + i \cot z_1 + \frac{c}{\operatorname{sen} z_1} - v \cot z_1 \cos(a_1 - a_0) ,$$

e quindi l'angolo α tra i due oggetti sarà dato da

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = a_1 - a + i\,(\cot z_1 - \cot z) + c\left(\dfrac{1}{\operatorname{sen} z_1} - \dfrac{1}{\operatorname{sen} z}\right) \\ \quad - v\left[\cot z_1 \cos(a_1 - a_0) - \cot z \cos(a - a_0)\right]\end{array}\right\}\ldots(3).$$

Eliminazione degli errori D'INCLINAZIONE *e di* COLLIMAZIONE

La formola (3) che dà l'angolo tra due oggetti conviene quando l'istrumento ha una certa posizione (p. e. la posizione destra); quale sarà la formola per l'istrumento nella posizione

Fig. 2ª

sinistra, cioè quando si è fatto rotare l'alidada di 180° e colla rotazione del cannocchiale intorno al proprio asse si sono collimati i medesimi oggetti?

Dopo aver fatto rotare l'alidada di 180° (rotazione che si esegue intorno a CP) e riportato il cannocchiale a collimare al medesimo oggetto O, quell'estremo dell'asse di rotazione che prima si trovava alla destra, ora si trova alla sinistra dell'osservatore, e quindi il punto dove questo, prolungato, incontra la sfera ce-

leste sarà K_1 (fig. 2ª), diverso dal punto K della fig. 1ª. Sicchè il triangolo ZPK_1, avrà per lati

$$ZP = v \ ,$$
$$PK_1 = 90^\circ + i \ ,$$
$$ZK_1 = 90^\circ - b' \ ,$$

(b' essendo l'altezza del nuovo punto K_1).

L'angolo che la linea di collimazione fa colla parte dell'asse di rotazione che passa per K_1 è acuto, cioè $90^\circ - c$, sicchè i lati del triangolo sferico ZOK_1 saranno attualmente

$$ZK_1 = 90^\circ - b' \ ,$$
$$ZO = 90^\circ - z \ ,$$
$$OK_1 = 90^\circ - c \ .$$

L'azimut vero (contato dal piano ZPB) del punto O è sempre $OZB = NCB = A$; quello del punto K_1 sarà differente da A_0 e sarà p. e. A_0'. Sarà pure differente da a la lettura corrispondente al punto D_1 del cerchio del teodolite, sicchè l'azimut del punto K_1 letto sul circolo graduato sarà

$$D_1 CR = a' - a_0 \ .$$

Nel triangolo ZPK_1 avremo dunque

$$\operatorname{sen} b' = -\cos v \operatorname{sen} i - \operatorname{sen} v \cos i \cos (a' - a_0) \ ,$$
$$\cos A_0' \cos b' = -\operatorname{sen} v \operatorname{sen} i + \cos v \cos i \cos (a' - a_0)$$
$$\frac{\operatorname{sen} A'_0}{\cos i} = \frac{\operatorname{sen} (a' - a_0)}{\cos b'} \ ,$$

donde, ricordando che v, i, b' sono quantità piccolissime, si deduce

$$\left.\begin{array}{l} A'_0 = a' - a_0 \\ b' = -i - v \cos (a' - a_0) \end{array}\right\} \qquad \ldots\ldots (4)$$

e quindi il valore assoluto di b' è differente da b.

Dal triangolo ZOK_1 si ha:

$$\cos (90 - c) = \cos z \operatorname{sen} b' + \operatorname{sen} z \cos b' \cos (A - A'_0) \ .$$

ovvero

$$\operatorname{sen} c = \cos z \operatorname{sen} b' + \operatorname{sen} z \cos b' \operatorname{sen}\left(90^\circ - (A - A'_o)\right),$$

e quindi

$$c = b' \cos z + \operatorname{sen} z \left\{ 90^\circ - (A - A'_o) \right\},$$

donde per le (4)

$$A = 90^\circ + a' - a_o - i \cot z - \frac{c}{\operatorname{sen} z} - v \cot z \cos(a' - a_o) \quad \ldots (5).$$

Per l'altro oggetto, il cui azimut è A_1 e la cui distanza zenitale è z_1, si avrà

$$A_1 = 90^\circ + a_1' - a_o - i \cot z_1 - \frac{c}{\operatorname{sen} z_1} - v \cot z_1 \cos(a_1' - a_o).$$

L'angolo α tra i due oggetti sarà dato da

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = a'_1 - a' - i(\cot z_1 - \cot z) - c\left[\dfrac{1}{\operatorname{sen} z_1} - \dfrac{1}{\operatorname{sen} z}\right] \\ \qquad - v\left[\cot z_1 \cos(a'_1 - a_o) - \cot z \cos(a' - a_o)\right] \end{array}\right\} \ldots (6).$$

Se si sommano le (3) e (6) si avrà:

$$\alpha = \frac{(a_1 - a) + (a'_1 - a')}{2} - v \cot z_1 \cos\left(\frac{a_1 + a_1'}{2} - a_o\right) \cos\frac{1}{2}(a_1' - a_1)$$
$$+ v \cot z \cos\left(\frac{a + a'}{2} - a_o\right) \cos\frac{1}{2}(a' - a);$$

e se si osserva che gli angoli $\frac{1}{2}(a_1' - a_1)$, e $\frac{1}{2}(a' - a)$ sono piccolissimi, e che agli angoli $\frac{1}{2}(a_1 + a_1') - a_o$, $\frac{1}{2}(a + a') - a_o$ si possono sostituire $A_1 - 90$, $A - 90$ la formola precedente diventa

$$\alpha = \frac{(a_1 - a) + (a_1' - a')}{2} - v \cot z_1 \operatorname{sen} A_1 + v \cot z \operatorname{sen} A \quad \ldots (7).$$

Misurando adunque lo stesso angolo una volta col teodolite nella posizione destra, un'altra volta col teodolite nella po-

sizione sinistra, la media dei due valori sarà indipendente dagli errori di collimazione e d'inclinazione dell'asse di rotazione del cannocchiale.

Però nella maggior parte delle misure geodetiche le distanze zenitali degli oggetti che si guardano sono prossime a 90°, quindi anche la parte della (7) dipendente da v è in generale una quantità piccolissima sempre che si è avuto cura di rendere v una quantità piccolissima.

In un angolo il massimo errore dipendente dalla scorrezione v è

$$\pm 2\, v \cot z \qquad \ldots \quad (8),$$

z essendo la più piccola delle distanze zenitali dei due oggetti.

La tavola seguente calcolata da Jordan (*) dà i valori esatti di $v \cot z$ per diversi valori delle quantità z e v.

Essa mostra ad evidenza quanta deve essere la cura dell'osservatore nel rendere orizzontale il cerchio graduato del teodolite.

Valori di $v \cot z$.

v	DISTANZA ZENITALE z							
	89°	**88°**	**87°**	**86°**	**85°**	**80°**	**70°**	**45°**
10″	0″.17	0″.35	0″.52	0″.70	0″ 87	1″.76	3″.64	10″
30″	0 52	1 .05	1 .57	2 .10	2 .62	5 .29	10 .92	30″
1′	1 .05	2 .10	3 .14	4 .20	5 .25	10. 58	21 .84	1′ 00″
2′	2 .09	4. 19	6 ,29	8 .39	10 .50	21 .16	43 .68	2′ 00″
3′	3 .14	6 .28	9 .43	12 .59	15 .75	31 .71	1′ 6′	3′ 00″
4′	4 .19	8 .38	12 .58	16.78	21 .00	42 .32	1′ 27″	4′ 00″
5′	5 .24	10 .48	15 .72	20.98	26 .25	52 .90	1′ 49″	5′ 00″
10′	10 .47	20 .95	31 .44	41.96	52 .49	1′ 46″	3′ 38″	10′ 00″
30′	31 .42	1′ 3″	1′ 34	2′ 6″	2′ 37″	5′ 17″	10′ 55″	30′ 00″
1°	63 .00	2′ 6′	3′ 9″	4′ 12″	5′ 15	10′ 35″	21′ 50′	1° 00′

(*) Cfr. W. Jordan: *Handbuch der Vermessungskunde*, pag. 241.

II.

Se fosse $v = o$, la (7) darebbe esattamente

$$\alpha = \frac{(a_1 - a) + (a_1' - a')}{2} \quad \ldots\ldots (8),$$

e questo risultamento mostra che la media dei due valori coniugati dello stesso angolo rappresenta il vero valore del medesimo.

In una stazione geodetica, dopo che si è corretto l'istrumento e lo si adopera per la misura degli angoli orizzontali, quello degli errori residui che è più variabile è appunto v il quale può assumere durante le osservazioni anche valori grandi. È quindi perfettamente legittima la *Regola di Bessel*, la quale consiste nel trascurare (per tutta la durata di una medesima stazione) le correzioni della linea di collimazione e dell'asse di rotazione del cannocchiale rendendo soltanto verticale l'asse del circolo orizzontale (*). *Questa regola è anche vera nel caso che c ed i fossero grandezze finite.*

Infatti nella ipotesi di $v = o$ le (1) diventano

$$A = a - a_0 ,$$
$$b = i ,$$

e quindi il triangolo OZK nella fig. 1ª dà

$$-\operatorname{sen} c = \cos z \operatorname{sen} i + \operatorname{sen} z \cos i \cos (A - A_0) ,$$

ossia

$$\operatorname{sen} c + \cos z \operatorname{sen} i + \operatorname{sen} z \cos i \operatorname{sen} [90° - A + A_0] = 0 ,$$

donde

$$\operatorname{sen} \left[A - 90° - (a - a_0) \right] = \cot z \operatorname{tg} i + \frac{\operatorname{sen} c}{\cos i \operatorname{sen} z} \quad \ldots (9).$$

(*) Questa correzione si fa praticamente nel modo che segue: Si ponga la livella in direzione della linea che unisce due viti del basamento e si centri la bolla mediante il movimento simultaneo ed inverso di codeste due viti. Si faccia rotare l'alidada di 180° e lo spostamento della bolla si corregga metà colle medesime due viti del basamento e metà colle viti proprie della livella. Si faccia in ultimo girare l'alidada di 90° e lo spostamento della bolla si corregga soltanto colla terza vite del basamento.

Dopo la rotazione di 180° il triangolo OZK_1 (fig. 2ª), essendo il lato $ZK_1 = 90° + i$, dà:

$$\text{sen}\, c = -\cos z\, \text{sen}\, i + \text{sen}\, z \cos i\, \text{sen}\left[90° - (A - A_0')\right],$$

donde

$$\text{sen}\left[A - 90° - (a' - a_0)\right] = -\cot z\, \text{tg}\, i - \frac{\text{sen}\, c}{\cos i\, \text{sen}\, z} \quad \ldots (10).$$

Sommando le (9) e (10) si ha

$$\text{sen}\left[A - 90° - (a - a_0)\right] + \text{sen}\left[A - 90° - (a' - a_0)\right] = 0,$$

ovvero

$$\text{sen}\left[A - 90° + a_0 - \frac{a + a'}{2}\right] \cos \frac{1}{2}(a' - a) = 0 \quad \ldots (11).$$

L'equazione (11) è soddisfatta quando sarà soddisfatta una delle due equazioni

$$\text{sen}\left[A - 90 + a_0 - \frac{a + a'}{2}\right] = 0, \qquad \cos \frac{1}{2}(a' - a) = 0.$$

Ora la seconda delle precedenti equazioni evidentemente non può essere soddisfatta.

La prima è soddisfatta nei due casi espressi dalle seguenti eguaglianze

$$A - 90° + a_0 - \frac{a + a'}{2} = 0 \quad ; \quad A - 90° + a_0 - \frac{a + a'}{2} = 180,$$

donde si deduce

$$A = 90° + \frac{a + a'}{2} - a_0, \qquad A = 270° + \frac{a + a'}{2} - a_0 \quad \ldots (12).$$

Però avendo scelto per origine degli azimut il piano ZPR è valida soltanto la prima delle (12). Per un altro oggetto di azimut A_1 le letture sul circolo orizzontale saranno a_1, a_1', quindi per la prima delle (12) si avrà

$$A_1 = 90° + \frac{a_1 + a_1'}{2} - a_0 \quad \ldots (13).$$

Avremo dunque

$$\alpha = A_1 - A = \frac{(a_1 - a) + (a_1' - a')}{2} \quad \ldots (14)$$

Ossia: *Il vero valore dell'angolo tra due oggetti si ottiene prendendo la media dei valori coniugati del medesimo anche quando gli errori di collimazione e d'inclinazione avessero grandezze finite.*

Il caso che abbiamo esaminato ora e che è quello considerato dal Prof. Casorati nella citata memoria non è quello che corrisponde alla pratica. La ipotesi di $v = o$ è inammissibile anche quando l'osservatore sia stato scrupolosissimo nella correzione dello strumento.

Sarà bene esaminare se la formola (7) è vera quando gli errori c ed i hanno grandezze finite e v ha un valore piccolissimo.

III.

Prendiamo le formole trovate antecedentemente dalla fig. 1ª

$$\operatorname{sen} b = \cos v \operatorname{sen} i - \operatorname{sen} v \cos i \cos (a - a_0) ,$$
$$\cos A_0 \cos b = \operatorname{sen} i \operatorname{sen} v + \cos i \cos v \cos (a - a_0) ,$$
$$\operatorname{sen} A_0 \cos b = \cos i \operatorname{sen} (a - a_0) .$$

Poichè v è una piccola grandezza di prim'ordine e b, i sono grandezze finite, si avrà:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen} b &= \operatorname{sen} i - v \cos i \cos (a - a_0) \\ \operatorname{tg} A_0 &= \frac{\operatorname{tg} (a - a_0)}{1 + v \dfrac{\operatorname{tg} i}{\cos (a - a_0)}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots . (15).$$

Dalla seconda equazione si ottiene

$$\operatorname{tg} A_0 - \operatorname{tg} (a - a_0) = - v \operatorname{tg} i \frac{\operatorname{tg} A_0}{\cos (a - a_0)} .$$

Essendo piccola la differenza tra $\operatorname{tg} A_0$ e $\operatorname{tg} (a - a_0)$, possiamo scrivere

$$\operatorname{tg} A_0 - \operatorname{tg} (a - a_0) = \frac{A_0 - (a - a_0)}{\cos^2 (a - a_0)} ,$$

e quindi le (15) si riducono alle due seguenti :

$$\left.\begin{array}{l}\operatorname{sen} b = \operatorname{sen} i - v \cos i \cos (a - a_0) \\ A_0 = (a - a_0) - v \operatorname{tg} i \operatorname{sen} A_0\end{array}\right\} \quad \ldots . (16).$$

Dal triangolo ZOK si deduce

$$\operatorname{sen}[A - A_0 - 90^\circ] = \cot z \operatorname{tg} b + \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} z \cos b} \quad \ldots . (17).$$

Dopo la rotazione di 180° si avrà (fig. 2ª)

$$\left.\begin{array}{l}\operatorname{sen} b' = - \operatorname{sen} i - v \cos i \cos (a' - a_0) \\ A_0' = (a' - a_0) + v \operatorname{tg} i \operatorname{sen} A_0'\end{array}\right\} \quad \ldots . (18),$$

$$\operatorname{sen}[A - A_0' - 90^\circ] = \cot z \operatorname{tg} b' - \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} z \cos b'} \quad \ldots (19).$$

Dalla somma delle (17) e (19) si ottiene

$$\left.\begin{array}{l}\operatorname{sen}[A - A_0 - 90^\circ] + \operatorname{sen}[A - A_0' - 90^\circ] \\ = \cot z (\operatorname{tg} b + \operatorname{tg} b') + \dfrac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} z}\left(\dfrac{1}{\cos b} - \dfrac{1}{\cos b'}\right)\end{array}\right\} \ldots (20).$$

Ora dalla prima delle (15) e dalla prima delle (18) si deduce facilmente trascurando quantità di second'ordine ,

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} i - \frac{v \cos (a - a_0)}{\cos^2 i} \ ; \qquad \operatorname{tg} b' = - \operatorname{tg} i - \frac{v \cos (a' - a_0)}{\cos^2 i}$$

$$\frac{1}{\cos b} = \frac{1}{\cos i} - \frac{v \operatorname{sen} i \cos (a - a_0)}{\cos^2 i} \ ;$$

$$\frac{1}{\cos b'} = \frac{1}{\cos i} + \frac{v \operatorname{sen} i \cos (a - a_0)}{\cos^2 i} \ ;$$

e quindi

$$\operatorname{tg} b + \operatorname{tg} b' = - \frac{v}{\cos^2 i}\Big(\cos (a - a_0) + \cos (a' - a_0)\Big) \ ,$$

$$\frac{1}{\cos b} - \frac{1}{\cos b'} = - v \frac{\operatorname{sen} i}{\cos^2 i}\Big[\cos (a - a_0) + \cos (a' - a_0)\Big] .$$

La (20) diventa colle precedenti sostituzioni

$$\operatorname{sen}[A - A_0 - 90^\circ] + \operatorname{sen}[A - A_0' - 90^\circ]$$
$$= -\frac{v \cot z}{\cos^2 i}\left[\cos(a - a_0) + \cos(a' - a_0)\right]$$
$$-\frac{v \operatorname{sen} c \operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} z \cos^2 i}\left[\cos(a' - a_0) + \cos(a' - a_0)\right],$$

ovvero

$$\operatorname{sen}\left[A - 90^\circ - \frac{A_0 + A_0'}{2}\right] \cos\frac{1}{2}[A_0' - A_0]$$
$$= -\cos\left(\frac{a + a'}{2} - a_0\right)\cos\frac{1}{2}(a' - a)\cdot\frac{v}{\cos^2 i}\left[\cot z + \frac{\operatorname{sen} c \operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} z}\right].$$

Il secondo membro della equazione precedente è una grandezza infinitamente piccola, tale dovrà essere ancora il primo membro, o almeno uno dei suoi fattori. E poichè il fattore $\cos\frac{1}{2}(A_0' - A_0)$, che può essere sostituito dall'altro $\cos\frac{1}{2}(a' - a)$, non è, in generale, infinitamente piccolo, dovrà essere infinitamente piccolo il fattore $\operatorname{sen}\left[A - 90^\circ - \frac{A_0 + A_0'}{2}\right]$, e quindi si dovrà avere

$$A - 90^\circ - \frac{A_0 + A_0'}{2} = \pm \varepsilon,$$

dalla quale, tenendo conto delle (16) e (18) si deduce

$$A = 90^\circ + \frac{a + a'}{2} - a_0 \pm \varepsilon_1 \qquad \ldots\ldots (21),$$

dove ε_1 è un infinitamente piccolo di 1° ordine dipendente da v.

Per l'altro oggetto il cui azimut è A_1 si avrà analogamente

$$A_1 = 90^\circ + \frac{a_1 + a_1'}{2} - a_0 \pm \varepsilon_2 \qquad \ldots\ldots (22),$$

dove ε_2 è anche infinitamente piccolo.

Si avrà dunque in ogni caso per l'angolo α tra i due oggetti

$$\alpha = \frac{(a_1 - a) + (a_1' - a')}{2} \pm \varepsilon_3 \qquad \ldots\ldots (23),$$

che è della stessa forma della (7). La quantità ε_3 è un infinitamente piccolo dipendente da v e quindi:

La media delle osservazioni coniugate di uno stesso angolo è indipendente dagli errori di collimazione e d'inclinazione qualunque sia la loro grandezza.

Perchè la misura degli angoli orizzontali sia per quanto è possibile esatta, la quantità ε_3 nella (23) dovrà essere la più piccola possibile. Ciò si ottiene rendendo v piccolissimo; quindi è bene adoperare la regola di Bessel sempre che si vogliano fare misure azimutali esatte.

IV.

Il risultamento precedente ci autorizza a ritenere come legittima la costruzione dei teodoliti nei quali non sia possibile correggere gli errori i e c. In codesti teodoliti si richiede soltanto la possibilità di invertire il cannocchiale per fare le osservazioni coniugate; la quale inversione si può anche fare togliendo il cannocchiale dai cuscinetti, avendo cura di non invertire gli estremi dell'asse del cannocchiale.

Quando in un teodolite vi sono gli errori residui v, i, c, (gli ultimi due anche piccoli) è evidente che la rotazione dell'alidada intorno al proprio asse dopo aver collimato al medesimo oggetto non è di 180° esatti; quindi se l'istrumento ha un solo verniero (o microscopio) *la eccentricità dell'alidada non si elimina colle osservazioni coniugate.*

L'errore però che si commette è evidentemente dello stesso ordine di quello che si farebbe in uno strumento il cui circolo azimutale fosse provvisto di due vernieri o microscopi la cui distanza angolare fosse $180° \pm \varepsilon$ invece di 180° (ε essendo una piccolissima quantità). Cosicchè, mentre nelle osservazioni geodetiche importanti il teodolite dev'essere sempre fornito di due vernieri o microscopi diametralmente opposti per la correzione della eccentricità dell'alidada, non sono da condannarsi quei teodoliti, per lo più destinati ad osservazioni topografiche, il cui circolo azimutale ha un solo verniero. Con questi ultimi bisogna *sempre* adoperare il metodo delle osservazioni coniugate.

Che se la costruzione particolare dell'istrumento non permettesse l'inversione del cannocchiale, e quindi non fosse possibile adoperare il metodo suddetto delle osservazioni coniugate, codesto strumento dovrà essere considerato come inservibile.

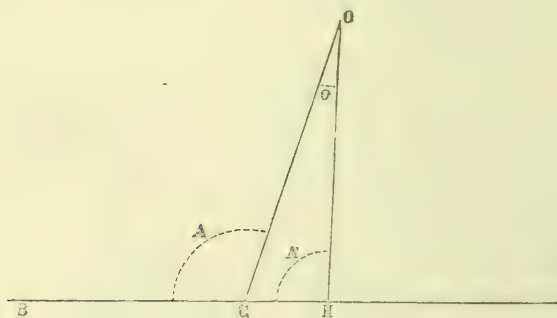
V.

La formola (2) che dà l'azimut in funzione degli errori strumentali è vera se la proiezione della linea di collimazione del cannocchiale passa pel centrò del circolo orizzontale.

Se il cannocchiale è eccentrico si avrà (fig. 3ª)

$$A = A' + \theta \qquad \ldots\ldots (24).$$

L'angolo θ si otterrà dal triangolo COH, in cui $CH = r$ è la proiezione del segmento R di asse di rotazione del cannoc-

Fig. 3ª.

chiale compreso tra la verticale che passa pel centro del teodolite ed il punto in cui la linea di collimazione del cannocchiale incontra il medesimo.

Avremo dunque, indicando con D la distanza dell' oggetto mirato:

$$\theta = \frac{r \text{ sen } A'}{D \text{ sen } 1''} .$$

e quindi, ponendo per A' il valore (2), ed osservando che nella formola precedente si può ad A' sostituire A

$$A = 90° + (a - a_0) + i \cot z + \frac{c}{\operatorname{sen} z}$$
$$- v \cot z \cos(a - a_0) + \frac{r \operatorname{sen} A}{D \operatorname{sen} 1''} .$$

Per l'altro oggetto il cui azimut è A_1 e la distanza zenitale è z_1 si avrà:

$$A_1 = 90° + (a_1 - a_0) + i \cot z_1 + \frac{c}{\operatorname{sen} z_1}$$
$$- v \cot z_1 \cos(a_1 - a_0) + \frac{r \operatorname{sen} A_1}{D_1 \operatorname{sen} 1''} ,$$

essendo D_1 la distanza del secondo oggetto.

L'angolo tra i due oggetti, quando il teodolite è a cannocchiale eccentrico sarà adunque

$$\alpha = a_1 - a + i(\cot z_1 - \cot z) + c\left(\frac{1}{\operatorname{sen} z_1} - \frac{1}{\operatorname{sen} z}\right)$$
$$- v\Big(\cot z_1 \cos(a_1 - a_0) - \cot z \cos(a - a_0)\Big)$$
$$+ \frac{r}{\operatorname{sen} 1''}\left[\frac{\operatorname{sen} A_1}{D_1} - \frac{\operatorname{sen} A}{D}\right] .$$

Dopo la rotazione di 180° dell'alidada, essendo b' differente da b, la proiezione di R sarà r_1 differente da r, quindi si avrà:

$$\alpha = a_1' - a' - i(\cot z_1 - \cot z) - c\left(\frac{1}{\operatorname{sen} z_1} - \frac{1}{\operatorname{sen} z}\right)$$
$$- v\left[\cot z_1 \cos(a_1' - a_0) - \cot z \cos(a' - a_0)\right]$$
$$- \frac{r_1}{\operatorname{sen} 1''}\left[\frac{\operatorname{sen} A_1}{D_1} - \frac{\operatorname{sen} A}{D}\right] .$$

Epperò l'*errore dipendente dalla eccentricità del cannocchiale non si elimina completamente* (quando v è differente da zero) *prendendo la media delle osservazioni coniugate*. L'influenza di tale errore sugli angoli orizzontali sarà tanto più piccola quanto più piccolo sarà il valore di v.

Sulla variazione di volume di alcuni metalli nell'atto della fusione e sulla dilatazione termica degli stessi allo stato liquido, Studio sperimentale di GIUSEPPE VICENTINI, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Cagliari. — Nota Iª.

È noto che in generale i corpi solidi aumentano di volume nell'atto della fusione e che solo pochi fanno eccezione a tale regola. L'acqua, il bismuto ed il ferro diminuiscono di volume nel passaggio dallo stato solido allo stato liquido.

Lo studio della variazione di volume che subiscono i metalli quando cambiano di stato di aggregazione non fu eseguito finora in maniera da poter offrire per tale fenomeno dei numeri molto approssimati; e ciò è da ascrivere alle difficoltà che accompagnano sempre le esperienze che si devono eseguire a temperature assai elevate. Mi è sembrato però che tali difficoltà si sarebbero potute superare per i metalli che non possiedono una temperatura di fusione molto alta; e dopo molti e pazienti tentativi, sono realmente riuscito a pormi in condizioni tali da poter misurare direttamente col metodo dilatometrico le variazioni di volume che subiscono nell'atto della fusione i metalli facilmente fusibili, nonchè il coefficiente di dilatazione di essi allo stato liquido.

Per quanto si riferisce alla variazione di volume che accompagna il cambiamento di stato dei metalli, non solo si hanno delle incertezze sul valore di essa; ma i diversi sperimentatori si contraddicono fino sul segno col quale si manifesta. Darò qui un breve sunto delle più importanti memorie.

In uno studio abbastanza recente Niess e Winkelmann (1) giunsero alla conclusione piuttosto azzardata, che tutti i metalli

(1) F. NIESS und A. WINKELMANN, Berichten d. K. Akad. d. Wiss. zu München, 4 dec. 1880. — *Wied. Ann.*, vol. XIII, p. 43, 1881.

aumentano di volume, quando si solidificano. Questa conclusione è appoggiata sul fatto che in generale un pezzo di metallo solido, immerso in una certa quantità dello stesso metallo conservato liquido a temperatura prossima a quella di fusione, dopo esservi rimasto sommerso per qualche tempo, ritorna a galla. Il fenomeno di galleggiamento venne unicamente attribuito alla differenza delle densità che assume il corpo nei due stati diversi.

Niess e Winkelmann studiarono otto metalli, cioè: lo stagno, lo zinco, il bismuto, l'antimonio, il ferro, il rame, il piombo ed il cadmio. Ognuno di questi metalli veniva fuso in grande quantità e mantenuto ad una temperatura costante, vicina il più possibile a quella di fusione; con un cucchiaio levavano dalla superficie della massa fusa una porzione che lasciavano consolidare, e che subito immergevano nel metallo liquido.

Per i sei primi, degli otto metalli sopra menzionati, trovarono sempre confermata quella che eglino chiamavano la *esperienza fondamentale*; cioè i pezzi di metallo solido dopo essere rimasti sommersi per qualche tempo, ritornavano a galla. Per il piombo ed il cadmio, non ebbero effetti troppo evidenti, però sufficienti, secondo essi, per poter stabilire che questi corpi non possiedono comportamento diverso da quelli degli altri.

Niess e Winkelmann hanno creduto di poter trarre dai risultati delle loro esperienze la conclusione generale che i metalli aumentano di densità nell'atto della fusione; e ritennero che il fatto da essi rilevato non fu scoperto da altri, perchè non si ebbe mai l'avvertenza di riscaldare il metallo solido sino alla temperatura di fusione prima di immergerlo nel liquido; ciò che essi ottenevano col metodo di sperimentare sopra descritto.

Tenendosi sicuri della conclusione alla quale erano così arrivati, spinsero più oltre le ricerche, indirizzando i loro tentativi a determinare la grandezza della variazione di volume che accompagna il cambiamento di stato di alcuni dei metalli considerati; cercarono cioè di misurare il rapporto delle densità dei metalli, nei due stati, liquido e solido. Fecero molte prove; l'unico metodo da essi riconosciuto applicabile a tale determinazione si fonda sul seguente principio.

Se nell'interno di una piccola massa di metallo, ad esempio di stagno (che secondo Niess e Winkelmann è meno denso dello stagno fuso) si imprigionano dei piccoli pezzi di altro metallo più pesante, si può far variare il suo peso in maniera che il corpo

risultante abbia, sotto egual volume, lo stesso peso dello stagno liquido alla temperatura di fusione. In tale condizione, introdotto nello stagno fuso, deve mantenersi in equilibrio in qualsiasi punto della massa fusa, e la sua densità misura quella del liquido. Ma lo stagno fuso non è trasparente ed il fatto non si può quindi osservare. Riesce però facile, preparando dei pezzi nel modo sovra descritto, di dare ad essi tali densità, per cui alcuni immersi nel metallo fuso, ritornino a galla ed altri invece si sprofondino in esso senza più riguadagnarne la superficie. Procedendo per tentativi e rendendo di poco differente la densità di due pezzi metallici preparati in simile guisa, e tali che uno di essi introdotto nel metallo fuso resti sommerso, e l'altro ritorni a galla; e conoscendo i pesi dei due metalli che li costituiscono, nonchè la densità del metallo addizionale, alla temperatura di fusione del metallo studiato, è facile con un semplice calcolo determinare due limiti molto vicini, fra i quali si deve trovare il rapporto delle densità del metallo che si studia, allo stato liquido ed allo stato solido.

È seguendo questo metodo che Niess e Winkelmann hanno trovato i seguenti valori per i rapporti $\frac{S}{s}$ delle densità allo stato liquido ed allo stato solido, dello stagno, dello zinco e del bismuto.

Stagno . . . . . $\frac{S}{s} = 1,007$

Zinco . . . . . » » 1,002

Bismuto . . . . . $1,0310 < \frac{S}{s} < 1,0497.$

Ma altri ancora si sono occupati in epoca molto vicina, del soggetto che qui ci occupa.

Th. Wrightson (1) ha cercato di determinare la densità del ferro vicino al suo punto di fusione per stabilire se realmente questo metallo aumenta di volume nell'atto della solidificazione. Egli adoperò un apparecchio da lui chiamato *oncosimetro*, consistente in una bilancia a molla, alla quale fissava delle sfere

(1) Th. Wrightson, J. of the Iron and Steel Instit., 1879. — Beibl. z. d. Ann. Wied., vol. V, p. 188.

di ferro opportunamente preparate, che faceva pescare in una massa di ferro mantenuto liquido alla temperatura di fusione. Alla molla della bilancia aveva fissato un indice, che poteva tracciare sopra un tamburo girevole il diagramma corrispondente alle variazioni di volume che subiva la sfera per il riscaldamento prodotto dal liquido.

Le esperienze hanno portato Wrightson a concludere che se la densità del ferro freddo è 6,95, quella del plastico è 6,5 e quella del fuso 6,88. Il ferro riscaldato si dilata dunque fino al momento in cui raggiunge lo stato di plasticità. Un ulteriore riscaldamento produce assieme alla liquefazione del metallo, una improvvisa contrazione, facendo passare la sua densità dal valore 6,55, a 6,88.

R. Chandler e T. Wrightson insieme determinarono in seguito coll'oncosimetro e con un altro metodo, anche la densità del bismuto liquido; e più tardi (1) pubblicarono i risultati di queste ed altre esperienze, destinate pure alla determinazione della densità di parecchi metalli allo stato liquido.

Ecco i risultati ai quali pervennero coll'impiego dell'oncosimetro. Essi danno la variazione di volume che subiscono i diversi metalli passando dallo stato liquido alla temperatura di fusione, allo stato solido alla temperatura ordinaria. Sotto la colonna della variazione di volume i valori positivi indicano aumento di volume; i negativi diminuzione.

METALLI	Densità allo stato solido	Densità allo stato liquido	Variazione di volume %
Bismuto	9,82	10,055	+ 2,30
Rame	8,80	8,217	— 7,10
Piombo	11,40	10,370	— 9,93
Stagno	7,50	7,025	— 6,76
Zinco	7,20	6,480	— 11,20
Argento	10,57	9,510	— 11,20
Ferro (n° 4 Fond. di Cleveland).	6,95	6,88	— 1,02

(1) W. Chandler R. et T. Wrightson. — *Ann. de Chemie et de Phys.* T. XXX, S. V, 1885.

Fatta eccezione per il bismuto, questi risultati contraddicono a prima vista quelli di Niess e Winkelmann. Chandler e Wrightson non hanno voluto accettare come definitive le conclusioni dei due primi sperimentatori; però si credettero in obbligo di notare che nelle loro esperienze sullo stagno, mediante l'oncosimetro, ottennero a temperatura prossima a quella della fusione, dei diagrammi accennanti ad un comportamento di questo metallo, simile a quello osservato dai due fisici tedeschi. Non hanno poi voluto considerare i loro risultati siccome contrari a quelli di Niess e Winkelmann, osservando che questi si avevano proposto di determinare il rapporto delle densità dei metalli allo stato solido ed allo stato liquido a temperature vicine il più possibile, ed eglino invece si erano prefissi la misura della densità reale di un metallo alla temperatura più bassa alla quale esso rimane perfettamente liquido.

Eilhard Wiedemann (1) accenna in appendice ad una sua nota sulla variazione di volume prodotta dal riscaldamento nei sali idratati, che esperienze da lui fatte sullo stagno, col mezzo di un dilatometro, gli hanno dimostrato che contrariamente alle conclusioni di Niess e Winkelmann, lo stagno si dilata per effetto della fusione; ed in una sua pubblicazione anteriore, sulla variazione di volume di metalli e di leghe al momento della fusione (2), esponendo i risultati ottenuti nello studio di tali corpi, col metodo dilatometrico già usato dal Kopp per determinazioni di questo genere, fa conoscere che lo stagno passando dallo stato solido allo stato liquido soffre un aumento di volume misurato da 1,90 %.

In base poi al comportamento riscontrato in una lega di piombo e zinco, ed in quattro leghe diverse di piombo e bismuto, egli stabilì che anche il piombo si deve dilatare nell'atto della fusione, mentre al contrario il bismuto si contrae.

Dopo avere richiamato, con quanto precede, gli studi più importanti che si sono fatti negli ultimi anni, riguardo alla variazione di volume dei metalli nell'atto della fusione, passo qui sotto a descrivere le mie esperienze sul medesimo argomento. In questa nota mi limito a comunicare i risultati ottenuti nello

(1) Ann. Wied., Bd. XVII, s. 576, 1882.
(2) Ann. Wied., Bd. XX, s. 228, 1883.

studio del bismuto. Accenno però fin d'ora che per lo stagno, che ho già studiato contemporaneamente al bismuto, contrariamente alle osservazioni di Niess e Winkelmann ed in appoggio a quelle del Wiedemann, ho riscontrato un notevole aumento di volume nell'atto della fusione.

STUDIO DEL BISMUTO

Metodo Sperimentale.

Ho incominciato la serie delle mie esperienze collo studio del bismuto, mosso anche dal desiderio di esaminare se si manifesti nel bismuto liquido un massimo di densità.

Il metodo che a me sembra il più opportuno, e che forse è l'unico che si presti ad uno studio abbastanza esatto della dilatazione dei metalli fusi, è il metodo dilatometrico. Esso vale naturalmente per i metalli facilmente fusibili, ed è legato a difficoltà pratiche non lievi; ragione per cui al principio delle mie ricerche ebbi molto a dubitare della possibilità del suo impiego.

Un problema pratico da risolvere è anzitutto quello del perfetto riempimento di un dilatometro di noto volume, con bismuto metallico.

Nelle prime prove mi parve di poter raggiungere l'intento, introducendo nel dilatometro il metallo ridotto in polvere sottile, la quale, raccolta nel serbatoio, può venire fusa con facilità. Operando in tal maniera, rimane però nell'interno dell'apparecchio una massa metallica coperta da uno strato di ossido, che producendo delle scabrosità, non permette al metallo fuso di aderire per bene alla superficie del vetro.

Siccome poi la solidificazione del bismuto è accompagnata dal noto aumento di volume, così per schivare la rottura del dilatometro è necessario di non riempirlo completamente di metallo. Se per caso il bismuto liquido, oltre al trovarsi nel bulbo del dilatometro, ne riempie in parte anche il tubo, avviene che la prima porzione di metallo che si solidifica è appunto quella contenuta in quest'ultimo: raffreddandosi essa più rapidamente, causa la sua piccola massa, rimane allora nel tubo come un tappo solido, che si oppone alla dilatazione del metallo del serbatoio

all'atto del suo cambiamento di stato, e la rottura del dilatometro diventa inevitabile. Riescendo perciò pericoloso il riempire completamente di metallo il dilatometro, per poterne seguire le variazioni di volume ho voluto ricorrere dapprima al metodo del Kopp, eseguendo il riempimento con un liquido che possedesse una elevata temperatura di ebollizione. Ricorsi all'uopo ad una porzione di petrolio che bolliva a 400°, e che alla temperatura di 15° cominciava a consolidarsi.

Riscaldando un dilatometro contenente il bismuto e tale porzione di petrolio per liquido indicatore, sino alla temperatura di 280°, si sviluppano dalla massa del petrolio delle bollicine di gas, che si raccolgono nel cannello, dividono la colonna liquida in tante porzioni e la fanno oscillare continuamente.

Dubitando che questo inconveniente fosse causato dalle piccole traccie di aria che aderiscono alla superficie del bismuto e del vetro del dilatometro, cercai di espellerle praticando varie volte il vuoto nel dilatometro mantenuto sempre a quella elevata temperatura. Mi sono convinto però che realmente gli idrocarburi stessi del petrolio davano dei vapori e si decomponevano, per guisa che in nessuna maniera mi fu dato di evitare quello sviluppo di bolle gasose.

Cambiai di sostanza, impiegando per liquido indicatore la naftilamina, la difenilamina, ed altri corpi che possiedono elevatissima temperatura di ebollizione; ma nessuna fu riscontrata adatta allo scopo.

Più tardi, rilevai dalle memorie di E. Wiedemann (1), che egli pure seguì la stessa via, e che non potè riuscire a servirsi di nessun liquido, per lo studio del bismuto, in causa dell'inconveniente qui sopra accennato. Il Wiedemann ascrive la formazione di quelle bolle gasose alle piccole bollicine di aria che si sviluppano dal liquido, le quali vengono poi ingrandite dai vapori delle sostanze impiegate. Questi vapori all'alta temperatura di cui si tratta, possiedono già una notevole tensione.

Convinto così, dopo molte prove, della impossibilità di poter seguire il metodo di Kopp, ho dovuto ancora pensare a servirmi di dilatometri riempiti completamente di metallo, dirigendo i miei sforzi ad ottenere il facile e completo riempimento di essi, col

(1) E. Wiedemann, Ann. Wied. Bd. XX.

bismuto allo stato liquido: e quello che molto importa, ad impedire la loro rottura al momento della solidificazione del metallo.

Ecco in qual maniera sono giunto a superare questa non lieve difficoltà.

In un dilatometro, già studiato in antecedenza per quanto si riferisce al volume del suo serbatoio ed alla calibrazione del cannello, introduco mediante un filo di ferro sottilissimo, una gocciolina di petrolio, e mediante una lampada a gas lo riscaldo lentamente, sino a portarlo ad elevata temperatura. Arresto il riscaldamento quando la porzione quasi impercettibile di petrolio, che è rimasta esclusivamente aderente alle pareti interne del cannello, è trasformata in vapore. Ciò mi viene indicato dalla comparsa di deboli fumi nel piccolo imbuto del dilatometro. In questo momento verso in esso la opportuna quantità di bismuto fuso, e continuando sempre a riscaldarlo cautamente colla fiamma a gas, aiuto la discesa del metallo lungo il cannello, con un movimento alternativo dall'alto in basso del filo di ferro che ho sempre lasciato in esso. Il metallo attraversa il cannello senza aderire alle sue pareti, in virtù delle lievi traccie di petrolio che rimangono ancora nel suo interno.

È in questa maniera che riesco ad introdurre con facilità nel dilatometro, la quantità di bismuto che reputo più opportuna. È facile però introdurre o levare anche in seguito delle piccole porzioni di metallo, in maniera da far sì che questo, quando è tutto fuso ed assume il suo minimo volume, arrivi ancora nel cannello graduato del dilatometro.

Allorchè il dilatometro contiene la voluta quantità di bismuto liquido, allo scopo di permettere a questo di dilatarsi liberamente quando si solidifica e di ovviare così alla rottura dell'istrumento, basta usare l'avvertenza di lasciarlo raffreddare lentissimamente, mantenendo riscaldata la parte superiore del dilatometro; in questa si conserva allora costantemente del metallo fuso che non si oppone all'aumento di volume della porzione più bassa che va solidificandosi, e che obbliga appunto il bismuto liquido che le sta sopra, ad insinuarsi lentamente nel cannello del dilatometro.

Avviene talvolta che fra il metallo ed il vetro rimangono delle piccole cavità. Per farle sparire, basta riscaldare tutto l'apparecchio ad una temperatura superiore a quella della fusione del bismuto, e scuotere il dilatometro, comunicandogli degli urti secchi, per far salire le bollicine di aria o di vapore di idrocarburi ri-

maste nel suo interno e ingrandite per il forte riscaldamento. Si è allora sicuri che tutte le volte che in seguito si fa fondere il metallo, riscaldandolo anche di qualche decina di gradi al disopra della temperatura di fusione, quelle bollicine non si manifestano più.

Il metallo solido che rimane in un dilatometro riempito nel modo descritto, assume sempre una superficie liscia, il più delle volte di aspetto speculare, tantochè l'istrumento sembra contenere del mercurio.

È quasi superfluo accennare, che nella descrizione ora fatta del metodo col quale riesco a riempire il dilatometro col metallo, ho tralasciata l'enumerazione di tanti piccoli artifici ai quali bisogna ricorrere, e che vengono spontanei, quando si voglia porsi in buone condizioni per le osservazioni che devono poscia venire eseguite.

Una volta preparato il dilatometro, resta da superare un'altra difficoltà: quella cioè di poterlo assoggettare al riscaldamento in maniera da fare fondere nel suo interno il bismuto, mantenere la colonnina metallica rinchiusa nel cannello sempre allo stato liquido, e quindi in condizione da poter seguire le variazioni di volume di tutta la massa metallica; e quello che più importa, far sì che possa venire osservata la sua posizione in qualunque momento della esperienza. Ecco come ho disposto l'apparecchio riscaldante, per soddisfare a tali esigenze.

Nel coperchio di un vaso cilindrico di ferro (uno dei soliti recipienti nei quali viene messo in commercio il mercurio), ho fatto praticare tre fori: uno centrale, del diametro di 45 mm., ed altri due laterali, posti su di uno stesso diametro, ma molto più piccoli. In questo vaso, riempito di paraffina, introduco, facendolo passare per il foro maggiore, un tubo di vetro di grande diametro, chiuso alla sua estremità inferiore, e tale da sporgere quasi per un decimetro al di sopra del vaso di ferro. Nei due fori laterali fisso rispettivamente mediante tappi di sovero, un termometro ed un tubo piuttosto lungo di vetro: il primo destinato ad indicare la temperatura del bagno di paraffina; il secondo a far condensare i molti vapori di questa, quando è riscaldata ad elevata temperatura. Fra il tubo centrale di vetro e gli orli del foro per cui esso passa, caccio a forza delle fibre di amianto per impedire anche da questa parte, uno sviluppo troppo grande di vapore di paraffina.

Il cilindro di ferro, che ha grosse pareti, appoggia sopra una

lampada a gas a molte fiamme: e lateralmente viene pure riscaldato da una seconda lampada a gas ad anello, che circonda il vaso circa a metà della sua altezza.

Per impedire che la rapida affluenza dell'aria circostante abbia a tenere troppo abbassata la temperatura del vaso di ferro, e per diminuire anche la grande irradiazione, tutto l'apparecchio è circondato da un ampio cilindro di grossa lamina di ferro stagnato: dei fori praticati nella sua parte inferiore lasciano accedere l'aria necessaria alla combustione del gas, e un coperchio di lamina di rame chiude, ben inteso non ermeticamente, lo spazio anulare aperto, che rimane superiormente fra il vaso interno di ferro ed il cilindro esterno ora descritto.

È nel tubo di vetro centrale, immerso nella paraffina del recipiente di ferro, ed esso pure riempito della stessa sostanza, che introduco il dilatometro assieme ad un termometro a mercurio con pressione interna, e ad un agitatore tenuto in costante movimento. Mercè tale disposizione il cannello del dilatometro è visibile in virtù della trasparenza della parte sporgente del tubo di vetro. Allorquando nelle esperienze mi accorgo che tutto il bismuto contenuto nel dilatometro è fuso, e che ha raggiunto per questo, la sua posizione più bassa nel cannello, sollevo o immergo maggiormente il dilatometro nel bagno interno, cioè nella paraffina del tubo, in modo che la estremità della colonnina di metallo fuso sia appena visibile, e sia quindi maggiore la parte del cannello, che pesca insieme col serbatoio del dilatometro nella parte più bassa del tubo di vetro centrale, che è circondata dal bagno esterno di paraffina. Siccome la temperatura della paraffina della parte sporgente del tubo di vetro viene ad essere eguale a quella della parte immersa per effetto del continuo rimescolamento prodotto dall'agitatore, ne risulta che anche il bismuto contenuto nel cannello si mantiene liquido e può seguire le variazioni di volume della massa metallica racchiusa nel bulbo dell'istrumento.

Quando la variazione di volume del bismuto corrisponde ad un aumento, non è necessaria alcuna precauzione speciale, per conoscere la vera posizione della colonnina metallica nell'interno del tubo sottile: allorchè invece corrisponde ad una diminuzione di volume, per assicurarmi che essa segue regolarmente i movimenti della massa principale, ho l'avvertenza di scuotere di tratto in tratto il dilatometro, oppure di premere lievemente la superficie libera del metallo fuso con un sottile filo di ferro.

Con un simile apparecchio riscaldante, volgendo ogni cura al mantenimento della costanza della temperatura della paraffina del bagno esterno, cioè osservando di continuo il termometro immerso in essa, e regolando opportunamente le fiamme delle due lampade, si può raggiungere nel bagno interno una costanza soddisfacentissima, avuto riguardo alla temperatura elevata alla quale si opera. In nessun caso mi riuscì disagevole conservarla variabile nell'intervallo di solo uno o due gradi, per 15 a 20 minuti, tempo che riconobbi sufficiente perchè il metallo del dilatometro assumesse la temperatura del bagno. I risultati che comunicherò in seguito, mostreranno la buona concordanza di valori determinati in condizioni assai differenti.

Ecco come opero per ottenere i numeri che riferirò più innanzi. Dopo aver riempito il dilatometro con bismuto liquido, ed averlo lasciato raffreddare con tutte le cautele alle quali ho accennato, determino il peso P del metallo, valendomi di una bilancia sensibile al decimo di milligrammo. Noto tale peso, leggo la divisione alla quale arriva il bismuto nel cannello, e calcolo il volume che esso occupa nel dilatometro.

È però da farsi una osservazione. Nel momento in cui il metallo si solidifica nel dilatometro, possiede la temperatura τ di fusione, ed il volume da esso occupato è quindi quello che ha il recipiente di vetro alla stessa temperatura. La lettura che si fa della colonna di bismuto solido nel cannello deve perciò servire a calcolare il volume del bismuto alla temperatura τ. Conosciuto questo volume ed essendosi determinato il peso del metallo, si ha subito la densità D_τ del bismuto solido alla temperatura di fusione.

Tenendo conto di esperienze fatte fra 0 e 100° sulla dilatazione del vetro da me adoperato e del modo col quale varia la dilatazione del vetro coll'aumentare della temperatura, ho creduto di poter assumere nei calcoli per coefficiente medio di dilatazione cubica del vetro fra 0° e temperature prossime a quella della fusione del bismuto, il valore $k = 0,000030$. Non lo ho determinato direttamente per ciascun dilatometro allo scopo di risparmiare un tempo grandissimo, in causa del numero molto grande di dilatometri che sono esposti alla rottura durante il loro riempimento col metallo.

I risultati che voglio ottenere, cioè il valore della variazione della densità del bismuto per effetto del cambiamento di stato, ed il coefficiente di dilatazione di questo metallo allo stato liquido,

non possono essere alterati notevolmente da un piccolo errore nella grandezza del coefficiente di dilatazione del vetro.

Che il bismuto solido nell'interno del dilatometro non abbia alla temperatura ordinaria un volume eguale a quello del dilatometro, lo dimostra il fatto che allorquando il metallo, subito dopo solidificato continua a raffreddarsi, si fanno generalmente sentire ogni qual tratto dei crepitii speciali, come se il vetro si spezzasse. Questi crepitii si rendono ancora più sensibili se si cerca di accelerare il raffreddamento del dilatometro, avvolgendolo ad esempio improvvisamente con un panno, e comprimendovelo attorno colla mano. Io credo di male non appormi, ritenendo che tali rumori sieno prodotti dall'improvviso distaccarsi della superficie del bismuto dalle pareti del dilatometro, quando il primo assume per effetto del raffreddamento un volume minore di quello del dilatometro, che è costituito da sostanza il cui coefficiente di dilatazione è molto più piccolo di quello del bismuto.

Per determinare la densità del bismuto allo stato liquido, porto il dilatometro nel bagno di paraffina, e quando il metallo è tutto fuso, e sono certo che la colonnina liquida del cannello ha seguito rigorosamente la diminuzione di volume di tutta la massa metallica, cerco di conservare costante la temperatura del bagno per un periodo di tempo variabile dai 15 ai 20 minuti. Durante esso osservo mediante un cannocchiale, e noto, di tre in tre minuti, la posizione del bismuto nel cannello, la temperatura del bagno, misurata con un termometro il cui bulbo si trova vicino al serbatoio del dilatometro, ed a metà della sua altezza, ed in fine la temperatura media e la grandezza della colonna sporgente del termometro stesso.

Coi valori delle altezze osservate della colonnina di bismuto, calcolo la posizione media di essa, corrispondente alla temperatura media letta sul termometro e corretta per lo spostamento dello zero e per l'errore prodotto dalla colonna sporgente.

In generale i valori che registro in seguito risultano da esperienze composte di quattro determinazioni; ed ecco come:

Eseguisco una prima determinazione a temperatura prossima ai 290°; quindi lascio abbassare la temperatura sino presso ai 270° per farne una seconda. Risalgo alla temperatura di 290° per poi ritornare ai 270°, compiendo così altre due determinazioni a temperature pressocchè eguali alle prime. Dei due valori che ottengo dalle osservazioni fatte separatamente per le due differenti temperature, prendo rispettivamente la media.

Resta per tal maniera determinata la posizione alla quale arriva il bismuto liquido nel dilatometro a due temperature diverse t e t'. Calcolando il volume del metallo a queste temperature, e conoscendo il suo peso, ho subito le densità D e D' del bismuto liquido alle due temperature t e t'.

Note le densità D e D', basta ricorrere alla formola

$$\alpha = \frac{D - D'}{(t' - \tau)\, D' - (t - \tau)\, D}$$

dove τ indica la temperatura di fusione del bismuto, per avere il medio coefficiente di dilatazione α del bismuto liquido fra le due temperature t e t'.

Siccome la temperatura t è generalmente presa vicina il più che è possibile, alla temperatura τ di fusione del bismuto, così si può ritenere approssimativamente il valore di α eguale al coefficiente medio di dilatazione fra τ e t'.

Mi è facile allora avere anche la densità D_τ' del bismuto liquido, alla temperatura di fusione, la quale mi viene data dalla espressione

$$D_\tau' = D_\tau \left[1 + \alpha\,(t - \tau)\right].$$

Ricavata così la densità D_τ' del bismuto liquido alla temperatura di fusione, ed avendo già ottenuta antecedentemente la densità D_τ di esso, allo stato solido, ma alla stessa temperatura τ, posso colla loro differenza calcolare quale è la variazione percentuale Δ che subisce la densità del bismuto nel passaggio dallo stato liquido allo stato solido; variazione che misura pure quella del volume nel passaggio inverso, dallo stato solido allo stato liquido.

Da quanto ho così esposto, si vede che mi sono messo in condizioni da eseguire delle esperienze che permettono una esattezza ben maggiore di quella alla quale potevano aspirare Niess e Winkelmann da una parte, Chandler e Wrightson dall'altra.

Non sarà qui inutile di dire, che alla fine di ogni esperienza volendo conservare il dilatometro riempito di bismuto e destinarlo ad altre serie di determinazioni, è necessario levarlo dal bagno di paraffina, mentre il metallo è ancora fuso, per lasciarlo

raffreddare, come già dissi, lentamente, e mantenendo fuso il bismuto del cannello fino alla completa solidificazione di quello del serbatoio; unico mezzo per schivare la rottura dell'istrumento.

Ecco i valori ai quali sono pervenuto colle mie esperienze, le quali, per ragioni che appariranno da quanto segue, ritengo utile dividere in tre serie distinte.

RISULTATI DELLE ESPERIENZE

I Serie.

Le esperienze qui registrate furono da me eseguite con due dilatometri differenti nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Torino, e rappresentano le prove che ho fatte per vedere se il metodo corrispondeva allo scopo prefissomi.

Il bismuto adoperato in queste determinazioni era puro; ma di esso non ho potuto determinare la densità alla temperatura ordinaria; il che avrebbe servito ad indicare a un dipresso il suo grado di purezza. Di questo bismuto non ho nemmeno determinato con apposite esperienze la temperatura di fusione. Siccome però la temperatura minima alla quale ho potuto osservarlo allo stato liquido nel dilatometro, mi risultò di 268°, così tengo questo numero come un valore molto probabile di τ.

Do anzitutto il significato dei simboli che qui sotto adopero, e che in parte sono già noti.

$W_{(n)}$ rappresenta il volume del dilatometro a 0°, fino alla divisione n del cannello;

w indica il volume di una divisione del cannello del dilatometro a 0°;

$P_{(m)}$ rappresenta il peso del bismuto, che allo stato solido riempie il dilatometro sino alla divisione m del cannello;

t e t' sono le temperature alle quali vengono determinate le densità

D e D' del bismuto liquido;

D_τ rappresenta la densità del bismuto solido alla temperatura di fusione e

D_τ' la sua densità allo stato liquido ed alla stessa temperatura;

α è il coefficiente medio di dilatazione del bismuto liquido, per l'intervallo di temperatura da τ a t';

Δ indica la variazione procentuale che avviene nella densità del bismuto nel passaggio dallo stato liquido allo stato solido.

DILATOMETRO I.

$W_{(9)} = 6,3788$ cm³ $\quad t = 271°,6 \quad D = 10,021$

$w = 0,00667$ » $\quad t' = 294,8 \quad D' = 9,9965$

$P_{(38)} = 64,3340$ g.

$D_\tau = 9,711 \quad \alpha = 0,000108$

$D_\tau' = 10,025 \quad \Delta = 3,13$

DILATOMETRO II.

$W_{(9,5)} = 8,01027$ cm³ $\quad t = 271°,8 \quad D = 10,031$

$w = 0,00794$ » $\quad t' = 294,8 \quad D' = 10,004$

$P_{(46)} = 81,2610$ g.

$D_\tau = 9,712 \quad \alpha = 0,000118$

$D_\tau' = 10,035 \quad \Delta = 3,22$

I numeri che qui sopra si riferiscono alle densità alle due temperature t e t', rappresentano le medie dei valori ottenuti facendo tre determinazioni alla temperatura t e due determinazioni alla temperatura t'; e ciò per ambidue i dilatometri.

II Serie.

Le esperienze che si trovano raccolte in questa serie, come quelle della successiva, le ho eseguite nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Cagliari. Queste furono fatte impiegando del bismuto del commercio, somministrato come puro. Di esso determinai la temperatura di fusione, la quale, come media di parecchie determinazioni, mi riuscì eguale a 260°,4. La densità di questo bismuto, alla temperatura ordinaria risultò eguale a

9,890; valore troppo elevato per poter ritenere il metallo veramente puro. Ecco i risultati avuti:

DILATOMETRO III.

$W_{(6,3)} = 4,7216$ cm³	$t = 271°,0$	$D = 10,057$
$w = 0,00249$ »	$t' = 288,8$	$D' = 10,038$
$P_{(56)} = 47,7410$ g.		
	$D_\tau = 9,772$	$\alpha = 0,000108$
	$D_\tau' = 10,069$	$\Delta = 2,96$

DILATOMETRO IV.

$W_{(14,2)} = 4,8142$ cm³	$t = 274°,7$	$D = 10,057$
$w = 0,00249$ »	$t' = 289,1$	$D' = 10,040$
$P_{(72,7)} = 48,8671$ g.		
	$D_\tau = 9,776$	$\alpha = 0,000118$
	$D_\tau' = 10,074$	$\Delta = 2,97$

DILATOMETRO V.

$W_{(8,7)} = 4,7558$ cm³	$t = 269°,6$	$D = 10,059$
$w = 0,00252$ »	$t' = 290,3$	$D' = 10,034$
$P_{(67,2)} = 48,2539$ g.		
	$D_\tau = 9,765$	$\alpha = 0,000121$
	$D_\tau' = 10,070$	$\Delta = 3,03$

DILATOMETRO VI.

$W_{(15)} = 4,8403$ cm³	$t = 265°,5$	$D = 10,058$
$w = 0,00252$ »	$t' = 293,6$	$D' = 10,023$
$P_{(70,1)} = 48,9691$ g.		
	$D_\tau = 9,750$	$\alpha = 0,000124$
	$D_\tau' = 10,064$	$\Delta = 3,12.$

III Serie.

Il dubbio che le impurità del bismuto adoperato nelle antecedenti esperienze potessero avere una influenza sensibile sul fenomeno studiato, mi spinse a ripetere le prove con bismuto puro. Devo alla gentilezza del professore G. Missaghi, direttore del Laboratorio di Chimica di questa Università, se ho potuto disporre

di una certa quantità di bismuto veramente puro, da lui stesso preparato.

Tale bismuto ha la densità di 9,804, a 24°,6, riferito all'acqua come unità, alla stessa temperatura. Il valore medio della densità del bismuto in base alle determinazioni dello Schröder e del Matthiessen (1) è infatti 9,80.

La temperatura di fusione dello stesso bismuto, mi risultò eguale a 270°,9, con un termometro a mercurio (a pressione interna di gas), il quale alla temperatura di 238° era stato confrontato con un termometro ad aria. La temperatura di fusione del bismuto fu trovata dal Person con un termometro ad aria, eguale a 266°,8, e con un termometro a mercurio 270,5. La stessa temperatura determinata dal Rudberg è 268°,3 (2).

DILATOMETRO VII.

$W_{(34,9)} = 4,7926$ cm³	$t = 276°,7$	$D = 9,9935$
$w = 0,00249$ »	$t' = 300,2$	$D' = 9,9674$
$P_{(106,1)} = 48,4548$ g.		
	$D_\tau = 9,671$	$\alpha = 0,000112$
	$D_\tau' = 10,000$	$\Delta = 3,29.$

DILATOMETRO VIII.

$W_{(7,3)} = 4,1965$ cm³	$t = 271°,8$	$D = 10,015$
$w = 0,002498$ »	$t' = 289$	$D' = 9,995$
$P_{(63,1)} = 42,3238$ g.		
	$D_\tau = 9,683$	$\alpha = 0,000112$
	$D_\tau' = 10,016$	$\Delta = 3,32.$

Raccolgo qui presso in una sola tabella i risultati ottenuti colle varie sorta di bismuto; e calcolo per ognuna di esse i valori medii dei risultati avuti coi singoli dilatometri.

Nella prima colonna sono indicati i numeri che contrassegnano i dilatometri impiegati; nella seconda la temperatura τ di fusione del metallo studiato, e nella terza la sua densità D alla temperatura ordinaria. Nelle due successive colonne vengono registrati i valori D_τ e D_τ' delle densità del bismuto solido e li-

(1) (2) LANDOLT und BÖRNSTEIN. — *Physikalisch-Chemische Tabellen.*

quido alla temperatura di fusione. Sotto Δ si hanno i valori della variazione procentuale della densità del bismuto nel passaggio dallo stato liquido al solido; ed infine sotto α il medio coefficente di dilatazione del bismuto liquido fra τ e 290° allo incirca.

Dilatometro	τ	D	D_{τ}	D_{τ}'	Δ	α
I.	268°		9,711	10,025	3,13	0,000108
II.			9.712	10,035	3,22	0,000118
	Valori medi.		9,7115	10,030	3,18	0,000113
III.	260°,4	9,890	9,772	10,069	2,96	0,000108
IV.			9,776	10,074	2,97	0,000118
V.			9,765	10,070	3,03	0,000121
VI.			9,750	10,064	3,12	0.000124
	Valori medi.		9,766	10,069	3,02	0,000118
VII.	270°,9	9,804	9,671	10,000	3.29	0,000112
VIII.			9,683	10,016	3,32	0,000112
	Valori medi.		9,677	10,008	3,305	0,000112

Se si considerano i valori che danno la densità D_{τ} del bismuto solido alla temperatura di fusione, si vede che sono pressochè eguali per la prima e per la terza qualità di metallo; i valori medi essendo rispettivamente 9,71 e 9,68. Anche la variazione procentuale Δ della densità, che ha luogo all'atto del cambiamento di stato, è di poco diversa per queste due sorta di bismuto; in fatto per la prima qualità si ha $\Delta = 3,2$, e per la seconda $\Delta = 3,3$. Quanto al coefficiente di dilatazione α è da considerarsi assolutamente eguale nei due casi.

Il bismuto impiegato nella seconda serie, mostra invece di comportarsi diversamente da quello adoperato nelle altre esperienze. Come ho già notato esso possiede una densità maggiore, ed i valori di Δ (3,0) e di α (0,000118) sono alquanto diversi da quelli ottenuti per le altre qualità di metallo.

Volendo stabilire, in seguito ai risultati delle mie esperienze, dei numeri che diano la densità del bismuto tanto liquido che solido, alla temperatura di fusione, nonchè il coefficiente di dilatazione di questo metallo allo stato liquido, io stimo preferibili i risultati della terza serie di esperienze, come quelli eseguiti col bismuto perfettamente puro; essi sono i seguenti:

Densità del bismuto solido riferita all'acqua come unità, alla temperatura di 24° . . . . . $D = 9,804$

Densità del bismuto solido alla temperatura di fusione . . . . $D_\tau = 9,68$

Densità del bismuto liquido, alla stessa temperatura . . . . $D_\tau' = 10,01$

Variazione procentuale della densità nel passaggio dallo stato liquido al solido . . . . . $\Delta = 3,3$

Coefficiente medio di dilatazione del bismuto fuso, fra τ e 300° . . . . $\alpha = 0,000112$

Nelle esperienze fatte colle diverse qualità di bismuto, ho riscontrato che quando si lascia raffreddare lentamente il metallo fuso, esso incomincia ad aumentare di volume solo alla temperatura di fusione. Il bismuto assume quindi la sua massima densità allo stato liquido ed alla temperatura di fusione.

Se in base al valore di Δ registrato più sopra si calcola l'influenza della pressione sulla temperatura di fusione del bismuto, si trova che per l'aumento di pressione di un'atmosfera la sua temperatura di fusione si abbassa di 0°,0034.

Confronto dei risultati ottenuti con quelli di antecedenti determinazioni.

È ora utile fare un paragone dei risultati che ho ottenuti con quelli degli altri esperimentatori.

Niess e Winkelmann, seguendo il metodo che ho descritto al principio del presente scritto, fecero le loro determinazioni operando sopra un chilogrammo di bismuto fuso, nel quale intro-

ducevano dei pezzi dello stesso metallo zavorrati nel loro interno con pezzi di platino.

Il metodo seguìto dai due fisici presenta, non v'è dubbio, delle incertezze per quanto si riferisce alla temperatura della massa fusa, e, quello che più importa, anche alla vera causa del fenomeno del galleggiamento del metallo solido sul fuso. Tuttavia, i due sperimentatori hanno trovato per il bismuto dei risultati che si accostano a quelli ai quali io pure sono pervenuto.

Per questo metallo hanno stabilito colle loro esperienze, che il valore del rapporto $\frac{D_\tau'}{D_\tau}$ delle densità del bismuto liquido e solido alla temperatura di fusione è compreso fra i limiti assegnati dalla disuguaglianza

$$1{,}0310 < \frac{D_\tau'}{D_\tau} < 1{,}0497.$$

Se io calcolo lo stesso rapporto coi valori che ho determinato per $D_\tau = D_\tau'$, ottengo

$$\frac{D_\tau'}{D_\tau} = 1{,}034.$$

Non è però inutile osservare che i due fisici tedeschi hanno operato su bismuto impuro, perchè alla temperatura di 13° esso aveva la densità 10,20, che è molto lontana da quella 9,80 del metallo puro.

Chandler e Wrightson hanno studiato del bismuto che alla temperatura ordinaria aveva la densità 9,82.

Coll'impiego dell'oncosimetro hanno trovato per la densità del bismuto liquido il valore 10,055; numero alquanto superiore a 10,01 che è quello da me determinato. La differenza però si mostra in un senso che è giustificato dalla maggiore densità del bismuto solido studiato dai due fisici inglesi.

Il numero 3,3 che secondo le mie esperienze dà la variazione procentuale della densità del bismuto al cambiare di stato di aggregazione, non può venire confrontato col numero 2,3 dato per la stessa variazione da Chandler e Wrightson, perchè essi non hanno confrontato le densità del bismuto liquido e del bismuto solido alla stessa temperatura.

Dal Laboratorio di Fisica della R. Università di Cagliari, luglio 1886.

Sull'effetto Thomson, Studio sperimentale di ANGELO BATTELLI.

W. Thomson nella sua *teoria meccanica delle correnti termoelettriche* (*) fu indotto ad ammettere, che in una coppia termoelettrica, oltre alle forze elettromotrici esistenti ai punti di contatto dei due metalli diversi, esista pure una forza elettromotrice in ogni sezione di ciascun metallo, quantunque omogeneo, dovuta soltanto alle differenze della temperatura nello stesso metallo. Dopo una lunga serie d'ingegnose ricerche, che sono minutamente descritte nelle *Philosophical Transactions* dell'anno 1856, il Thomson riescì a porre fuor di dubbio l' esistenza di quella forza elettromotrice.

Dopo di lui, nel 1867, Le Roux (**) pubblicò più estese e complete esperienze su tale soggetto, eseguite con metodo diverso e più semplice.

Non istarò a descrivere le esperienze di Le Roux perchè si trovano ben riportate nei migliori trattati di Fisica, nè trascriverò i valori relativi dell'effetto Thomson da lui ottenuti pei vari metalli, perchè si trovano nei medesimi trattati.

Dopo Le Roux, i signori John Trowbridge e Charles Bingam Penrose (***) studiarono l'effetto Thomson sul carbone e sul nickel, specialmente su quest'ultimo, per vedere se l'effetto rimanesse alterato dalla magnetizzazione.

Ma Le Roux tentò nella memoria sopracitata di ottenere anche una misura in valore assoluto dell'effetto Thomson, usando a tal uopo la lega di bismuto e di antimonio detta bismuto di Becquerel. Egli ammetteva che, dentro certi limiti, le variazioni di temperatura fossero proporzionali al calore sviluppato; e trovò così che nel bismuto di E. Becquerel la variazione di temperatura dovuta all'effetto Thomson, per la corrente da lui adoperata, era $^1/_{50}$ dell'effetto calorifico Joule. Mettendo allora l'asta in un calorimetro, e facendo passare la stessa corrente, misurava le ca-

(*) *Proceedings of the R. Society of Edinburg*, dec. 1851.
(**) *Ann. de Chimie et de Physique*, 4me série, t. X, p. 201.
(***) *Philosophical Mag.*, vol. XIV, s. V, pag. 440 (1882).

lorie sviluppate nell'asta e da queste deduceva il valore dell'effetto Thomson. Come vedesi, il metodo di Le Roux non consentiva in questa misura una grande precisione: perciò ho creduto interessante di intraprendere nuove ricerche su tale argomento.

Ho scelto a quest'uopo fra i metalli il cadmio, perchè è fra quelli che presenta un effetto più grande, e tra quelli la cui massa è più omogenea. Ho formato due aste di cadmio puro, perfettamente uguali, della lunghezza di 30 cm. e del diametro di 5 mm. Queste aste erano ricoperte nel loro mezzo per la lunghezza di 5 cm. con una vernice isolante *a base di coppale*, la quale resisteva a temperature superiori ai 200°, e alle stesse temperature proteggeva perfettamente le aste dal mercurio in cui dovevano essere immerse. Siccome però ad alta temperatura facilmente si screpolava, così, appena data la prima mano di vernice, ricoprivo il tratto con un nastro sottilissimo di seta. In tal modo la vernice riempiva gli interstizi della tela, e si evitava quindi ogni pericolo di screpolatura, rimanendo pur sempre sottilissimo lo strato isolante. Nell'istesso tempo ho verniciato pure un'estremità di ciascun'asta, lasciando scoperta l'altra estremità. Le due aste passavano poi longitudinalmente in due vaschette di lamina sottile di ferro perfettamente uguali, lunghe 4 cm. larghe $0^{cm},8$ ed alte $1^{cm},5$ le quali occupavano i tratti di mezzo delle aste. I fori per cui passavano le aste erano ermeticamente chiusi con piccoli anelli di sughero immasticati con biacca, perchè nelle vaschette dovea porsi del mercurio. Siccome mi era necessario conoscere in ogni asta le temperature dei punti corrispondenti alle due estremità della vaschetta, così in ciascuno di questi punti avevo fissata una saldatura di una coppia termoelettrica formata da fili sottili di ferro e pakfong, stringendola fra due strati di vernice; mentre l'altra saldatura veniva tuffata in un bicchiere pieno di petrolio, in cui era immerso un termometro. I fili di queste coppie potevano immergersi a piacere in due bicchierini di mercurio, i quali erano in comunicazione con un galvanometro ordinario *G*.

Le due estremità verniciate delle aste penetravano per 5 cm. in un recipiente *A* ove si poneva del ghiaccio fondente, e le altre due estremità penetravano in un altro recipiente *B*, ove per mezzo di vapori si otteneva pure una temperatura costante. Queste ultime estremità erano congiunte insieme, per mezzo di due torchietti, da un grosso filo di rame; mentre altri due torchietti fissati dall'altra parte delle aste, ove cominciava la vernice, servivano a metterle in comunicazione coi reofori di una pila.

In ciascuna delle due vaschette ho posto una uguale quantità di mercurio, in modo che giungesse a coprire le aste e vi ho poi tuffate rispettivamente le due estremità di una pila termoelettrica formata di due coppie ferro-pakfong, avendo avuto cura di coprirle colla vernice e col nastro di seta che avevo adoperato per le aste di cadmio. I fili della pila erano congiunti con un sensibilissimo galvanometro di Thomson, del quale nel corso di queste esperienze di tratto in tratto ho determinato la sensibilità, ed ho trovato come media di molte determinazioni, che per la differenza di un grado fra le temperature delle estremità della pila, si otteneva nella scala del galvanometro una deviazione di 942 divisioni.

Si trovavano inoltre nelle vaschette due agitatori che erano formati di lamina sottilissima di ferro, affinchè, quantunque avessero piccola capacità termica, potessero generare nella massa del mercurio una grande agitazione.

Era necessario per le mie esperienze conoscere con esattezza l'equivalente in acqua di ogni vaschetta insieme col mercurio colla punta della pila termoelettrica, coll'agitatore e col tratto di asta che v'erano contenuti. Era necessario inoltre che il valore dell'equivalente fosse lo stesso per ciascuna vaschetta. Perciò ho fatto dapprima le rispettive determinazioni dei due valori, ed ho aggiunto poi nella seconda vaschetta quella piccola quantità di mercurio che era sufficiente per rendere il suo equivalente uguale a quello della prima.

Per fare queste determinazioni, ho usato un'asticella di ferro, unita per mezzo di un filo pure di ferro ed un bastoncino di legno.

Collocavo l'asticella in una stufa di Bunsen, nella quale circolavano vapori d'acqua bollente. Quando l'asta di ferro ne aveva assunta la temperatura, accostavo la stufa alla vaschetta e per mezzo del bastoncino di legno trasportavo rapidamente l'asta di ferro dalla stufa nella vaschetta e la tenevo immersa nel mercurio, per mezzo dello stesso bastoncino, e frattanto ponevo in movimento l'agitatore.

Nell'istesso tempo un'altra persona osservava il galvanometro di Thomson, a cui per queste determinazioni avevo applicata una derivazione, essendo troppo intensa la corrente che doveva attraversarlo rispetto alla sua sensibilità; e quindi lo avevo per questo caso anche nuovamente graduato.

Siccome si era cercato precedentemente con esattezza il calore specifico dell'asta di ferro adoperata, così avevo tutti i dati per calcolare gli equivalenti in acqua delle due vaschette.

Resi poi uguali nel modo sopra indicato i due equivalenti. il loro comune valore ricavato da parecchie determinazioni, mi risultò uguale a $15^{gr.},4$.

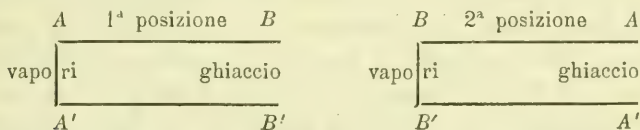
E s'introdusse nei calcoli sempre questo valore determinato alla temperatura dell'ambiente, quantunque nelle esperienze delle misure dell'effetto Thomson, la temperatura delle vaschette fosse più elevata di quella dell'ambiente. Poichè, secondo le esperienze di Winkelmann (*), il calore specifico del mercurio può ritenersi costante entro certi limiti di temperatura; e secondo esperienze che si stanno facendo in questo laboratorio di fisica, le variazioni del calore specifico del ferro e del cadmio sono così piccole, da potersi nel mio caso affatto trascurare.

Ora, se si chiude il circuito della pila idroelettrica, quando nelle aste il passaggio del calore è allo stato permanente, noi avremo in ambedue le vaschette un effetto calorifico; e precisamente nell'una avremo un effetto ai^2+bi, nell'altra ai^2-bi, essendo i l'intensità della corrente, a e b due costanti; la differenza ci dà $2bi$, che è il doppio dell'effetto Thomson per quella data intensità di corrente. E siccome le due vaschette hanno lo stesso equivalente in acqua, così il valore di $2bi$ si otterrà senz'altro moltiplicando tale equivalente per la differenza di temperatura indicata dalla pila termoelettrica.

Per quanto mi studiassi di avere due aste di cadmio ben omogenee, tuttavia non potevo lusingarmi di essere riuscito perfettamente nell'intento; e siccome le piccole eterogeneità che potevano esistere, davano luogo ad effetti Peltier, che alteravano il valore dell'effetto Thomson, così ho cercato di toglierne l'influenza, seguendo in questo il metodo di Le Roux. Cioè dopo aver fatta una prima serie di terminazioni, invertivo le aste, ponendo nei vapori le estremità che prima erano nel ghiaccio, e viceversa.

Allora se si rappresenta con ε il valore dell'effetto Thomson in ciascuna delle due aste, con e la somma di tutti gli altri effetti termici invertibili nell'asta AB, e con e' la stessa somma relativa all'asta $A'B'$,

A 1ª posizione B — vapori | ghiaccio — A' B'

B 2ª posizione A — vapori | ghiaccio — B' A'

(*) Poggendorf's Ann., CLIX, 152 (1876).

si ottiene con l'apparecchio nella prima posizione,

$$\left.\begin{array}{lll} \text{in } AB & \text{l'effetto} & \varepsilon + e \\ \text{» } A'B' & \text{»} & -\varepsilon - e' \end{array}\right\} \text{per un senso della corrente}$$

effetto indicato dalla pila immersa nelle vaschette $= 2\varepsilon + e + e'$.

E così si ha:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{in } AB & \text{l'effetto} & -\varepsilon - e \\ \text{» } A'B' & \text{»} & +\varepsilon + e' \end{array}\right\} \text{per l'altro senso della corrente}$$

effetto indicato dalla pila immersa nelle vaschette $= -2\varepsilon - e - e'$.

La differenra dei due effetti, o l'effetto totale è

$$\delta = 4\varepsilon + 2e + 2e' .$$

Invece con l'apparecchio nella 2^a posizione si avrà un effetto totale

$$\delta' = 4\varepsilon - 2e - 2e'.$$

E facendo la somma dei due numeri δ e δ' si otterrà:

$$\delta + \delta' = 8\varepsilon.$$

Questo procedimento è per certo molto esatto nel mio caso, in cui le eterogeneità sono piccolissime.

Non essendo però unico scopo del mio lavoro l' ottenere la misura dell'effetto Thomson in valore assoluto, ma anche il ricercare come esso varii al variare dell'intensità della corrente e della temperatura, ho diviso lo studio in due parti:

1° Determinazione dell'effetto Thomson per correnti di diversa intensità.

2° Determinazione della legge, secondo la quale, al variare della temperatura, varia l'intensità del fenomeno.

Ho fatto quindi le prime esperienze facendo bollire acqua nel recipiente B, così che le estremità congiunte delle due aste erano avvolte dai vapori, ai quali era permessa l'uscita attraverso un foro del coperchio. In una esperienza preliminare, dopo alcune ore da che i vapori si sviluppavano, ho cominciato ad agitare il mercurio nelle vaschette, e quando il passaggio del calore ebbe raggiunto lo stato permanente, ho determinate le temperature esistenti nelle aste alle estremità delle due vaschette, immergendo successivamente i fili delle rispettive coppie termoelettriche nei

due bicchierini di mercurio che conducevano al galvanometro ordinario *G*. Poi ho fatto passare attraverso alle aste, per l'intervallo di 10 minuti primi, una corrente d'intensità uguale a quella che volevo usare per le prossime determinazioni. Alla fine di questo intervallo ho determinato nuovamente le temperature esistenti nelle aste alle estremità delle due vaschette: e siccome le variazioni erano molto piccole e sensibilmente uguali in ambedue le aste, così potevo ammettere che, quando la corrente fosse passata per 20 minuti (come io facevo poi nelle successive determinazioni) l'effetto ottenuto in questo intervallo fosse lo stesso, che se io avessi mantenute nelle aste le temperature di quelle sezioni sempre uguali a quelle determinate dopo 10 minuti da che passava la corrente.

Nelle susseguenti esperienze, le quali servivano direttamente alla misura dell'effetto Thomson, lasciavo anche sviluppare per alcune ore il vapore, agitando il mercurio nelle vaschette, e quando si vedeva la macchia di luce del galvanometro a riflessione sufficientemente ferma sulla scala, determinavo pure le temperature esistenti nelle aste alle due estremità delle vaschette, in modo che esse fossero non solo rispettivamente uguali nelle due aste, ma che inoltre in tutte le esperienze queste temperature si mantenessero uguali a quelle osservate prima del passaggio della corrente, nell'esperienza preliminare sopracitata. E ciò facendo penetrare di più o di meno, secondo il bisogno, l'una o l'altra asta nel recipiente *A* o nel recipiente *B*.

Allora si cominciava ad osservare di 30 in 30 secondi la macchia di luce sulla scala del galvanometro per lo spazio di 20 minuti primi, seguitando sempre a mantenere agitato il mercurio delle vaschette. Dopo ciò, si faceva passare la corrente attraverso alle aste per altri 20 minuti; e mentre si leggeva di 30 in 30 secondi la posizione della macchia di luce sulla scala del galvanometro Thomson, si notava pure di minuto in minuto, per mezzo di un terzo reometro già graduato, l'intensità della corrente che attraversava le aste. E finalmente, interrotto il circuito, si continuava ad osservare di 30 in 30 secondi la posizione della macchia di luce sulla scala per lo spazio di altri 20 minuti primi, non avendo mai interrotto, durante tutta l'esperienza, il movimento del mercurio nelle vaschette.

Così arrecando la dovuta correzione allo spostamento prodotto sulla scala nell'intervallo del passaggio della corrente me-

diante gli spostamenti ottenuti in uguali intervalli prima e dopo il passaggio, potevo ricavare la deviazione totale della macchia sulla scala, la quale mi dava la variazione di temperatura avvenuta fra le due estremità della pila termoelettrica. Di poi invertivo la corrente, e ripetevo l'esperienza.

Fatto così un certo numero di determinazioni, invertivo le aste, avendo cura di verniciare le estremità che nelle esperienze precedenti erano scoperte e di scoprire quelle che erano verniciate. La corrente che si faceva passare attraverso le aste era generata da *due* coppie Bunsen.

Nella seguente tabella si trovano i risultati di *sei* esperienze fatte colle aste nella prima posizione e di altre sei fatte colle aste nella seconda posizione. Nella colonna controsegnata con N, vi sono i numeri d'ordine delle esperienze; nella colonna i le intensità della corrente in unità del sistema C. G. S.; nella colonna Δ le deviazioni osservate sulla scala a cui si è apportata la debita correzione; nella colonna θ le differenze di temperatura calcolate fra le due vaschette; nella colonna L il prodotto di tale differenza per l'equivalente in acqua di una vaschetta con ciò che vi è contenuto.

In ciascun'asta le temperature dei punti alle due estremità della vaschetta, dopo dieci minuti che passava la corrente, erano in ogni esperienza di 63°,5 e di 42°,5.

Apparecchio nella prima posizione.

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L	
1	0,31	11	0,0113	0,174	corrente nel 1° senso
2	0,30	12	0,0122	0,186	
3	0,30	10	0,0106	0,163	
4	0,29	11	0,0113	0,174	
5	0,31	9	0,0095	0,146	
6	0,31	13	0,0138	0,212	
media	0,303	—	—	0,176	

Segue *Apparecchio nella prima posizione.*

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L	
7	0,30	— 13	— 0,0138	— 0,212	corrente nel 2° senso
8	0,30	— 13	— 0,0138	— 0,212	
9	0,32	— 10	— 0,0106	— 0,163	
10	0,30	— 9	— 0,0095	— 0,146	
11	0,31	— 14	— 0,0148	— 0,228	
12	0,29	— 11	— 0,0113	— 0,174	
media	0,303	—	—	— 0,189	

Apparecchio nella seconda posizione.

N	i	Δ	θ	L	
1	0,28	12	0,0122	0,186	corrente nel 1° senso
2	0,33	11	0,0113	0,174	
3	0,30	8	0,0085	0,129	
4	0,31	10	0,0106	0,163	
5	0,32	8	0,0085	0,129	
6	0,32	9	0,0095	0,146	
media	0,310	—	—	0,1545	
7	0,29	— 14	— 0,0148	— 0,228	corrente nel 2° senso
8	0,29	— 12	— 0,0122	— 0,186	
9	0,31	— 13	— 0,0138	— 0,212	
10	0,30	— 14	— 0,0148	— 0,228	
11	0,28	— 15	— 0,0159	— 0,245	
12	0,32	— 10	— 0,0106	— 0,163	
media	0,298	—	—	— 0,213	

In queste tabelle ho dato il segno (—) ai valori di Δ, θ e L nel caso in cui la corrente è nel 2° senso, per indicare che allora si ha un effetto opposto a quello che si ha col 1° senso della corrente.

Nel fatto, se si prende in considerazione una delle due aste, si ha sviluppo di calore, quando la corrente elettrica va nello stesso senso della corrente termica, e assorbimento nel caso contrario.

Se rappresentiamo con L_1, L_2, L_3, L_4 i successivi valori medii di L in queste quattro serie di esperienze, per quello che si è detto antecedentemente, si deve avere

$$8\,\varepsilon_1 = L_1 - L_2 + L_3 - L_4 \quad ,$$

indicando con ε_1 il calore sviluppato corrispondentemente all'effetto Thomson, mentre la corrente i passa nell'asta per 20 minuti primi fra due sezioni che differiscono di 21° nella temperatura.

E perciò il calore sviluppato per tale effetto nell'asta in un secondo, mentre l'unità di corrente passa fra due sezioni che differiscono fra loro di 1° nella temperatura, sarà

$$\varepsilon = \frac{L_1 - L_2 + L_3 - L_4}{8 .\, i .\, 21 .\, 1200} \; .$$

Ora, il valore medio di i è uguale a 0,303 per cui avremo

$$\varepsilon = \frac{0,176 + 0,189 + 0,1545 + 0,213}{8 \times 0,303 \times 21 \times 1200} = 0,000011991.$$

Le Roux, nella memoria sopra citata sperimentando sul pakfong, ha trovato che l'effetto Thomson è molto prossimamente proporzionale all'intensità della corrente. Haga (*) in uno studio recente sull'effetto Thomson nel mercurio ha trovato anche per questo metallo sufficientemente verificata tale proporzionalità.

Nell'eseguire questa verificazione per il cadmio, usando correnti di diversa intensità, io ho avuto cura che in ogni caso mentre il passaggio del calore era allo stato permanente, e dopochè la corrente passava per 10 minuti primi le temperature relative alle due estremità delle vaschette, fossero in ogni asta di 63°,5 e di 42°,5 come nelle esperienze precedenti. Cosicchè sperimentavo in condizioni al tutto identiche alle primitive.

Le tabelle seguenti dànno i risultati delle esperienze.

(*) *Ann. de l'École Polytechnique de Delft.* 1er liv., pag. 145 (1884).

Apparecchio nella prima posizione.

N	*i*	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	*L*	
1	0,52	20	0,0212	0,326	corrente nel 1° senso
2	0,54	20	0,0212	0,326	
3	0,53	21	0,0223	0,333	
4	0,54	18	0,0191	0,294	
5	0,50	22	0,0233	0,359	
6	0,51	19	0,0201	0,309	
media	0,523	—	—	0,3245	
7	0,51	— 17	— 0,0180	— 0,277	corrente nel 2° senso
8	0,51	— 18	— 0,0191	— 0,294	
9	0,50	— 18	— 0,0191	— 0,294	
10	0,53	— 23	— 0,0244	— 0,376	
11	0,56	— 22	— 0,0233	— 0,359	
12	0,55	— 22	— 0,0233	— 0,359	
media	0,527	—	—	— 0,3265	

Apparecchio nella seconda posizione

N	*i*	Δ	θ	*L*	
1	0,52	21	0,0223	0,333	corrente nel 1° senso
2	0,52	20	0,0212	0,326	
3	0,54	18	0,0191	0,294	
4	0,54	22	0,0233	0,359	
5	0,51	18	0,0191	0,294	
6	0,50	21	0,0223	0,333	
media	0,522	—	—	0,323	

Segue *Apparecchio nella seconda posizione.*

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L
7	0,50	— 16	— 0,0169	— 0,260
8	0,50	— 18	— 0,0191	— 0,294
9	0,52	— 19	— 0,0201	— 0,309
10	0,49	— 22	— 0,0233	— 0,359
11	0,50	— 19	— 0,0201	— 0,309
12	0,49	— 16	— 0,0169	— 0,260
media	0,50	—	—	— 0,2985

corrente nel 2° senso

Donde si ricava il valore

$$\varepsilon = \frac{0,3245 + 0,3265 + 0,323 + 0,2985}{8 \times 0,518 \times 21 \times 1200} = 0,000012185.$$

Il valore ottenuto per ε in questo caso è molto prossimo al precedente, se si considerano le difficoltà di questi esperimenti; e può quindi ritenersi che, variando l'intensità della corrente fra 0,3 e 0,5 unità assolute (C. G. S.), resti avverata la proporzionalità fra la corrente stessa e l'effetto Thomson.

Fu aumentata ancora l'intensità della corrente, e si ottennero i seguenti risultati:

Apparecchio nella prima posizione

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L
1	0,81	25	0,0265	0,408
2	0,80	27	0,0287	0,442
3	0,84	22	0,0233	0,360
4	0,85	24	0,0255	0,393
5	0,84	23	0,0245	0,377
6	0,81	22	0,0233	0,359
media	0,825	—	—	0,390

corrente nel 1° senso

Segue *Apparecchio nella prima posizione.*

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L
7	0,79	— 26	— 0,0276	— 0,425
8	0,79	— 26	— 0,0276	— 0,425
9	0,85	— 24	— 0,0255	— 0,393
10	0,85	— 29	— 0,0308	— 0,474
11	0,83	— 25	— 0,0265	— 0,408
12	0,81	— 23	— 0,0245	— 0,377
media	0,82	—	—	— 0,417

corrente nel 2° senso

Apparecchio nella seconda posizione.

N	i	Δ	θ	L
1	0,80	22	0,0233	0,359
2	0,80	23	0,0245	0,377
3	0,79	21	0,0223	0,343
4	0,78	27	0,0287	0,442
5	0,81	23	0,0245	0,377
6	0,82	20	0,0212	0,326
media	0,80	—	—	0,371

corrente nel 1° senso

N	i	Δ	θ	L
7	0,82	— 21	— 0,0223	— 0,343
8	0,83	— 24	— 0,0255	— 0,393
9	0,80	— 23	— 0,0245	— 0,377
10	0,79	— 22	— 0,0233	— 0,359
11	0,80	— 24	— 0,0255	— 0,393
12	0,80	— 23	— 0,0245	— 0,377
media	0,807	—	—	— 0,374

corrente nel 2° senso

Da cui

$$\varepsilon = \frac{0,390 + 0,417 + 0,371 + 0,374}{8 \times 0,812 \times 21 \times 1200} = 0,000009469.$$

Questo valore di ε è alquanto discosto dai precedenti; ma deve considerarsi che nel presente caso i disturbi che potevano aversi nelle esperienze a cagione del calore Joule, sono ingranditi d'assai pel forte aumento nell'intensità della corrente; il che apparisce anche manifesto dalla minore concordanza dei singoli risultati in ciascuna tabella. Perciò mi pare che anche a questo caso si possa estendere la proporzionalità fra l'intensità della corrente e l'effetto Thomson.

Per misurare l'effetto Thomson a temperature maggiori, mi era necessario mettere nel vaso B un liquido che bollisse a temperatura più elevata. Ho scelto per questo del petrolio che era stato precedentemente distillato; e affinchè il suo punto d'ebollizione non potesse variare, ho saldato al recipiente B un coperchio, a cui era adattato un tubo refrigerante, nel quale entrando il vapore del petrolio, veniva condensato e ricadeva quindi nel recipiente.

In queste nuove condizioni ho fatto esperienze usando tre correnti successive della stessa intensità di quelle usate nelle condizioni anteriori: e facendo passare la corrente pure per lo spazio di 20 minuti primi.

Si avevano in ciascun'asta nei punti corrispondenti alle due estremità della vaschetta, le temperature di 124°,1 e 92°,7, dopo 10 minuti primi dacchè passava la corrente.

Ecco i risultati delle esperienze:

Apparecchio nella prima posizione.

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L	
1	0,30	19	0,0202	0,311	corrente nel 1° senso
2	0,32	18	0,0191	0,294	
3	0,31	20	0,0212	0,326	
4	0,30	17	0,0180	0,277	
5	0,30	18	0,0191	0,294	
6	0,28	19	0,0202	0,311	
media	0,303	—	—	0,302	
7	0,32	−19	−0,0202	−0,311	corrente nel 2° senso
8	0,32	−22	−0,0233	−0,359	
9	0,31	−22	−0,0233	−0,359	
10	0,28	−19	−0,0202	−0,311	
11	0,27	−16	−0,0169	−0,260	
12	0,31	−17	−0,0180	−0,277	
media	0,303	—	—	−0,313	

Apparecchio nella seconda posizione.

N	i	Δ	θ	L	
1	0,31	22	0,0233	0,359	corrente nel 1° senso
2	0,31	16	0,0169	0,260	
3	0,30	19	0,0202	0,311	
4	0,30	18	0,0191	0,294	
5	0,29	22	0,0233	0,359	
6	0,30	19	0,0202	0,311	
media	0,303	—	—	0,316	

Segue *Apparecchio nella seconda posizione.*

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L	
7	0,31	— 18	— 0,0191	— 0,294	corrente nel 2° senso
8	0,28	— 19	— 0,0202	— 0,311	
9	0,30	— 22	— 0,0233	— 0,359	
10	0,29	— 19	— 0,0202	— 0,311	
11	0,29	— 17	— 0,0180	— 0,277	
12	0,30	— 19	— 0,0202	— 0,311	
media	0,295	—	—	— 0,3105	

Da cui

$$\varepsilon = \frac{0,302 + 0,313 + 0,316 + 0,3105}{8 \times 0,301 \times 31,4 \times 1200} = 0,00001369.$$

Ho fatto poi esperienze con la seconda corrente (di 0,520 unità all'incirca) avendo cura che in ogni asta le temperature alle due estremità della vaschetta fossero di 124°,1 e 92°,7, dopo 10 minuti primi dacchè passava la corrente.

Apparecchio nella prima posizione.

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L	
1	0,52	32	0,0340	0,524	corrente nel 1° senso
2	0,53	36	0,0382	0,588	
3	0,50	30	0,0318	0,490	
4	0,51	31	0,0329	0,507	
5	0,49	30	0,0318	0,490	
6	0,52	34	0,0361	0,556	
media	0,513	—	—	0,526	

Segue *Apparecchio nella prima posizione.*

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L
7	0,51	— 32	— 0,0340	— 0,524
8	0,50	— 32	— 0,0340	— 0,524
9	0,52	— 33	— 0,0350	— 0,539
10	0,52	— 30	— 0,0318	— 0,490
11	0,52	— 29	— 0,0308	— 0,474
12	0,50	— 35	— 0,03715	— 0,572
media	0,513	—	—	— 0,5205

corrente nel 2° senso

Apparecchio nella seconda posizione.

N	i	Δ	θ	L
1	0,50	34	0,0361	0,556
2	0,51	35	0,03715	0,572
3	0,51	30	0,0318	0,490
4	0,52	31	0,0329	0,507
5	0,51	30	0,0318	0,490
6	0,50	32	0,0340	0,524
media	0,508	—	—	0,523

corrente nel 1° senso

N	i	Δ	θ	L
7	0,51	— 29	— 0,0308	— 0,474
8	0,51	— 28	— 0,0297	— 0,457
9	0,50	— 31	— 0,0329	— 0,507
10	0,52	— 34	— 0,0361	— 0,556
11	0,52	— 31	— 0,0329	— 0,507
12	0,48	— 30	— 0,0318	— 0,490
media	0,507	—	—	— 0,4985

corrente nel 2° senso

Da cui

$$\varepsilon = \frac{0,526 + 0,5205 + 0,523 + 0,4985}{8 \times 0,510 \times 31,4 \times 1200} = 0,00001345,$$

il quale valore è molto concordante col precedente.

Infine con la corrente di 0, 80 unità circa ho ottenuto i seguenti risultati:

Apparecchio nella prima posizione

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L	
1	0,82	51	0,0541	0,833	corrente nel 1° senso
2	0,84	50	0,0531	0,818	
3	0,80	52	0,0552	0,850	
4	0,83	51	0,0541	0,833	
5	0,80	53	0,0563	0,866	
6	0,80	48	0,0510	0,785	
media	0,815	—	—	0,831	
7	0,80	— 46	— 0,0488	— 0,751	corrente nel 2° senso
8	0,80	— 48	— 0,0510	— 0,785	
9	0,79	— 50	— 0,0531	— 0,818	
10	0,80	— 52	— 0,0552	— 0,850	
11	0,79	— 48	— 0,0510	— 0,785	
12	0,80	— 46	= 0,0488	— 0,751	
media	0,794	—	—	— 0,790	

Apparecchio nella seconda posizione.

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L	
1	0,81	46	0,0488	0,751	corrente nel 1° senso
2	0,82	50	0,0531	0,818	
3	0,82	52	0,0552	0,850	
4	0,80	48	0,0510	0,785	
5	0,83	48	0,0510	0,785	
6	0,81	46	0,0488	0,751	
media	0,815	—	—	0,790	
7	0,84	− 52	− 0,0552	− 0,850	corrente nel 2° senso
8	0,84	− 50	− 0,0531	− 0,818	
9	0,82	− 51	− 0,0541	− 0,833	
10	0,82	− 46	− 0,0488	− 0,751	
11	0,82	− 46	− 0,0488	− 0,751	
12	0,82	− 46	− 0,0488	− 0,751	
media	0,827	—	—	− 0,792	

Da cui

$$\varepsilon = \frac{0,831 + 0,790 + 0,790 + 0,792}{8 \times 0,813 \times 31,4 \times 1200} = 0,00001307.$$

Il qual valore può anche ritenersi molto concordante con quello ottenuto nei due casi precedenti. Si può quindi concludere che veramente l'effetto Thomson nel cadmio sia proporzionale all'intensità della corrente che lo produce.

Quanto alla variazione dell'effetto Thomson colla temperatura, secondo l'ipotesi di Tait, si ammette che l'effetto stesso sia propòrzionale alla temperatura assoluta.

In queste esperienze io ho veramente determinato l'effetto Thomson *medio* fra certi limiti di temperatura, ma posso tuttavia ammettere che ognuno di quei valori da me trovati rappresentino l' effetto *vero* alla temperatura che è media fra le due temperature limiti.

E allora nel cadmio il valore dell'effetto Thomson, quando l'unità di corrente passa da una sezione alla temperatura di 53°,5 ad un' altra temperatura di 52°,5 (le quali temperature sono equidistanti da quelle delle sezioni estreme nella 1ª serie d'esperienze), sarà uguale a 0,000011215 piccole calorie (media dei tre valori trovati colle tre correnti diverse).

Quando poi l' unità di corrente passa da una sezione alla temperatura di 108°,9 ad un'altra alla temperatura di 107°,9, (le quali temperature sono equidistanti da quelle delle sezioni estreme nella seconda serie d' esperienze), il valore dell' effetto Thomson è uguale a 0,000013403 piccole calorie.

Ora se si scrive la proporzione

$$(273+53):(273+108^{\circ},4)=0,000011215:x$$

si trova per x il valore 0,000013121, il quale è molto prossimo al valore vero dell' effetto Thomson, che secondo l'esperienza, corrisponde alla temperatura di 108°,4. Dentro il limite di queste esperienze pare dunque che sia verificata l' ipotesi di Tait.

Tuttavia ho creduto necessario, per avere una verificazione di qualche importanza, di sperimentare a temperature molto più elevate. Per questo non m'era necessario mutare il liquido nel recipiente B; bastava che io introducessi maggiormente le aste nello stesso recipiente, poichè il petrolio bolliva vicino ai 300°.

Nelle nuove condizioni le temperature alle due estremità della vaschetta in ciascun'asta erano di 263°,5 e 222°,0.

Apparecchio nella prima posizione.

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L
1	0,31	34	0,0361	0,556
2	0,30	36	0,0382	0,588
3	0,32	32	0,0340	0,524
4	0,33	33	0,0350	0,539
5	0,31	32	0,0340	0,524
6	3,30	36	0,0382	0,588
media	0,312	—	—	0,553

corrente nel 1° senso

N	i	Δ	θ	L
7	0,32	— 35	— 0,03715	— 0,572
8	0,30	— 36	— 0,0382	— 0,588
9	0,30	— 34	— 0,0361	— 0,556
10	0,31	— 32	— 0,0340	— 0,524
11	0,30	— 32	— 0,0340	— 0,524
12	0,30	— 33	— 0,0350	— 0,539
media	0,315	—	—	— 0,5505

corrente nel 2° senso

Apparecchio nella seconda posizione.

N	i	Δ	θ	L
1	0,31	34	0,0361	0,556
2	0,30	35	0,03715	0,572
3	0,29	32	0,0340	0,524
4	0,33	32	0,0340	0,524
5	0,31	34	0,0361	0,556
6	0,30	33	0,0350	0,539
media	0,307	—	—	0,545

corrente nel 1° senso

Segue *Apparecchio nella seconda posizione.*

N	i	Δ in divisioni della scala	θ in gradi	L
7	0,30	— 33	— 0,0350	— 0,539
8	0,30	— 34	— 0,0361	— 0,556
9	0,32	— 36	— 0,0382	— 0,588
10	0,32	— 35	— 0,03715	— 0,572
11	0,33	— 32	— 0,0340	— 0,524
12	0,31	— 32	— 0,0340	— 0,524
media	0,313	—	—	— 0,5505

corrente nel 2° senso

Da cui

$$\varepsilon = \frac{0,553 + 0,5505 + 0,545 + 0,5505}{8 \times 0,309 \times 41,5 \times 1200} = 0,00001786 .$$

Si può ritenere che questo sia il valore dell'effetto Thomson quando l'unità di corrente (C. G. S.) passa da una sezione alla temperatura di 243°,25 ad un'altra alla temperatura di 242°,25 (le quali temperature sono equidistanti da quelle che avevano le sezioni estreme durante le esperienze). Ora è bene confrontare questo valore con quello che si è ottenuto fra limiti di temperatura differenti da questi, quando però si faceva passare per le aste la stessa corrente di 0,310 unità; e perciò scriveremo la proporzione

$$(273 + 53) : (273 + 242,75) = 0,000011991 : x ;$$

da cui $x = 0,00001897$; il qual valore, a dir vero, è alquanto discosto da quello ottenuto coll'esperienza; ma tuttavia, atteso il gran numero di piccoli errori inevitabili in queste esperienze, mi sembra di poter affermare che per il cadmio si avvera l'ipotesi di Tait, della proporzionalità fra l'effetto Thomson e la temperatura assoluta.

Allora si potrà esprimere il calore sviluppato per l'effetto Thomson nel cadmio, quando una corrente i passa da una sezione

a una temperatura t a un'altra a una temperatura $t-1$, mediante la formola

$$(\alpha) \ldots \quad \varepsilon = 0{,}00000003678\, i\, (273 + t) \text{ piccole calorie.}$$

Le Roux nella memoria sopra citata ha trovato che nel bismuto di Edmond Becquerel, l' effetto Thomson sviluppava una piccola caloria per minuto, quando l'unità di corrente passava da una sezione alla temperatura di 100° a una sezione alla temperatura di 0°. La corrente impiegata da Le Roux come unità depositava per minuto 1^{gr}.314 di rame, ed equivaleva per conseguenza a 68 ampère, ossia a 6,8 unità assolute (C. G. S.). Considerando questo valore trovato da Le Roux come rappresentante il valore che corrisponde alla temperatura media fra 100° e 0°, si deduce che l'effetto Thomson, pel passaggio dell'unità di corrente (C. G S.) da una sezione a 49°,5 ad un' altra a 50°,5, sviluppava in un secondo 0,0000245 piccole calorie. Ora, per le esperienze stesse di Le Roux i valori dell' effetto Thomson nel bismuto di E. B. e nel cadmio stanno come 73 a 31; e perciò pel cadmio il valore assoluto dell'effetto Thomson fra quelle due sezioni, pel passaggio dell'unità di corrente del sistema (C. G. S.), sarebbe uguale a 0,000010404 piccole calorie.

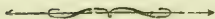
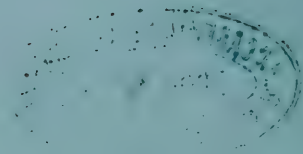
Se si calcola colla formola (α) il valore dell'effetto Thomson a 50°, si trova uguale a 0,00001188 piccole calorie.

Chiudo questo studio rendendo le più vive grazie al Chiar.^{mo} Prof. Naccari, che mi porse mezzi e consigli per eseguirlo.

Dal Laboratorio di Fisica dell'Università di Torino.
15 Agosto 1886.

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Dispensa 2ª

1886 - 87.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 28 Novembre 1886

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. ANGELO GENOCCHI PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Salvadori, Bruno, Berruti, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia.

A nome dei rispettivi autori sono presentati in dono all'Accademia le seguenti pubblicazioni:

Dal Presidente,

Quattro fascicoli del « *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche* » pubblicati dal Principe B. Boncompagni, dal mese di agosto 1885 al gennaio 1886;

Un opuscolo del Sig. E. Catalan, contenente alcuni cenni biografici sul matematico Torinese Savino Realis:

dal Socio D'Ovidio, una memoria di H. G. Zeuten « *Sulle superficie di* 4° *ordine con conica doppia* », tradotta dal danese pel Prof. Gino Loria;

dal Socio BASSO, « *Sul potere emissivo delle scintille elettriche e sul vario aspetto che esse presentano in alcuni gaz* »; Ricerche del Prof. Emilio VILLARI, Socio corrispondente dell'Accademia.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

« *Sulla legge dei numeri pari nella Chimica* »; del Prof. Icilio GUARESCHI, lavoro presentato dal Socio COSSA;

« *Ricerche intorno alla specie del genere Gordius* »; Nota del Prof. Lorenzo CAMERANO, presentata dal Socio LESSONA.

Il Socio SALVADORI, anche a nome del Socio condeputato LESSONA, legge una sua Relazione sopra la Memoria del Dott. Daniele ROSA, che ha per titolo « *Studio zoologico ed anatomico sul* CRIODRILUS *lacuum* ». La Classe accogliendo le conclusioni della Relazione, approva la pubblicazione della Memoria del Dottor ROSA nei volumi delle *Memorie* accademiche.

Lo stesso Socio SALVADORI, presenta uno scritto del Dott. Alessandro PORTIS, costituente la seconda parte della sua Memoria intitolata: « *Contribuzione alla ornitolitologia italiana* », che viene affidato ad una Commissione speciale.

LETTURE

Sulla legge dei numeri pari nella chimica, Memoria del Professore ICILIO GUARESCHI

Molti chimici nello stabilire la formola di un composto organico non tengono in considerazione certe regole o meglio leggi fondamentali, la trascuranza o non conoscenza delle quali conduce necessariamente a risultati erronei.

Accade non di rado che si danno formole di composti organici contenenti gli atomi di idrogeno in numero dispari, e se la sostanza è azotata o clorurata, ecc., la somma degli atomi di idrogeno, di cloro o d'azoto forma un numero dispari. È proprio il contrario di ciò che deve essere. È contrario alla legge empirica data da Gerhardt e Laurent verso il 1845 e che si può denominare « *legge dei numeri pari* »; ed è evidentemente in disaccordo col principio della valenza degli elementi.

Devesi notare che questa inesattezza non si osserva mai pei composti bene studiati e dei quali è conosciuta la costituzione chimica od almeno che sono seriati, cioè classificati in serie omologhe.

Sceglierò molti esempi di formole erronee fra i tanti casi che io ho osservato e poi riassumerò l'accennata legge di Gerhardt e Laurent. Spero che questa mia nota riuscirà non affatto inutile.

Io avevo già fatto qualche osservazione a proposito della *Gelsemina* nel *Suppl. annuale dell'Enciclop. Chim.*, 1886, pagina 133 e *Annali di Chim. e Farmacologia*, 1885, vol. II, pag. 342, ed all'articolo *Ostrutina* nell'*Enciclop. Suppl. e Compl.*, vol. II.

Polstorff e Schirmer (1), ed in un successivo lavoro Polstorff (2), danno alla *conessina,* alcaloide scoperto nella *Wrightia antidysenterica* R. Br., la formola $C^{12} H^{20} N$. Questa è eviden-

(1) e (2) *Berichte d. deut. Chem. Gesell.*, 1886, XIX, pag. 78 e 1683; *Gaz. Chim. Ital.*, 1886, pag. 102; *Journ. of Chem. Soc.*, 1886, pag. 372 e 901.

temente inesatta e deve essere $C^{12} H^{21} N$ oppure $C^{12} H^{19} N$ quando non si debba raddoppiare e scrivere con $C^{24} H^{40} N^2$; ma non è intenzione degli autori sopracitati che la formola $C^{12} H^{20} N$ sia raddoppiata perchè scrivono nel modo seguente i sali ed altri derivati dell'alcaloide: *cloridrato* $C^{12} H^{20} N \cdot HCl + H^2O$; *cloroaurato* $(C^{12} H^{20} N \cdot HCl \cdot AuCl^3)^2 + 3\frac{1}{2} H^2O$; *cloroplatinato* $(C^{12}H^{20}N \cdot HCl)^2 PtCl^4 + \frac{1}{2} H^2O$; *joduro di metilconessina* $C^{12} H^{20} (CH^3) NJ + 1\frac{1}{2} H^2O$; *picrato* $C^{12} H^{20} N \cdot C^6 H^2 (NO^2)^3 \cdot OH + H^2O$, ecc.

Warnecke (1) assegna alla *Wrightina* (ritenuta da Polstorff e Schirmer come identica colla *conessina*) la formola $C^{11} H^{18} N$, la quale non è anch'essa esatta come la precedente e come le seguenti, perchè la somma degli atomi di idrogeno e d'azoto è un numero *dispari* mentre dovrebbe essere *pari*.

S. W. Gerrard (2) stabilisce per la *Gelsemina* la formola $C^{12} H^{14} NO^2$ e descrive dei sali corrispondenti a questa formola.

Max Hagen (3) ha estratto dai semi del lupino azzurro (*lupinus angustifolius*) un alcaloide, la *lupanina*, alla quale dà la formola $C^{15} H^{25} N^2 O$ e così la rappresenta in tutti i sali, ben cristallizzati, che descrive: *cloridrato* $C^{15} H^{25} N^2 O, HCl + 2H^2O$; *solfocianato* $C^{15} H^{25} N^2 O, HSCN + \frac{1}{2} H^2O$; il composto col *cloruro di metile* $C^{15} H^{25} N^2 O, CH^3Cl + 2H^2O$, ecc. La formola $C^{15} H^{24} N^2 O$ concorderebbe forse meglio colle analisi fatte dall'autore.

L'ostrutina, sostanza cristallina estratta da Gorup-Besanez (4) dalla radice dell'*imperatoria ostruthium*, è rappresentata colla formola $C^{14} H^{17} O^2$ ed i suoi derivati *acetilico* e *bromurati*, colle formole pure erronee $C^{14} H^{16} (C^2 H^3 O) O^2$, $C^{14} H^{14} Br^3 O^2$ e $C^{14} H^{13} Br^4 O^2$. Ai composti cogli acidi cloridrico e bromidrico si danno le formole $C^{14} H^{17} O^2, HCl$ e $C^{14} H^{17} O^2, HBr$.

Stahlschmidt (5) trovò nel *polyporus igniarius*, un acido che

(1) *Berichte*, 1886, XIX, pag. 60.

(2) *Pharm. Journ. and Trans.* (3), T. XIII e *Monit. Scient.*, 1883, pag. 483.

(3) *Liebig's Annalen d. Chemie*, 1885, T. 230, pag. 367; *Bull. Soc. Chim.*, T. 46, pag. 478; *Gaz. Chim. app.*, 1886, pag. 125.

(4) *Berichte*, 1874, pag. 564; *Liebig's Ann.*, T. 183, pag. 321; WURTZ, *Diction. de Chim.*, II, pag. 1007; FEHLING'S, *Handwörterbuch d. Chem.* vol. IV, p. 930; WATTS, *Dictionary of Chemistry Suppl.*, pag. 1449; SCHMIDT, *Hand. d. Pharm. Org. chem.*, II, pag. 1093; *Gaz. Chim. Ital.*, 1875, pag. 51.

(5) *Liebig's Ann.*, T. 187, pag. 177 e T. 195, pag. 365; *Jahresb. f. Chem.*, 1879, pag. 907; LADENBURG'S, *Handwört. d. Chem.*, vol. II, pag. 31; SCHMIDT, loc. cit., pag 1105 e HUSEMANN-HILGER, *Die Pflanzenstoffe*, 2ª ed., 1884, pag. 288.

denominò *acido poliporico* e scrisse con $C^9 H^7 O^2$ e il derivato acetilico con $C^9 H^6 (C^2 H^3 O) O^2$ ed il *nitroderivato* con $C^9 H^6 (NO^2) O^2$; preparò inoltre dei sali, l'etere metilico che formulò con $C^9 H^6 O^2 . CH^3$ e l'etere etilico. Dall'acido poliporico ottenne l'*acido idropoliporico* $C^9 H^9 O^2$ e un composto $C^{10} H^9 O$ del quale descrisse anche un derivato argentico $C^{10} H^8 Ag O$. Per l'azione del clorato potassico ed acido cloridrico ottenne due altri composti: $C^8 H^6 Cl^2 O$ e $C^9 H^7 Cl^2 O$ e da questo ultimo il sale sodico $C^9 H^6 Na Cl^2 O$. Tutte queste formole sono addirittura inammissibili. Beilstein (*Hand. d. org. chem.*) raddoppia senz'altro la formola dell'acido poliporico e lo scrive con $C^{18} H^{14} O^4$. Ma sappiamo che l'acido poliporico dà per ossidazione acido benzoico e per distillazione con polvere di zinco del benzol, ed è quindi più probabile la formola in C^9 che non in C^{18}. Se si scrive con $C^9 H^8 O^2$ diventa un isomero degli acidi cinnamico ed atropico e l'isomeria in questo caso si spiega difficilmente; si noterà che l'acido poliporico coll'idrogeno nascente dà l'acido idropoliporico come gli acidi cinnamico e atropico danno gli acidi idrocinnamico e idroatropico. Inoltre i due acidi isoatropici che si rappresentano con $C^{18} H^{16} O^4$ non danno acido benzoico, ma bensì acido ortobenzoibenzoico e antrachinone. Il punto di fusione molto elevato farebbe ammettere per l'acido poliporico la formola in C^{18}.

Comunque sia, la formola $C^9 H^7 O^2$ e le altre che se ne sono derivate devono essere corrette. Sono necessarie delle esperienze in proposito.

Krükenberg (1) dà alla *corneina* la formola $C^{30} H^{44} N^9 O^{13}$ e la *spirografidina* è rappresentata dallo stesso autore colla formola $C^{35} H^{70} N^9 O^{25}$ (2).

Ritthausen (3) diede alla *vicina*, estratta dalla *vicia sativa*, la formola $C^8 H^{16} N^3 O^6$; la quale, se è esatto il rapporto tra 16 e 3, deve essere raddoppiata e scritta quindi con $C^{16} H^{32} N^6 O^{12}$ come già fece osservare Henninger.

La *convicina* è rappresentata da Ritthausen con $C^{10} H^{14} N^3 O^7 + H^2 O$ (4).

---

(1) *Berichte*, XVII, pag. 1846; *Bull. Soc. Chim.*, 1885, T. 44, pag. 387; *Gaz. Chim. app.*, 1884, pag. .

(2) *Chem. Centralbl.*, 1884, pag. 538.

(3) *Berichte*, IX, pag. 301 e Wurtz, *Diction.*, vol. III, pag. 680.

(4) In Beilstein, *loc. cit.*, pag. 1983 e Schmidt, *loc. cit.*, pag. 983 e *Jahresb. f. Chem.*, 1881, pag. 1018.

Naylor (1) assegnò alla *hymenodictionina*, alcaloide estratto dall'*hymenodictylon excelsior*, prima la formola $C^{24}H^{40}N^3$ che poi cambiò in $C^{23}H^{40}N^2$.

Liverdsige (2) dà alla *piturina* la formola C^6H^8N.

Stenhouse e Groves danno alla *xantorocellina* la formola $C^{21}H^7N^2O^2$ e ad un prodotto di trasformazione della picrorocellina l'altra $C^{24}H^{25}N^2O^3$ (3).

Dragendorff e Podwissotzky (4) diedero alla *schlerocristallina* ed alla *schleroxantina*, trovate nella segala cornuta, la formola $C^7H^7O^3$.

Per la *parillina* Flückiger (5) propose una delle due formole $C^{40}H^{69}O^{18}$ e $C^{48}H^{85}O^{18}$.

L'*aconitina*, secondo Duquesnel, ha la formola $C^{27}H^{40}NO^{10}$, formola ammessa poi da molti autori (6); e Paul e Kingzett (7) estrassero dall'aconito del Giappone una base cristallizzata che rappresentano colla formola $C^{29}H^{41}NO^9$. La *jerviva* è scritta da Tobien (8) con $C^{27}H^{47}N^2O^8$ e inoltre il *cloridrato* $C^{27}H^{47}N^2O^8$, HCl ed il *solfato* con $C^{27}H^{47}N^2O^8$, H^2SO^4.

Glénard (9) dà all'*emetina* la formola $C^{15}H^{22}NO^2$.

---

(1) *Pharm. Journ. and Trans.* (3), 1883, T. XIV, pag. 311 e XV, 1884, pag. 196; *Berichte*, 1883, pag. 2771. Una sostanza amara che si trova insieme all'alcaloide è rappresentata con $C^{25}H^{49}O^7$ (*loc. cit.*).

(2) *Mon. Scient.*, 1881 (3), T. XI, pag. 774 e Wurtz, *Diction. de Chim. Suppl.*, pag. 1289.

(3) *Bull. Soc. Chim.*, T. XXIX, pag. 72; Wurtz, *Diction. Suppl.*, pag. 1283; *Jahresb. f. Chem.*, 1876, pag. 900 dal *Lon. R. Soc. Proc.*, 25, p. 60.

(4) Fehling's, *Handwört. d. Chem.*, IV, pag. 541; Schmidt, *loc. cit.*, II, pag. 1070. Però nei *Jahresb.*, 1876, la *schlerocristallina* e la *schleroxantina* sono scritte con $C^{10}H^{10}O^4$.

(5) Fehling's, *Handwört.*, IV, p. 1156, dall'*Arch. de Pharm.* (3), T. X, pag. 532. La formola $C^{40}H^{69}O^{18}$ è corretta dal redattore del *Jahresb. f. Chem.*, 1877, pag. 908 in $C^{40}H^{70}O^{18}$.

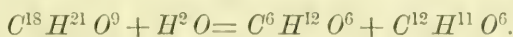
(6) *Ann. de Chim. et de Phis.* (4), T. 25, p. 151; Laubenheimer, *Org. Chem.*, 1884, pag. 846; Watts, *Dictionary Suppl.*, III, p. 23; Richter, *Org. Chem.*, 1880, p. 793 e traduzione italiana, 1883, pag. 640; Ladenburg, *loc. cit.* Wright dimostrò sin dal 1877 che l'aconitina di Duquesnel era impura e diede la formola $C^{33}H^{43}NO^{12}$; non notò il rapporto erroneo 40 : 1 (*Journ. of Chem. Soc.*, 1877 e *Mon. Scient.*, 1878, p. 859).

(7) Vedi Hilger-Husemann, *Die Pflanzenstoff*, 2ª ed., p. 629.

(8) In Dragendorff, *Analyse Chim. des végétaux*, 1885; Watts, *Diction. of Chem.*, 3° *Suppl.*, p. 2100 e *Jahresb. f. Chem.*, 1878, pag. 908.

(9) *Ann. de Chim. et de Phys.* (5), T. VIII, pag. 249.

Hilger (1) ammette per la *esperidina* la formola $C^{18} H^{21} O^{9}$ e ne spiega la decomposizione coll'acido solforico diluito, mediante l'equazione seguente:

$$C^{18} H^{21} O^{9} + H^{2} O = C^{6} H^{12} O^{6} + C^{12} H^{11} O^{6}.$$

È vero che altri chimici hanno poco dopo dimostrato che la sostanza esaminata da Hilger era impura e fu stabilita la formola $C^{22} H^{26} O^{12}$ ma già solamente osservando le formole con H^{21} e H^{11} si avrebbe preveduto che esse erano inammissibili.

Flückiger e Buri (2) danno ad un prodotto rosso che ottengono dalla kosina coll'acido solforico concentrato, indifferentemente la formola $C^{22} H^{21} O^{10}$ oppure $C^{22} H^{22} O^{10}$. Coll'amalgama di sodio sulla kosina ottengono un olio ed una sostanza amorfa alla quale assegnano la formola $C^{5} H^{5} O^{2}$.

O. Leppig (1882) rappresenta il tannino del *tannacetum vulgaris* con $C^{23} H^{29} O^{31}$ (3).

Rob. Schiff (4) trattando la stricnina con acido nitrico ottenne un acido che rappresenta con $C^{16} H^{11} N^{4} O^{15}$.

Zwenger e Kind (5) diedero alla *solanina* la formola $C^{43} H^{70} NO^{16}$ ed alla *solanidina* l'altra $C^{25} H^{40} NO$; ma Kraut (5) fece osservare che la somma dell'azoto e dell'idrogeno era un numero dispari e propose la formola $C^{43} H^{69} NO^{16}$.

La veratrina cristallizzata è rappresentata da Schmidt e Köppen (6) con $C^{32} H^{50} NO^{9}$ e ne descrivono alcuni sali; così pure il suo isomero.

---

(1) *Berichte*, 1876, pag. 30.

(2) *Jahresb. f. Chem.*, 1874, pag. 900 dall'*Arch. d. Pharm.* (3), T. 5, pag. 193.

(3) *Jahresb. f. Chem.*, 1882, pag. 1175 dal *Pharm. Zeits. f. Russl.*, T. 21.

(4) *Gaz. Chim. It.*, 1878, pag. 83; *Berichte*, 1878, pag. 1250 e in Ladenburg, *Handwört.*, I, pag. 334.

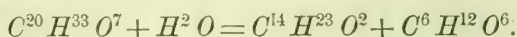
(5) *Ann. de Chem.*, T. 118, pag. 129 e T. 123, pag. 341, citato in Ladenburg, *Handwört.*, I, pag. 316 e Kraut in Gmelin, *Hand. d. Org. Chem.*, VII, p. 2074.

(6) *Berichte*, 1876, T. IX, p. 1117, e Laubenheimer, *Lehr. d. Org. Chem.*, 1884, pag. 845. Questa formola è corretta in $C^{32} H^{49} NO^{9}$ nei *Jahresb. f. Chem.* di Fittica, 1878, pag. 906.

(7) *Berichte*, 1880, pag. 1998, dal *Pharm. Journ. a. Trans.* (3), T. X, pag. 909 e 1013; *Jahresb. f. Chem.*, 1880, pag. 1077 e *Jahresb.*, 1881, pag. 1022, dal *Pharm. Zeits. f. Russl.*, XX, pag. 180; *Journ. of. Chem. Soc.*, 1880, pag. 718; Fehling's, *Handwört.*, IV, pag. 753; Schmidt, *Pharm. Org. Chem.*, II, pag. 1138.

Alla *melantina* Greenish attribuisce la formola (7) $C^{20} H^{33} O^{7}$, ma nel Wurtz, *Diction. Suppl.*, pag. 1003, è trasformata in $C^{10} H^{66} O^{14}$. Non sappiamo quali siano i fatti che hanno autorizzato a fare questo raddoppiamento.

Secondo Greenish la melantina si può scindere in glucosio ed in una sostanza la *melantigenina*, che egli scrive con $C^{14} H^{23} O^{2}$ e dà quindi l'equazione seguente:

$$C^{20} H^{33} O^{7} + H^{2} O = C^{14} H^{23} O^{2} + C^{6} H^{12} O^{6}.$$

L'*ossipeucedanina* è scritta con $C^{14} H^{11} O^{7}$ (1).

Cross e Bevan per l'azione del cloro sulla juta ottengono un composto $C^{38} H^{44} Cl^{11} O^{16}$; inoltre, sciogliendo il corpo $C^{21} H^{24} O^{8}$, estratto dall'*esparto*, nell'acido acetico, poi trattando con clorato potassico ed acido cloridrico, ottengono il derivato $C^{22} H^{23} Cl^{4} O^{10}$ (2).

Köhler (3) dà il nome di *acido neurolico* ad un composto $C^{50} H^{90} P O^{17}$.

G. Fischer (4) dà ad una nuova materia colorante, ottenuta ossidando l'ortoamidofenolo, la formola $C^{24} H^{10} N^{3} O^{2}$.

Portuis (5) assegna ad un composto ottenuto dall'azione del percloruro di fosforo sull'epicloridrina la formola $C^{6} H^{10} Cl^{3} O^{3}$.

Dal legno di palissandro Terreil e Wolff (6) estrassero una sostanza alla quale diedero la formola $C^{21} H^{21} O^{6}$.

Quando non era ancora ben conosciuta la pilocarpina e gli altri alcaloidi del Jaborandi, Kingzett diede all'alcaloide del Jaborandi la formola $C^{23} H^{39} N^{4} O^{4}$ (7).

Bungener (8) ad una sostanza amara cristallina estratta dal luppolo assegna la formola $C^{25} H^{35} O^{4}$.

---

(1) Hilger-Husemann, *loc. cit.*, pag. 952.

(2) *Journ. of Chem. Soc.*, T. 38, pag. 668, e in Beilstein, *Org. Chem.*, 2ª ediz., vol. I, pag. 866; *Berichte*, 1880, pag. 1999, dal *Chem. News*, T. 42, pag. 77.

(3) Fehling's, *Hand.*, IV, pag. 742.

(4) *Berichte*, 1879, pag. 1208.

(5) *Berichte*, 1879, pag. 1356.

(6) *Bull. Soc. Chim.*, T. 33, pag. 436.

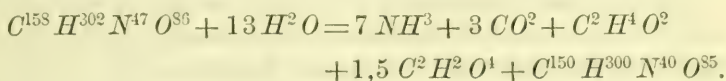
(7) *Journ. of Chem. Soc.*, T. 32, pag. 367, citato nel Watts, *Dictionary*, 3° *Suppl.*, pag 1141; vedi anche *Jahresb. f. Chem.*, 1876, pag. 833.

(8) *Journ. de Pharm. et de Chim.*, T. XI, pag. 616 e *Journ. of Chem. Soc.*, 1884, pag. 1366, dal *Bied. Centr.*, 1884, pag. 431.

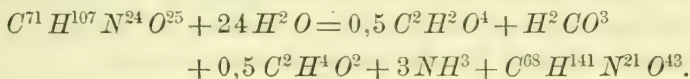
Dall'acido sacculmico col clorato potassico ed acido cloridrico si ottiene la *tricloroossisacculmide* $C^{11} H^{8} Cl^{3} O^{6}$ e coll'acqua di bromo la *sesquibromoossisacculmide* $C^{22} H^{18} Br^{3} O^{11}$ (Sestini) (1).

Lo stesso fatto si osserva in molte formole di albuminoidi o loro derivati. Da alcuni si rappresenta l'emoglobina di cane con $C^{634} H^{1025} N^{164} Fe S^{3} O^{189}$ (Hüfner) (2). Knop (3) rappresenta un derivato bromurato degli albuminoidi con $C^{36} H^{60} Br^{2} N^{9} O^{18}$.

Secondo Bleunard (4) la sostanza costituente il corno di cervo possiede la formola $C^{158} H^{302} N^{47} O^{86}$ e colla barite si decompone nel modo indicato dalla equazione seguente:

$$C^{158} H^{302} N^{47} O^{86} + 13\, H^{2} O = 7\, NH^{3} + 3\, CO^{2} + C^{2} H^{4} O^{2}$$
$$+ 1{,}5\, C^{2} H^{2} O^{4} + C^{150} H^{300} N^{40} O^{85}.$$

La quale equazione evidentemente non può stare perchè la somma degli atomi d'idrogeno e d'azoto che si trovano nel secondo membro è appunto $328 + 47$, cioè un numero dispari.

Eguale osservazione si può fare all'equazione colla quale Schützenberger (5) rappresenta la decomposizione della fibroina coll'acqua di barite; in questo caso si ha secondo Schützenberger:

$$C^{71} H^{107} N^{24} O^{25} + 24\, H^{2} O = 0{,}5\, C^{2} H^{2} O^{4} + H^{2} CO^{3}$$
$$+ 0{,}5\, C^{2} H^{4} O^{2} + 3\, NH^{3} + C^{68} H^{141} N^{21} O^{43}.$$

Equazione questa che può sussistere solamente a condizione che si lasci il rapporto $H^{107} : N^{21}$ il che è contrario a quanto si sa per tutti i composti ben definiti.

Tante altre formole di albuminoidi sono simili alle precedenti (6).

Fra le sostanze la cui formola non è in armonia colla legge dei numeri pari ricorderò ancora: la *cascarillina* (7) $C^{6} H^{9} O^{7}$;

---

(1) *Gaz. chim. ital.*, 1882, pag. 294 e 301.

(2) *Gaz. chim. app.*, 1885, pag. 162.

(3) *Jahresb. f. Chem.*, 1879, pag. 871.

(4) *Comptes rendus*, T. 89, pag. 953 e *Jahresb.*, 1879, pag. 879.

(5) *Comptes rendus*, 1875, T. 81, pag. 1191 e *Jahresb.*, 1875, pag. 883.

(6) SCHUTZENBERGER, *Comptes rendus*, 1878, T. 86, pag. 767: e *Bull. Soc. Chim.*, 1878, T. XXX, pag. 568.

(7) *Berichte*, 1873, pag. 1051 e *Bull. Soc. Chim.*, T. XXI, pag. 84.

la *miroxocarpina* (1) $C^{24}H^{35}O^3$; la *nataloina* (1) $C^{16}H^{19}O^7$; la *curaçao-aloina* (2) $C^{15}H^{17}O^7$ e la *gardenina* (3) la quale si scrive ancora da molti con $C^5H^5O^2$.

E. Masing (4) esaminando la resina di larice ottenne un composto fusibile a 125° al quale diede la formola $C^{14}H^{77}O^8$ ed un altro corpo $C^{39}H^{63}O^4$.

Miescher (5) diede alla nucleina la formola $C^{29}H^{49}N^9P^3O^{22}$.

Heckel e Sclagdenhaufen (6) danno al principio amaro trovato nel *Bonduc* la formola $C^{14}H^{15}O^5$.

La *licaconitina* $C^{27}H^{34}N^2O^6 + 2H^2O$ secondo Dragendorff e Spohn (7) colla soda caustica fornisce una base $(C^{27}H^{47}N^2O^7)^2$, $3H^2O$ (*licoctonina* di Hübschmann). Si comprende difficilmente come dalla licaconitina con $C^{27}H^{34}$ si passi facilmente alla base con H^{47} ammettendo pure che abbia la formola doppia $C^{54}H^{94}N^4O^{14}$ (8).

Con ricerche posteriori furono corrette alcune delle formole sovraindicate, ma senza far cenno della legge dei numeri pari.

Tralascio di citare tanti altri casi simili di formole determinate anche prima del 1870. Molte di queste formole, evidentemente inesatte, sono poi ammesse senza alcuna osservazione in molti trattati e dizionari di chimica, come abbiam visto nella bibliografia sopracitata. Che ciò fosse possibile in altri tempi prima delle osservazioni di Gerhardt e Laurent si capisce, come ad esempio quando Ortigosa rappresentava la conina con $C^8H^{16}N$ (formola che Gerhardt corresse prima con $C^8H^{17}N$ e poi con

---

(1) STENHOUSE in FEHLING, *loc. cit.*, IV, pag. 548 dall'*Arch. d. Pharm.*, T. 77.

(2) In DRAGENDORFF, *Analyse Chim. des végétaux*, 1885, pag. 244 e 246.

(3) STENHOUSE e GROVES, *Journ. of. Chem. Soc.*, 1877, pag. 55, e SCHMIDT, *loc. cit.*, pag. 1108 Però in una successiva memoria stabilirono la formola $C^{14}H^{12}O^6$ (*Berichte*, 1879, pag. 1357).

(4) *Jahresb. f. Chem.*, 1875, pag. 861, dall'*Arch. d. Pharm.* (3), T. VI, pag. 111.

(5) *Verhand. d. naturfor. Gesell.* in BASEL, 1874, T. I, pag. 138, in WURTZ, *Traité de Chim. biolog.*, p. 142. WURTZ, (*loc. cit.*), ha fatto giustamente osservare che N^9P^3 non possono essere uniti ad un numero impari di idrogeno.

(6) *Comptes rendus*, 1886, e *Annali di Chimica e di Farmacologia*, 1886, T. IV, pag. 320.

(7) *Pharm. Journ. a. Traus.* (3) t. 15, pag. 104 e *Annali di Chimica e di Farmacologia*, 1885, t. I, pag. 85

(8) Si noterà che la base analizzata da Dragendorff e Spohn, conteneva nientemeno che da 0,39 a 8,08 p. 100 di *cenere*. Ciò è fatto osservare nel *Jahresb. f. Chem.* 1884, pag. 1395.

$C^8 H^{15} N$) oppure Liebig che rappresentò la conina con $C^{13} H^{22} NO$; ma ciò non deve più essere oggi.

Gerhardt (1) e Laurent (2) formularono le loro osservazioni come segue:

« *Dans toute substance organique, la somme des atomes de l'hydrogène, de l'azote, du phosphore, de l'arsenic, des métaux et des corps halogènes, doit être un nombre pair* ».

Secondo i pesi atomici allora ammessi ($C = 6$, ecc.) la somma degli atomi d'azoto e d'idrogeno doveva essere divisibile per 4 e l'ossigeno ed il carbonio in numero pari. Coi pesi atomici attuali ($C = 12$, ecc.) gli atomi di *carbonio*, *ossigeno*, ecc. possono essere in numero pari o dispari.

Fu in seguito a queste osservazioni che Gerhardt e Laurent corressero un gran numero di formole di composti ossigenati, azotati, fosforati, ecc.; fra gli altri ricordiamo il fosfuro d'azoto o *fosfam* che si rappresentava con PN^2 mentre Gerhardt (3) dimostrò essere PHN^2; la leucina che si scriveva con $C^6H^{12}NO^2$ per la quale fu stabilita la formola $C^6 H^{13} NO^2$ e divenne così un omologo della glicocolla e della sarcosina (4); di moltissimi alcaloidi furono corrette le formole da Laurent e Gerhardt (5) non solo riguardo agli atomi di idrogeno ma anche per gli atomi di carbonio.

Tenendo conto delle osservazioni precedenti e del principio della valenza degli elementi noi possiamo per maggior chiarezza esporre le proposizioni seguenti:

1) Nei composti idrogenati od idroossigenati il numero degli atomi di idrogeno è *sempre pari*.

---

(1) *Annales de Chimie et de Phys.* (3), T. VII, pag. 143, e *Traité de Chim. org.*, T. IV, pag. 599.

(2) *Ann. de Chim. et de Phys.* (3), T. XVIII, pag. 268, e *Méthode de Chimie*, pag. 57).

(3) Gerhardt, *Recherches sur les combinaisons du phosphore avec l'azote* (*Ann. de Chim. et de Phys.* (3), T. XVIII, pag. 188).

(4) Laurent e Gerhardt, *Sur la composition de la leucine* (*Ann. de Chim. et de Phys.* (3), T. XXIV, pag. 321).

(5) Laurent e Gerhardt, *loc. cit.* e *Ann. de Chim. et de Phys.* (3), T. XVIII, pag. 277. Veggasi anche la memoria *Sur les combinaisons melloniques* in *Ann. de Chim. et de Phys.* (3), T. XIX, pag. 85; *Sur la composition des alcalis organiques et de quelques combinaisons azotées* (Laurent, *Annales de Chim. et de Phys.* (3), T. XIX, p. 359), e *Sur les acides amidés et sur le sucre de gélatine* (Laurent, *ivi*, T. 23, pag. 110).

Ad esempio: *terebentene* $C^{10}H^{16}$; *propilene* C^3H^6; *alcool* C^2H^6; *fenolo* C^6H^6O; *santonina* $C^{15}H^{18}O^3$, ecc.

2) Se l'idrogeno è sostituito con un alogeno la somma degli atomi d'idrogeno e dell'alogeno deve essere sempre un numero *pari*.

3) Se il composto è azotato o contiene del fosforo, arsenico, antimonio, o un metallo mono, tri o pentavalente oppure residui monovalenti $(NO^2)'$, $(SO^3H)'$, ecc., la somma degli atomi di idrogeno con quelli dell'altro elemento o gruppo sostituente deve essere sempre un numero *pari*. Ad esempio: *etilfosfina* $C^2H^5PH^2$, *etilamina* $C^2H^5NH^2$, *urea* CH^4N^2O, *ossido di cacodile* $[As(CH^3)^2]^2O$, *fenato sodico* C^6H^5ONa, *nitronaftalina* $C^{10}H^7(NO^2)$, *acido benzolbisolfonico* $C^6H^4(SO^3H)^2$, ecc.

4) Se la sostanza contiene idrogeno e contemporaneamente alogeni, fosforo, ecc., anche in questo caso la somma degli atomi di idrogeno, azoto, alogeno, ecc., deve essere sempre un numero pari. Ad esempio: *tribromoacetamide* $CBr^3 \cdot CONH^2$, *cloruro di arsenmetile* $CH^3As \cdot Cl^2$, *clorobromonitrofenolo* $C^6H^2Cl \cdot Br \cdot NO^2 \cdot OH$, ecc.

Riassumendo, possiamo formulare la legge di Gerhardt e Laurent nel modo seguente:

« *La somma degli atomi o gruppi a valenza dispari (mono, tri, pentavalenti) che si trovano in una molecola deve essere sempre un numero pari* ».

Ciò, naturalmente, si può dedurre tenendo conto della tetravalenza del carbonio ed in generale degli elementi a valenza pari.

Fra i composti minerali fanno eccezione a questa legge i permanganati $MeMnO^4$ ed il biossido d'azoto, se non si vogliono ammettere le formole doppie $Me^2Mn^2O^8$ e N^2O^2 (1).

Visti i moltissimi casi nei quali questa regola o non è adoperata od è dimenticata, ho creduto di far cosa utile col richiamare su di essa l'attenzione dei chimici, i quali, in alcuni dei casi da me citati, potrebbero forse trovare soggetto per nuove ricerche.

Ammetto però volentieri che per qualcuna delle tante formole inesatte da me più sopra indicate la formola data non sia che l'espressione del più semplice rapporto atomico fornito dal-

---

(1) In una recentissima nota, Raoult stabilisce che i permanganati di potassio e di sodio hanno veramente le formole $KMnO^4$ e $NaMnO^4 + 3H^2O$ (*Bull. Soc. chim.* 1886 fasc. del 20 dic. pag. 805). Alcuni avevano ammesso pel permanganato potassico la formola $KHMnO^4$, ma Raoult dimostra che questo sale non contiene idrogeno.

l'analisi elementare oppure che l'inesattezza sia dovuta ad errore di stampa e questo in quei pochi casi nei quali non ho potuto esaminare le memorie originali o quando non furono ottenuti dei derivati nei quali si mantiene egualmente l'inesattezza.

Torino, R. Università, novembre 1886.

RELAZIONE *intorno alla memoria del Dott.* DANIELE ROSA, *intitolata: « Studio zoologico ed anatomico sul* Criodrilus lacuum ».

In questo lavoro l'autore si è proposto di studiare il *Criodrilus lacuum* sotto l'aspetto zoologico ed anatomico collo scopo di fissarne la posizione sistematica.

Il *Criodrilus lacuum* è un oligocheto lumbriciforme che vive nel limo in fondo alle acque ferme o di lento corso.

Scoperto nel 1845 dallo Hoffmeister presso Berlino, esso non venne più ritrovato altro che trent'anni dopo dal Panceri presso Pavia; ultimamente venne segnalato nell'Austria e nell'Ungheria; l'autore ne ricevette esemplari da Treviso e lo ritrovò poi abbondante a Moncalieri.

L'anatomia del *Criodrilus* non venne studiata altro che ultimamente dal Vejdovský e solo in parte e su individui non adulti, e però la posizione sistematica di questa forma è tuttora incerta; il Vejdovský ne fa una famiglia distinta *Criodrilidae*, che mette fra i *Lumbricidi* ed i *Pontodrilidi*, l'Oerley ne fa una sottofamiglia *Criodrilinae*, equipollente a quella delle *Lumbricinae*, le quali sottofamiglie sono per lui immediate divisioni degli oligocheti terricoli; la maggior parte degli autori colloca il *Criodrilus* fra i lumbricidi.

Nei caratteri esterni ed interni del *Criodrilus*, e sopratutto in quelli presentati dall'apparato riproduttore, che nella sistematica degli oligocheti è della massima importanza, l'autore riconosce una rassomiglianza grandissima fra il detto verme e le *Allolobophora foetida* Sav., *turgida* Eisen, e simili, che sono le forme più semplici fra i nostri comuni lombrichi.

Dei caratteri citati come differenziali, alcuni sono dall' autore negati, altri attribuiti all'adattamento.

Le particolarità più importanti che distinguono il *Criodrilus* dai comuni lombrichi stanno nella mancanza delle borse copulatrici (*receptacula seminis*) ed in quella del clitello e dei *tubercula pubertatis.*

Per l'autore queste differenze si riducono ad una sola, la mancanza di borse copulatrici, poichè dallo esame dei comuni lombrichi egli riconosce l'esistenza di una relazione costante tra lo sviluppo del clitello e dei *tubercula pubertatis* ed il numero delle borse copulatrici, e però è naturale che, ove queste non esistono, scompaiano anche le altre parti sopradette.

Quanto alla mancanza delle borse copulatrici l'autore non la considera come carattere sufficiente per separare il *Criodrilus* dai lombrichi, perchè tale mancanza è un'eccezione a quanto si osserva non solo nei lombrichi, ma in tutti gli oligocheti, cosicchè tanto varrebbe separare il *Criodrilus* da questi ultimi, la qual cosa sarebbe assurda. Per l'autore l'assenza delle borse copulatrici è una di quelle aberrazioni che si incontrano qua e là in tutti i gruppi del regno animale e che non influiscono mai sulla posizione sistematica della forma in cui si verificano.

La conclusione del lavoro di cui riferiamo è la seguente: « Il *Criodrilus* ha i suoi più prossimi parenti nelle specie del genere *Allolobophora* (*A. turgida* Eisen e simili); esso appartiene allo stesso *phylum* dei veri lumbricidi, dei quali però è una forma estremamente modificata ».

L'autore propone in fine di creare pel *Criodrilus* una sottofamiglia *Criodrilinae* appartenente, come le *lumbricinae*, alla famiglia delle *lumbricidae* in stretto senso.

Il lavoro è accompagnato da una tavola con 14 figure anatomiche ed istologiche.

I sottoscritti considerano il lavoro del D[r]. Rosa come una importante contribuzione allo studio dei vermi e ne propongono alla classe la lettura per l'inserzione nelle Memorie.

Michele Lessona.
T. Salvadori, *relatore.*

Ricerche intorno alle specie italiane del Genere Gordius,

del Dott. Lorenzo Camerano

I *Gordius* sono animali poco noti ancora sia rispetto alla loro anatomia, sia rispetto ai loro costumi e alla loro classificazione, tanto che molto spesso anche in trattati di zoologia recenti si trovano inesattamente caratterizzati. È incerta anzi la loro posizione fra gli altri vermi; è incertissima poi la loro filogenia.

Pare che il primo Autore che abbia fatto menzione di questi animali sia stato Alberto il grande (1). Da questo Autore a noi molti altri naturalisti hanno trattato dei *Gordius* (2) più o meno estesamente. La massima parte tuttavia degli Autori si limitò a menzionarli dicendo qualche cosa dei loro costumi e spesso confondendoli con altri vermi a loro simili nell'aspetto generale. I dati quindi di molti Autori antichi sono al tutto inservibili.

Linneo stesso fu poco felice a questo riguardo e lo stesso si dica di parecchi Autori posteriori a lui. Per trovare cognizioni un po' più chiare e sicure è d'uopo venire fino ai lavori di Charvet (3), di Siebold (4) e sopratutto di Dujardin (5) il quale delimitò in modo chiaro e preciso il genere *Gordius* nei limiti in cui si intende anche oggi.

Dopo il Dujardin molti Autori hanno scritto sui *Gordius* come Diesing, Baird, Meissner, Siebold, Schneider, Möbius, Gre-

(1) *De animalibus*, lib. XXVI, pag. 105.

(2) Il Villot, ha dato una bibliografia dei *Gordius*, quasi completa nella sua: *Monographie des dragonneaux* (Archives de zool. exper. et gén., vol. III, con 8 tavole, 1874).

(3) *Observ. sur deux espèces du genre dragonneau, etc.* (Nouv. Ann. du Mus., vol. III, pag. 37, 1834).

(4) *Helmint., Beitr. Archiv. für Naturg.*, III, vol. 2, 1837.

(5) *Mém. sur la structure anatomique des Gordius*, ecc. (Ann. Sc. Nat., 2ª serie, vol. XVIII, pag. 129, 1842).

nacher, Linstow e recentissimamente al tutto Daniele Rosa e Vejdovski ed io avrò ripetutamente occasione di citare le opere di questi Autori nel corso di questo lavoro.

Un Autore moderno merita un cenno speciale, il Villot al quale si deve la *Monografia dei Gordius* già citata e che è ancora l'unico lavoro generale recente, sopra questi animali. Esso è tuttavia criticabile in molti punti.

Molto meno numerose e molto meno importanti sono le pubblicazioni riguardanti i *Gordius* italiani. Esse sono essenzialmente le seguenti:

U. Aldrovandi — *De animalibus insectis*, libri septem. Lib. VII, cap. X, pag. 720, figure a pag 765.

Le figure e le incisioni sono al tutto inservibili e indecifrabili.

A. de Bacounin — *Mémoires sur les* Gordius *d'eau douce des environs de Turin* — Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Turin. Années MDCCLXXXVIII-LXXXIX, 1790, pag. 23-42, tav. XII.

Questo Autore quantunque segua le idee di Linneo rispetto al genere *Gordius* e quindi comprenda in questo forme di vermi che non hanno nulla a che farvi; descrive tuttavia dei veri *Gordius* da lui trovati nel contorno di Torino, ed anzi pare che le sue descrizioni si riferiscano a due specie: una facilmente riconoscibile pel *Gordius tolosanus* Dujard., e l'altra probabilmente riferibile al *Gordius tricuspidatus* o *gratianopolensis* degli Autori (1). — Il Bacounin ha distinto chiaramente i sessi e riferisce numerose esperienze ed osservazioni sui costumi e sulla vita dei *Gordius*. Il suo lavoro merita per varii rispetti di essere consultato.

F. O. Scortecagna — *Considerazioni sopra una specie di Dragoncello* (Gordius aquaticus Linn. Gmel.) Milano coi tipi Lambertini 1840 — idem in Gazzetta di Milano 10 agosto 1840. In questi lavori l'A. parla di un *Gordius* che egli crede appar-

(1) Il Bacounin, dice a pag. 25: « Sur la quantité de gordius que j'ai examinés au microscope, j'en ai vu quelques-uns, qui au milieu de cette fourchette avaient un corps noir, lisse, saillant et oblong (fig. 5). Je ne sais quel est l'usage de ce corps qui est peut-être une partie de l'insecte, quoiqu'on ne le voie que dans très-peu d'individus ».

tenga al Gordio acquatico Gmelin e che egli chiama *Dragoncello di Lonigo o Leoniceno.*

G. Balsamo Crivelli — *Storia del genere* Gordius *e di un nuovo Elminto* Autoplectus protognostus. Memorie del R. Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti, vol. II, 1845. (La memoria del B. Crivelli venne letta il 20 luglio 1843)

È questo un lavoro, per quanto riguarda i *Gordius* puramente storico; come dice l'A. stesso: « Il Dujardin (1) nell'introduzione alla sua Memoria espose la storia di quanto fu fatto sovra i Gordii, la quale avendo io trovata molto incompleta, mi sono preposto riformarla con quelle aggiunte ed osservazioni che ho creduto opportuno introdurvi per meglio illustrare l'argomento. »

In questo lavoro il Balsamo Crivelli critica il precedente dello Scortecagna il quale rispose col lavoro che segue:

F. O. Scortecagna — *Analisi della Memoria* intitolata — *Storia del genere* Gordius *e di un nuovo Elminto* ecc. — Nuovi Annali delle Scienze Naturali di Bologna. Serie III, volume III, pag. 150, 1751.

In questo nuovo lavoro. lasciando in disparte la parte riguardante puramente la polemica dell'A. col Balsamo Crivelli troviamo che lo Scortecagna dà al *Gordius* descritto precedentemente una denominazione nuova colle seguenti parole: (2) « Che se tale denominazione non piace, ciò non pertanto viene sostituito il nome specifico derivato dal greco ed è di *Gordios melanoxros brakis*, cioè *Gordio nerognolo breve.* Ammesso questo nuovo vocabolo a questa specie, servirà per la distribuzione sistematica del genere Gordio siccome una nuova separata specie dalle altre specie rinvenute, e di quelle che fossero in seguito per rinvenirsi, giacchè non venne peranco ben bene stabilita la sistemazione di questi individui. L'A. dà poi inoltre la diagnosi seguente: « *Gordius aquaticus* Linn. Gmel. — G. filiformis, 5 pollicum longitudine nigredine praeditus, ore rotundato, intestino mediano, ano duabus papillis, finito, in quarum medium tuberculum verpae consimile ».

E facile vedere da quanto è stato detto che anche questo lavoro è oggi al tutto inservibile.

---

(1) Pag. 4.
(2) Pag. 152.

Balsamo Crivelli — Risposta all'Analisi della Memoria intitolata *Storia del genere* Gordius ecc. — Nuovi Annali di Scienze Naturali di Bologna, ser. III, vol. IV, pag. 73. 1851.

In questo lavoro l'A. dice « (1) Chiederò poi se il Gordio del sig. Scortecagna è o non è una nuova specie? Nella sua Analisi, inserita negli Annali di Storia Naturale nel fascicolo di febbraio, dice ch'egli propone di chiamarlo *Gordius melanoxros brakis* (così trovasi stampato), e nel dare poi la frase specifica a questa premette il nome sistematico di *Gordius aquaticus* ».

Qualche cenno sui *Gordius* in generale si trova in varii lavori riguardanti la medicina, qualche cenno pure si trova in alcuni catalogi faunistici, ma essi si riducono alla menzione nominale pura e semplice del *Gordius aquaticus* (2). Il che oggi non è sufficiente per poter sapere con sicurezza quali siano le specie osservate dagli Autori.

Il primo lavoro veramente importante, quantunque limitato a due specie, riguardante i *Gordius* italiani, è quello del Dottor D. Rosa. — *Nota intorno al* Gordius Villoti, n. sp. e al *G.* tolosanus Duj. Atti Reale Accademia delle Scienze di Torino, vol XVII, 1882 (3).

Da quanto precede risulta adunque che i lavori utili per la fauna italiana sono essenzialmente quello del Bacounin e quello del Rosa.

Gli altri debbono essere lasciati in disparte e le loro specie non si possono citare in *sinonimia* nè del G. *aquaticus* Linn. Gmel. come ha fatto il Diesing (4) nè di qualunque altra specie.

---

(1) Pag. 74.

(2) Così ad esempio il Pavesi, *Materiali per una fauna del Cantone Ticino* (Atti Soc. Ital. Scienz. Nat., vol. XVI, 1873, pag. 25), menziona il *Gordius aquaticus*, V. Siebold. Lo stesso si dica del *Gordius aquaticus* Duj. citato dal Bettoni (Prod. Faun. Bresciana, pag. 259, Brescia, 1884).

Il Perroncito nel suo recente lavoro: *Osservazioni fatte alle Terme di Vinadio* (Annali R. Acc. di Agricoltura di Torino, vol. XXVIII, 1885, pag. 190), riferì al *Gordius impressus* Schneider tre esemplari di *Gordius* da lui trovati nella località anzidetta. Avendomi gentilmente il Professore Perroncito concesso di esaminare i suoi *Gordius* ho verificato che essi non hanno nulla a che fare colla specie dello Schneider e che appartengono invece al comune *Gordius Villoti* Rosa.

(3) Ricorderò ancora Fiori e Rosa, *Un caso di parassitismo di* Gordius *adulto nell'uomo.* Regia Accademia di Medicina di Torino, 1881.

(4) *Revision der Nematoden* (Sitzung. Natur. Wissen, Wien, 1861, pag. 600).

La distinzione specifica dei *Gordius* è oggi ancora intricatissima poichè poco si sa sul valore dei caratteri e quindi non è possibile il subordinarli.

La struttura interna, a quanto pare è poco variabile e ci si presenta a un dipresso la stessa nelle parti più importanti anche nelle specie che ci sembrano essere esternamente più discoste fra loro.

È d'uopo quindi servirsi dei caratteri esterni. Questi sono essenzialmente:

1° La struttura della cuticola.
2° La forma delle estremità anteriore e posteriore del corpo.
3° Le armature genitali.
4° Le dimensioni.
5° La colorazione.

Quantunque Dujardin, Meissner e Siebold (1) avessero già parlato delle differenze della cuticola di alcune specie è tuttavia merito del Villot di aver applicato pel primo estesamente questo carattere alla differenziazione delle specie di *Gordius*.

Il Villot intende tuttavia l'integumento dei *Gordius* in una maniera che non è sostenibile. Egli chiama *epidermide* lo strato esterno e *derma* lo strato fibrillare sottostante il quale come è noto, è molto spesso nei *Gordius* ed è formato da molti strati di fibrille sovrapposti.

Senza entrare ora in maggiori particolari a questo riguardo: dirò che io credo si debbano invece intendere : l'*epidermide* del Villot come lo strato *cuticolare esterno* e il *derma* del Villot come lo strato *cuticolare interno*. La vera epidermide è formata dallo strato cellulare sottostante che il Villot considera appartenere al sistema nervoso.

Ciò premesso io debbo far osservare che lo strato *cuticolare interno* presenta un carattere comune a tutte le specie da me osservate e che molto probabilmente si trova in tutti i Gordius, carattere che venne dal Villot poco esattamente interpretato. Il carattere consiste in linee che appaiono chiare o scure secondo si abbassa o si innalza il tubo del microscopio, le quali si in-

(1) Opere citate.

crociano fra loro delimitando dei rombi più o meno ampi. Il Villot (1) dice: « Épiderme lisse divisé en losanges par des lignes saillantes, obliquement croisées ». Queste linee, come già fece osservare il Rosa (2) non sono punto rialzate: esse sono invece incavate, sono veri solchi dovuti all'inflettersi delle fibrille dei piani costituenti lo strato cuticolare interno. Per convincersi di ciò è d'uopo isolare colla dilacerazione un brano dello strato stesso ed esaminarlo con ingrandimenti assai forti. (ob. $^1/_8$ imm. om. e ocul. 3 e 4 Zeiss).

Vi sono specie come il G. Villoti Rosa ed altre nelle quali queste linee sono più facilmente osservabili; ma io le ho osservate, anche nel G. *tolosanus*, Duj. nel G. *De Filipii* Rosa, ecc.

Non credo quindi che la mancanza o la presenza di esse possa essere carattere specifico molto importante. Le dimensioni dei rombi delimitati dalle linee stesse, sembrano essere, entro a certi limiti, abbastanza fisse per ciascuna specie.

Nello stesso strato cuticolare interno si trovano pure in alcune specie delle raggrinzature le quali si estendono spesso anche allo strato cuticolare esterno e che osservate al microscopio hanno l'aspetto di spazi oscuri limitati da linee chiare: sono questi spazi che il Rosa (3) chiama impropriamente areole.

I caratteri forniti dallo strato cuticolare esterno sono i più sicuri. Importantissimi pure sono i caratteri della forma dell'estremità anteriore e posteriore del corpo e delle armature genitali.

Il carattere delle dimensioni presenta campo a molte discussioni.

Il Villot (4) dice: « Les dragonneaux, n'ayant plus, lorsqu'ils sont arrivés à l'état adulte, qu'un intestin atrophié, dépourvu d'ouverture buccale et d'œsophage, ne prennent certainement aucun aliment solide; mais l'eau qui les baigne de toutes parts et qui imbibe tous leurs organes peut facilement, si elle est chargée de principes nutritifs, servir à leur alimentation. D' ailleurs il est probable que, sous leur forme parfaite, ils n' ont plus besoin de prendre aucune nourriture ».

Che nei *Gordius* facienti vita libera ci sia una nutrizione tegumentale non mi pare cosa sostenibile sia per la struttura

(1) Op. cit. pag. 49.
(2) Op. cit. estr., pag. 6.
(3) Op. cit. estr., pag. 4.
(4) Op. cit., pag. 64.

dell'integumento, sia anche perchè in generale questi animali vivono in acque limpide, fredde (les eaux provenant de la fonte des neiges, dans lesquelles ils vivent ordinairement.... dice il Villot stesso) e poverissime di sostanze nutrienti.

Appena l'animale è giunto al suo completo sviluppo l'apertura boccale si chiude e la prima parte del canal digerente subisce un processo di degenerazione il quale si estende a poco a poco anche agli altri tessuti circostanti. L'animale adulto dà opera soltanto alla riproduzione: compiuta la quale generalmente muore: simile in ciò ad un grande numero di insetti nei quali pure si osserva un atrofizzarsi dell'apparato digerente nello stato perfetto.

Io credo quindi che dopo l'atrofizzazione della bocca le dimensioni dei *Gordius* non possono più variare che in limiti assai ristretti o forse non variano affatto.

Credo però che in una data specie si possano avere individui adulti di dimensioni variabili; ma non tuttavia fra limiti troppo distanti, e che ciò dipenda da condizioni individuali sia negli stadii di vita parassitaria, sia forse anche dai primi momenti di vita libera.

Ciò premesso mi pare che gli individui privi di apertura boccale si debbano considerare come adulti, almeno fino a prova contraria, e che i caratteri che essi presentano debbano avere importanza di caratteri specifici.

Anche la colorazione, quantunque poco varia nei *Gordius*, può fornire qualche carattere specifico non disprezzabile.

Io debbo avvertire in ultimo, che, rispetto alle regole di nomenclatura, ho seguito quelle della Associazione Britannica non essendo persuaso dell'utilità di introdurre i cambiamenti proposti e messi in pratica dal Villot nella sua monografia.

Gen. **GORDIUS** (partim) Linneo.

Linneo stabilì il genere *Gordius* con questa caratteristica « *corpus filiforme, aequale, laeve* (1) Gmelin separò dal genere Linneano alcune specie e ne formò il genere *Filaria* (2); pel genere *Gordius* egli conservò la diagnosi di Linneo.

---

(1) *Systema Naturae*, edit. XII, 1767, vol. I, pars. II, pag. 1075, gen. 275.
(2) *Systema Naturae*, vol. I, pars VI, pag. 3039 e pag. 3082, Anno 1788.

Gli Autori posteriori ora seguirono Linneo, ora Gmelin ed io non li menzionerò qui (1) tanto più che nulla aggiunsero di realmente importante alle cognizioni che già si avevano.

È d'uopo venire fino al Dujardin (2) per trovare una delimitazione più esatta del genere *Gordius*. Il Dujardin stabilì alle spese di questo il genere *Mermis*.

Colla formazione dei generi *Filaria* e *Mermis*, il genere *Gordius* rimase ben delimitato e quale si intende ancora oggi. Alla frase data dal Linneo si aggiunse: *os terminale*, *extremitas caudalis maris apice furcata*, *apertura genitali ad basim furcationis*, *pene proprio nullo*, *extremitas caudalis feminae integra aut bi - vel tricuspis*, *apertura genitali in apice caudali vel ad basim cuspidum* (3).

Il genere *Gordius* conta oggi numerose specie: il Villot nella sua monografia ripetutamente citata ne descrisse 34.

Due altre ne menzionò lo stesso Villot nella seduta del 18 maggio 1884 della Società di Scienze Naturali del Sud-Est.

Una specie descrisse il Rosa (4), tre altre specie descrisse recentemente il Linstow (5). Due altre specie descrisse in questo stesso anno il Vejdovsky (6). Si arriva in complesso a poco più di una quarantina di specie.

È d'uopo osservare tuttavia che parecchie di queste specie si conoscono soltanto per mezzo di descrizioni insufficienti. Io credo che sia d'uopo collocare fra le *species inquirendae* tutte quelle che non vennero sufficientemente descritte. Così ad esempio:

---

(1) Si veda la storia del genere *Gordius* esposta minutamente nelle opere già citate del Balsamo Crivelli, del Villot ed anche in Dujardin (Ann. Sc. Nat., ser. 2ª, vol. XVIII, 1842, pag. 129).

(2) *Mémoire sur la structure anatomique des Gordius* et *d'un autre Helminthe le Mermis*, qu'on a confondu avec eux. (Ann. Sc. Nat., 2ª ser., volume XVIII, 1842, pag. 129.

(3) MEISSNER e SIEBOLD, *Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Gordiaceen* (Zeit. für Wiss. Zool., vol. VII, 1856, pag. 142. — DIESING, *Revision der Nematoden Sitz. der Akad. Wiss.* Wien, XLII, 1860, pag. 599). — VILLOT, op. cit., pag. 45.

(4) *Nota intorno a una nuova specie di* Gordius *di Tiflis*. Atti R. Acc. Sc. di Torino, vol. XVI, 1881.

(5) *Nemat. Tremat. u. Acanthocephalen*, ges. v. Prof. FEDTSCHENKO (Archiv. f. Naturg, 1883, pag. 299).

(6) *Zur morphologie der Gordiiden*, (Zeit. für Wiss. Zool., vol. XLIII, pag. 370, 1886).

le specie seguenti: *Gordius lineatus* Leidy, *Gordius robustus* Leidy, *G. chilensis* Blanchard, *G. incertus* Villot, *G. crassus* Grube, *G. gemmatus* Villot (1). Di parecchie altre specie la descrizione, malgrado i lavori del Villot, dovrebbe essere rifatta ed accompagnata da disegni esatti.

Gordius tolosanus Dujardin.
(2)

Gordius tolosanus Dujardin — Sur les *Mermis* et les *Gordius* — Ann. Sc. Nat. 2 ser., vol. XVIII, pag. 146 (1842) — Diesing. Systema Helminthum, vol. II, pag. 106, 112 (1851) — Villot. (3) Monogr. des dragonneaux, (Archiv. di zool. Exp. vol. III, pag. 55, tav. 1, fig. 6; tav. II fig. 11 (1874). — Rosa e Fiori. Un caso di parassitismo di *Gordius* adulto nell'uomo; giornale della R. Accad. di Medicina di Torino (1881) — D. Rosa. Atti R. Ac. Sc. di Torino, vol. XVII (1882) — Vejdovsky, Zur. Morphologie des Gordiiden, Zeit. f. Wiss. zool. vol. XLIII, pag. 370, tav. XV e XVI. (1886).

Gordius aquaticus Berthold — Ueber den Bau des Wasserkalbes — Abhand. Kön, Ges. Wiss. Gottingen, vol. I, 1843, pag. 1, tav.

---

(1) In questo gruppo di animali è assolutamente indispensabile che le descrizioni delle specie siano minute e complete e che ad esse si uniscano i disegni opportuni. In modo diverso le descrizioni sono generalmente inservibili.

(2) Come già ho detto nella parte bibliografica una delle forme di *Gordius* descritte dal Bacounin (Mem. R. Acc. Sc. di Torino, anno 1790) è da riferirsi a questa specie.

(3) Villot (op. cit., pag. 55) dice: « Ce Dragonneau a été signalé pour la première fois, par M. Charvet (*Observ. etc.* Nouv. Ann. du Muséum, volume III, pag. 45, 1834) sous le nom de Dragonneau de Risset ». Non so su quali argomenti il Villot fondi questa sua asserzione poichè dalla descrizione del Charvet non è possibile dire a quale specie moderna il suo Dragonneau de Risset si debba riferire. Il Dujardin stesso del resto non tenne conto alcuno della descrizione del Charvet. Il Diesing (*Syst. Helmint.*, pag. 106) mette, non si sa con quale fondamento, il Dragonneau di Risset, sinonimo del *G. gratianopolensi* e ne fa una var. *gracilior*. Lo stesso Diesing più tardi (*Revision der Nematoden*, pag. 600) lo fa invece sinonimo del *G. seta* Müller.

Gordius subbifurcus Siebold, Stettiner entom. zeit pag. 296, (1848) — Diesing Syst. Helm. vol. II, pag. 90, 27 (1851) Meissner, Anat. und Physiol. der Gordiaceen. zeit. f. Wiss. zool. vol. VII, pag. 59, tav. III e IV, fig. 2, 4, 6, 5, 10, 12, (1856) — Siebold, ibidem, pag. 143 — Diesing, Revision d. Nematoden. Sitz. Akad. Wiss. Wien. vol. 42, pag. 602 (1861) — Schneider, Monographie der Nematoden, pag. 180, tav. XIV, fig. 2 (1866) — Grenacher, zur Anatomie der Gattung Gordius, zeit. f. Wiss, zool. vol. 18, pag. 322, tav. XXIV, fig. 17 (1868).

a) 20 esemplari, Contorni di Torino, 1886.
b) 1 » dall'intestino umano, Torino (Dott. G. M. Fiori).
c) 1 » Lanzo (L. Camerano).
d) 1 » Moncalieri (L. Camerano).
e) 1 » Rocchetta Tanaro (Dott. F. Sacco) giugno 1886.
f) 1 » Grenoble (avuto in comunicazione dal conte A. Ninni al quale venne spedito dal sig. Villot).

L'estremità anteriore nei maschi è nel suo margine estremo quasi tronca e appena arrotondata. Essa è assottigliata spiccatamente rispetto al corpo. Lo stesso si dica per le femmine.

L'estremità posteriore nei maschi è biforcata: i lobi sono corti e relativamente larghi; essi sono spiccatamente più corti del diametro trasversale del corpo misurato all'altezza dell'apertura cloacale. I lobi sono divergenti e il loro margine interno è diritto o leggermente convesso.

Nelle femmine l'estremità posteriore è tronca obliquamente ed è solcata: le parti laterali al solco sono un po' rigonfie: l'apertura cloacale è aperta nel solco, ma verso la parte ventrale.

Lo strato cuticolare nel *Gordius tolosanus* è notevolmente diverso nei due sessi. Esso è areolato. Le areole nei maschi hanno contorno rotondeggiante ma un po' irregolare; sono un po' convesse e di color giallo-brunastro più o meno scuro; esaminate con forti ingrandimenti si presentano irregolarmente rugose alla superficie.

La loro grandezza varia da 7 a 17 micromillimetri di larghezza. Di tratto in tratto senza ordine preciso, con una maggior abbondanza nella parte ventrale e sui fianchi, che non sul dorso, fra queste areole se ne osservano altre molto più grosse e di forma variabile (1), esse presentano nel mezzo un cerchietto chiaro, brillante e sono, come dice benissimo il Villot, ombelicate, talvolta gli ombelichi sono due e talvolta anche tre nella stessa areola.

Queste grosse areole, che si possono considerare come formate dalla unione di parecchie delle areole più piccole, hanno larghezza variabile fra 20, 30 ed anche 33 micromillimetri. Fra le areole piccole e fra queste e le grandi tutto all'intorno vi è un solco dovuto alla sporgenza delle areole stesse: in questo stanno asperità granuliformi o peliformi assai brillanti, con disposizione poco regolare ora in una serie sola ora in due o tre. (Non ho mai potuto osservare nei miei esemplari solchi così larghi come quelli disegnati da Villot, op. citat. fig. II, tav. II.

Al disopra ed in prossimità dell'apertura cloacale vi è un fascio di appendici a mo' di peli di lunghezza variabile (fino a 28 micromillimetri) e di forma irregolare; ora biforcati, ora divisi in tre o quatto rami. Sotto l' apertura cloacale, la quale ha essa pure allo intorno varie serie di peluzzi, stanno molte papille spiniformi alte da 10 a 12 micromillimetri le quali si estendono sul lato interno dei lobi fin quasi all' apice di questi.

La femmina ha lo strato cuticolare esterno coperto di areole analoghe alle piccole areole del maschio e di grandezza variabile da 5 a 12 micromillimetri. I solchi interareolari e i granuli brillanti sono come nei maschi. Qua e là fra le areole alcuni cerchietti più scuri e più grandi indicano i prolungamenti che attraversano lo strato fibrillare sottostante della cuticola provenendo dallo strato cellulare sottostante. Mancano le areole grosse e i rivestimenti pelosi dei maschi.

Nei maschi la colorazione è generalmente più scura che nelle femmine: il collare bruno che tien dietro alla calotta chiara dell'estremità anteriore è poco spiccato e si fonde spesso col

---

(1) Il disegno che dà il Villot dello strato cuticulare esterno di questa specie nella sua ripetutamente citata *Monografia dei Gordius* è poco felice.

color bruno scuro del corpo. Questo è più scuro posteriormente che anteriormente.

Le femmine sono giallastro chiare con collare bruno poco spiccato e con una macchia bruna circondante l'apertura cloacale e continuantesi in due fascie, dorsale e ventrale, le quali si sfumano in breve colle tinte del corpo.

DIMENSIONI.

Maschi — Lunghezza da m. 0,14 a m. 0,21. — Larghezza m. 0,0007.

Femmine — Lunghezza da m. 0,13 a m. 0,17. — Larghezza m. 0,001.

Questa specie è la più comune nel contorno di Torino. Buone figure di questa specie si hanno nello Schneider, nel Meissner e Siebold e nel Rosa. (Vedi sinon.).

Gordius alpestris nov. sp.

Gordius alpestris. Villot in schedis.

a) 2 esemplari, Vallone della Veggia (Biellese) a 1500 metri circa sul livello del mare, 1886. (L. Camerano).

b) 1 esemplare Aizy-Sur-Noyare, avuto in comunicazione dal Conte A. Ninni al quale venne spedito dal Villot.

L'estremità anteriore del corpo ha il margine estremo arrotondato, più spiccatamente nei maschi che nelle femmine. Il capo viene assottigliandosi verso la parte anteriore, più nelle femmine che nei maschi. La calotta anteriore non è distinguibile per la forma dal rimanente.

L'estremità posteriore dei maschi è biforcata con lobi poco divergenti e col margine interno arcato. Non vi è lamina postcloacale. Al disopra dell'apertura cloacale vi è una serie di peli, piegata ad angolo; i lobi della biforcazione sono verso l'interno abbondantemente provvisti di piccole protuberanze spiniformi.

Nelle femmine l'estremità posteriore è arrotondata; l'apertura cloacale è collocata quasi al centro ed è circondata da un anello bruno, il quale si sfuma in una macchia bruno-ferruginosa.

Lo strato cuticolare esterno è simile nei due sessi; esso è areolato; le areole hanno margini spesso rettilinei; le areole sono trasparenti assai e misurano generalmente in lunghezza 21 o 20 micromillimetri, e in larghezza 16 o 18 o 20 micromillimetri. Gli spazi interposti fra le areole variano in larghezza da 1 a 2 micromillimetri. Negli spazi interposti stanno qua e là dei piccoli rialzi peliformi assai brillanti.

La colorazione dell'animale è biancastra, leggermente giallìccia senza collare bruno alla estremità anteriore; ve ne è una traccia piccolissima nelle femmine. La colorazione dell'estremità posteriore delle femmine è già stata indicata.

DIMENSIONI.

Maschi — Lunghezza m. 0,134. - Larghezza m. 0,0004.

Femmine — Lunghezza m. 0,170, m. 0,140 — Larghezza m. 0,0004.

Il corpo molto assottigliato anteriormente, la mancanza di collare bruno e la struttura dello strato cuticolare esterno faranno riconoscere facilmente questa specie.

Gordius Violaceus Baird.

Gordius violaceus — Baird, New Entoz. British Museum (Proc. zool. Soc. part. XXI, 1853, pag. 20-3, Annulosa, tav. XXX, fig. 3 — Ann. nat. hist., 2 ser. XV, 71). — Diesing, Revis, d. Nematoden, Sitzung. Akad. Wiss. Wien, 1860, pag. 604-13 — Villot, Monogr. Dragon. Arch. zool. Exp. vol. III, pag. 60. - 28 (1874) — Soc. Science nat. du Sud-Est, Séance 18 mai 1884, Proc. Verb.

a) 2 esemplari ♂ e ♀ Grenoble (avuti in comunicazione dal signor conte A. Ninni, il quale li ricevette dal sig. Villot).

Io non ho trovato ancora questa specie in Italia, tuttavia credo probabile vi si trovi, perciò avendo avuto occasione di esaminare due esemplari di Grenoble ho creduto bene di dare il disegno delle estremità anteriori e posteriori del maschio e

della cuticola, tanto più che questa specie è poco nota e la diagnosi originale e le figure del Baird non bastano per la sua sicura caratterizzazione.

Io non descriverò minutamente questa specie: dirò solo che essa è distinguibile facilmente dalle altre specie a cuticola areolata per la sua mole, lunghezza da 30 a 40 cent., superiore a quella del *G. tolosanus*, del *G. Preslii*, del *G. alpestris*, ecc. per la forma appuntita dell'estremità anteriore: per l'estremità posteriore della femmina la quale è un po' rigonfia ed è bianchiccia e non macchiata come nel *G. tolosanus* e finalmente per la forma, per le dimensioni delle areole della cuticola e per la disposizione dei solchi e dei granuli interareolari, come si può vedere nella figura unita a questo lavoro; inoltre non vi sono nei maschi le areole più grosse come in quelli del *G. tolosanus*.

Gordius Preslii Vejdovsky.

Gordius Preslii Vejdovski, zur Morphologie der Gordiiden — Zeitsch. Wiss. zool. vol. XLIII, 1886, pag. 371, tav. XV e XVI.

a) 5 esemplari ♂ presi dal signor conte A. Ninni nel marzo 1884 a Treviso.
b) 3 » ♀ come sopra.

L'estremità anteriore è arrotondata: la parte anteriore, quella che costituisce la calotta chiara è più stretta del rimanente e tende ad appuntirsi anteriormente a mo' di lobo. Questo carattere è più spiccato nelle femmine che nei maschi.

Nelle femmine la parte dell'estremità anteriore che tien dietro alla calotta chiara si presenta alquanto rigonfia.

La coda dei maschi è biforcata all'estremità: i due rami sono poco divergenti e sono lunghi circa tre decimi di millimetro. L'apertura cloacale dista dalla biforcazione un decimo di millimetro o poco più.

Nelle femmine l'estremità caudale è arrotondata e l'apertura cloacale è collocata nel mezzo.

La cuticola è areolata con qualche leggera differenza fra i due sessi.

Nei maschi la cuticola presenta areole di lunghezza variabile da 12 a 20 micromillimetri e di larghezza variabile da 5 a 10, vale a dire che le areole sono in complesso spiccatamente più lunghe che larghe.

Le areole sono separate fra loro da spazii chiari, larghi circa 2 micromillimetri.

Le areole sono contornate da numerosi e piccoli rialzi granuliformi (börstschen Wejdovsky), i quali raramente si scostano dal contorno immediato delle areole e non arrivano a misurare in altezza un micromillimetro. Di tratto in tratto in mezzo alle linee chiare spuntano prolungamenti più grossi e più lunghi (porenkanäle Wejdovsky), i quali misurano appena poco più di due micromillimetri.

Nella regione caudale si notano numerosi e piccoli rialzi spiniformi coll' apice rivolto verso l'estremità della coda; i quali sono più ravvicinati ed abbondanti al disotto dell'apertura cloacale e nella parte interna dei due rami della biforcazione, sopratutto verso la loro base.

Al disopra della apertura cloacale comincia una serie di setole la quale si prolunga dai due lati fino alla base di ciascun ramo della biforcazione descrivendo da ciascun lato una curva parabolica. Le setole hanno lunghezza e forma varia: le più grandi misurano da 10 a 14 micromillimetri; altre sono appuntite, altre si dividono all'apice irregolarmente in due o tre prolungamenti a un dipresso come nel *Gordius tolosanus* Dujar.

Nelle femmine le areole della cuticola hanno in generale una lunghezza variabile da 12 a 20 micromillimetri ed una larghezza variabile da 17 a 18 micromillimetri; esse sono cioè più rotondeggianti che nei maschi. Le linee chiare che separano le areole misurano in generale 3 micromillimetri circa di larghezza.

Piccoli e numerosi rialzi granuliformi non solo contornano come nei maschi le areole, ma riempiono quasi intieramente gli spazii chiari interareolari. Di tratto in tratto spuntano anche qui prolungamenti più lunghi.

La colorazione non è notevolmente diversa nei due sessi. La calotta anteriore è biancastra ed è nettamente separata dal rimanente del corpo.

Dopo la calotta viene una fascia bruno-scura, la quale si sfuma a poco a poco col bruno più chiaro della colorazione del corpo che si mantiene costante fino alla regione caudale dove si inscurisce alquanto nei maschi.

Nelle femmine da me esaminate il bruno del corpo è un po' più chiaro che non nei maschi.

Gli esemplari da me esaminati presentano le dimensioni seguenti:

Maschi —	Lunghezza totale:	*a*)	m.	0,135
	» »	*b*)	»	0,17
	» »	*c*)	»	0,12
	» »	*d*)	»	0,153
	» »	*e*).	»	0,105
	Larghezza . .		»	0,0005
Femmine —	Lunghezza totale:	*a*)	m.	0,16
	» »	*b*)	»	0,14
	» »	*c*)	»	0,167

Larghezza a metà del corpo m. 0,0007.

Habitat. Treviso, (contorni di Praga).

Il *Gordius Preslii* venne descritto dal Wejdovsky nell'opera sopra citata, sopra esemplari raccolti nei contorni di Praga.

A questa specie io ho creduto di dover riferire gli esemplari di Treviso inviatimi dal conte A. Ninni quantunque la descrizione e le figure date dal Wejdovsky non corrispondano ad essi in tutti i punti esattamente.

Anzitutto debbo far osservare che la descrizione del Wejdovsky non corrisponde esattamente alle figure che il Wejdovsky stesso disegnò nel suo lavoro.

La figura 4 (tav. XV) che rappresenta la cuticola areolata porta fra le areole poche e fra di loro distanti, setoline; mentre invece secondo la descrizione gli spazi chiari fra le areole *sono rivestiti fittamente di setoline alte mm.* 0,006, *le quali nei preparati di superficie appaiono come punticini nettamente contornati.*

Nella figura 2 della stessa tavola, che rappresenta l'estremità posteriore del maschio visto dal disopra, si trova segnata con margini ben netti nel punto dove comincia la biforcazione, sotto l'apertura cloacale, una lamina a mezzaluna colla concavità rivolta in alto. Nel testo non vi è cenno alcuno sopra questa struttura, che se esistesse realmente sarebbe carattere, come noto, importante nella distinzione specifica dei *Gordius*. Forse si tratta

di un errore di disegno, poichè la curva della lamina non è quale si suole osservare nei *Gordius* provvisti di questa parte.

Fra i maschi da me esaminati e quelli descritti dal Wejdovsky si nota ancora una differenza nella posizione della cloaca rispetto al punto dove comincia la biforcazione essendo la prima ne' miei esemplari più vicina a questi ultimi che non in quelli del Wejdovsky.

Malgrado queste ed altre piccole differenze ho creduto bene, come già dissi sopra, di considerare gli esemplari di Treviso come appartenenti al *Gordius Preslii*, poichè i caratteri principali della forma dell'estremità anteriore e posteriore, della mancanza di areole speciali, più grosse nei maschi, delle dimensioni, del sistema di colorazione, ecc. concordano sostanzialmente.

Gordius tricuspidatus (L. Dufour) (1).

Filaria tricuspidata Léon Dufour, Observ. sur une nouvelle espèce de vers du genre *Filaria*, Ann. Sc. Nat. ser. I, vol, XIV, pag. 228, tav. 12, C (1828), — Ibid., ser. II, vol. VII, pag, 7, (1837).

Filaria Grylli bordigalensis, Siebold, Stettin. Entom. zeit. p. 154, (1842).

Gordius Grylli bordigalensis, Diesing, Syst. Helmint, pag. 95, n. 51 (1851).

Gordius gratianopolensis, Diesing, Syst. Helmint pag. 106. n. 113 (1851), (non var. *gracilior*, vide *G. tolosanus* Dujard. nota).

Gordius tricuspidatus, Meissner, Zeit fur Wiss. Zool,, vol. VII, pag. 49 e seg. — Siebold, Ibidem. pag. 143-3 (1856) — Diesing, Revision der Nemat. Sitz. Akad. Wiss. Vienna 1861, pag. 603, n. 10.

Gordius Dectici albifrontis, Syst. Helmint., pag, 96, num. 57 (1851).

---

(1) Ho già fatto osservare nella parte bibliografica che una delle forme descritte dal Bacounin (op. cit., 1788) deve molto probabilmente essere riferita a questa specie. Appartiene pure a questa specie il *Dragonneau du Claix* del Charvet (op. cit., pag. 38, 1834).

Gordius tricuspidatus var. *spiralis*, Diesing, Revision der Nemat. Sitz. Akad. Wiss. Vienna, pag. 604 (1861).
Gordius gratianopolensis, Schneider, Monograph. der Nematoden., pag. 181, n. 4, tav. XIV, fig. 1 (1865) — Villot, Monograph. des Dragonneaux, Arch. de zool. Exp., vol. III (1874), pag. 58.

Io non ho avuto occasione di esaminare alcun esemplare italiano di questa specie. Io tuttavia la menziono in questo lavoro poichè secondo le parole del Bacounin (op. cit.), e secondo il Diesing questa specie esisterebbe in Italia.

Del Bacounin già ho detto ripetutamente; il Diesing ha nel suo *Systema Helminthum*, pag. 96, n. 57 e nella sua *Revision der Nematoden*, pag. 604 (op. citat.) le parole seguenti: *Gordius tricuspidatus* var. *spiralis*.... Habitaculum, *Decticus albifrons*: in abdomine, in Sicilia (Joh. Natterer).

In quanto poi al nome che la specie in discorso deve portare dirò che non credo si possano accogliere le conclusioni del Villot. (*Monogr. d. Dragon.* op. citat. pag. 58) il quale dice che si deve adottare il nome di *Gordius gratianopolensis*. Il nome più antico è quello di *Filaria tricuspidata* L. Dufour, come si può vedere dalla sinonimia sopra esposta. La diagnosi data dal Dufour è sufficiente per far riconoscere la specie, quindi la denominazione del Dufour ha incontestabilmente diritto alla priorità, purchè bene inteso si vogliano seguire le regole di una buona nomenclatura.

Gordius Villoti Rosa.

Gordius aquaticus Villot, Monograph. d. Dragonneaux, Archiv. d. zool. exp. et Gén., vol. III, pag. 49, 1874.
Gordius Villoti Rosa. Nota intorno al *Gordius Villoti* e al *G. tolosanus*. Atti R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. XVII, 1882 (1).

(1) Ho lasciato in disparte tutti gli altri *Gordius aquaticus*, i quali non si possono, come già dissi sopra, mettere in sinonimia, nè di questa nè di altre specie perchè hanno diagnosi al tutto insufficienti.

a) 1 esemplare maschio. Lago del Cenisio (dal dottore Fedele Bruno).
b) » » femmina. Rivasco in Val Formazza, (L. Camerano).
c) » » maschio. Saint-Égrère, Francia. (Esemplare tipico mandato dal Villot al Conte A. Ninni che gentilmente me lo inviò in comunicazione).
d) » » femmina giovane (presenza di apertura boccale). Rivasco in Val Formazza (L. Camerano).

L'estremità anteriore del capo è arrotondata; la calotta chiara non è distinta dal rimanente del corpo da nessun restringimento. Nei maschi l'estremità anteriore è leggermente rigonfia: nelle femmine questo carattere pare meno spiccato.

L'estremità caudale dei maschi ha i due rami della biforcazione notevolmente divergenti fra loro: ciascun ramo essendo lungo a un dipresso come la larghezza dell'animale. I due rami sono alquanto ricurvi verso l'esterno in modo che la biforcazione presenta come una arcatura interna Il corpo dell'animale si restringe alquanto alla base della biforcazione. L'apertura cloacale è quasi a contatto della lamina a tetto che sta sopra al principio della biforcazione.

Nelle femmine l'estremità caudale è semplice e arrotondata, leggermente solcata in direzione antero-posteriore. In questo solco in posizione quasi centrale è collocato il foro cloacale.

Lo strato cuticolare (1) esterno è liscio nel senso che non ha struttura areolare. Esso appare, esaminato con ingrandimenti sufficienti (ob. C. oc. 4, Zeiss) e in preparati con glicerina, finamente granuloso e qua e là con piccolissimi prolungamenti a mo' di peluzzi (alti 2 micromillimetri e mezzo circa e larghi alla base 1 micromillimetro appena).

Lo strato cuticolare esterno partecipa alle increspature dello strato cuticolare sottostante, il quale in questa specie si mostra tutto increspato, il che dà in molti punti l'apparenza ottica di vere areole limitate da linee chiare. Lo strato cuticolare esterno

(1) *Épiderme* di Villot, op. cit. pag. 49.

essendo sottilissimo e intieramente trasparente lascia vedere al disotto una serie di linee ora chiare ora oscure, secondo che si allontana o si avvicina l'obbiettivo del microscopio, le quali si incrociano fra loro in modo da delimitare dei rombi. Queste linee sono dovute ad una sorta di inflessione che subiscono le fibrille dei varii piani dello strato cuticolare interno, come già dissi precedentemente. I rombi sono in generale notevolmente grandi e misurano fino a 90 micromillimetri e 37 micromillimetri nelle loro due diagonali. Se ne trovano tuttavia dei più piccoli aventi 30 micromillimetri di lunghezza e 20 di larghezza. Le linee che delimitano i rombi misurate quando appaiono chiare al microscopio hanno circa 5 micromillimetri di larghezza.

Nelle femmine l'integumento ha in complesso l'istesso aspetto che nei maschi; le linee sopra dette e l'apparenza areolare sono forse un po' più spiccate.

Nei maschi al disopra del principio della biforcatura vi è una lamina a tetto. Sui rami della biforcazione ed anche qua e là intorno all'apertura cloacale e sul corpo vi sono delle piccole sporgenze a mo' di peli un po' più grossi o di piccole spine. Anche nella femmina se ne osservano alcune sparse qua e là pel corpo verso la regione inferiore.

L'individuo che il Rosa (op. citat.) descrive come una giovane femmina di questa specie, parve anche a me realmente tale poichè presenta traccia di apertura boccale ed il corpo è anellato fin presso il capo. Nella struttura dell'integumento non differisce menomamente dalla femmina adulta.

Gli esemplari da me esaminati non presentano fra loro notevoli differenze di colorazione.

Nei maschi dietro la calotta chiara del capo vi è un anello bruno-scuro, non molto intenso, il quale si sfuma in una tinta bruno-chiara che occupa il corpo per la lunghezza di tre millimetri circa; la stessa colorazione bruna si estende lateralmente in due fascie che discendono lungo il corpo, fondendosi insieme a poca distanza dal capo e rendendo così uniformemente bruna la colorazione dell'animale. Sul dorso e sul ventre a partire dal secondo collare bruno si nota una tinta bruno-gialliccio chiara che discendendo in basso a poco a poco si va perdendo.

L'animale, esaminato anche con una lente semplice, lascia vedere molte piccole macchie giallognolo-chiare, a contorno spesso indeciso, sparse irregolarmente qua e là: queste si osservano su

tutto il corpo fino alla biforcazione caudale. Non ho osservato alcun cerchio bruno intorno all'apertura cloacale: la lamina postcloacale è bruno scura: nella parte interna e superiore della biforcazione vi è una tinta bruna intensa.

Nella femmina il color generale è bruno, il collare è bruno scuro e le striscie laterali sono poco distinte; lo stesso si dica della macchiettatura chiara.

Nel giovane la colorazione è quale venne indicata dal dottore Rosa (op. citat.), vale a dire il corpo è giallo chiaro con un collare bruno bene spiccato; mancano le fasce brune laterali.

Le dimensioni degli esemplari esaminati sono:

Maschi — *a*) (esemplare tipico del Villot) - Lunghezza totale m. 0,38 - Larghezza 7 decimi di millimetro.
b) (Lago del Cenisio) - Lunghezza totale m. 0,58 - Larghezza 1 millimetro circa.

Femmine — *a*) (Rivasco) Lunghezza totale m. 0,60 - Larghezza 1 millim. circa.
b) *juv.* (Rivasco) Lunghezza totale m. 0,09 - Larghezza $1/2$ millimetro.

Il *Gordius Villoti* Rosa, presenta questioni di sinonimia e di nomenclatura molto complesse. Il Rosa considera come sinonimo della sua specie quella che il Villot (op. citat.), descrisse col nome di *G. aquaticus* Dujard. Il Villot dietro esame dei preparati di integumenti inviatigli dal Dottor Rosa come gentilmente mi comunica lo stesso Dottor Rosa, così scviveva a quest'ultimo (16 ottobre 1885): « Votre G. Villoti correspond très exactement à ce que j'ai décrit dans ma Monographie (p. 54) sous le nom de *G. subareolatus*; mais je suis bien convaincu aujourd'hui, grâce à la comparaison de plus d'une quarantaine d'individus de tout âge et des deux sexes, que le *G. subareolatus* et le *G. aquaticus* de ma Monographie ne représentent que des états différents de développement d'une seule et même espèce. Le *G. aquaticus* représente l'état jeune et le *G. subareolatus* (votre G. Villoti), l'état vieux ».

Il Villot (1) descrive il suo *G. aquaticus* riferendolo a quella specie che Dujardin (2) descrisse col nome di *G. aquaticus*.

---

(1) Op. cit., p. 49.
(2) Op. cit., p. 142.

Ora, chi primo introdusse nella scienza il nome di *G. aquaticus* fu Linneo (1), colla seguente diagnosi:

Genere *Gordius* — *Corpus filiforme, aequale, laeve.*

Sp. *G. aquaticus* — *G. pallidus, extremitatibus nigris.*

Questa diagnosi come si vede non è sufficiente per caratterizzare alcuna specie di *Gordius* ed è oggi al tutto impossibile di sapere quale forma Linneo abbia voluto indicare col nome di *G. aquaticus.*

Gmelin, Lamarck, Cuvier, ecc. non ci forniscono maggiori ragguagli in proposito.

Il Dujardin (2) ha descritto per primo in modo abbastanza particolareggiato una specie che egli indicò col nome di *G. aquaticus* riferendola evidentemente alla specie Linneana, senza tuttavia dare le prove che la sua specie corrisponda realmente a quella designata da Linneo, cosa del resto che egli non avrebbe potuto fare.

La descrizione del Dujardin è abbastanza minuta e si riferisce ad un individuo adulto, come lo fanno credere le parole seguenti: « La tête, étudiée avec soin par des coupes transverses, me parut bien réellement imperforée ».

Il Dujardin non fa cenno della lamina chitinosa arcata posta al disotto dell'apertura cloacale.

Questo fatto unito alla piccolezza relativa (lung. 174 mill.) e all'essere l'animale adulto mi fanno dubitare fortemente che il *G. aquaticus* Dujardin sia una specie diversa dal *G. aquaticus* Villot (3).

Meissner (4) che venne dopo ha descritto e figurato col nome di *G. aquaticus* un maschio ed una femmina che non è facile sapere con sicurezza che cosa sono.

Certamente che il maschio di Meissner non corrisponde al maschio del *G. aquaticus* descritto dal Villot e non corrisponde neppure a quello descritto dal Dujardin poichè ha la cute areolata: esso probabilmente è una specie diversa al tutto. In quanto alla femmina si riconosce in essa qualche carattere affine a quella dell'*aquaticus* del Villot, come ad esempio nella forma della coda (5), ma la cosa è molto incerta.

---

(1) *Sys. Nat.*, XII ed., pag. 1075.

(2) Op. cit., pag. 142, 1842.

(3) Il Rosa (op. cit.) aveva già espressa la stessa idea.

(4) Op. cit.

(5) Op. cit., tav. III, fig. 3. In quanto alla fig. 1ª, che rappresenta il capo il Meissner, non dice se esso sia del maschio o della femmina. Non è possibile di giudicare con sicurezza del sesso dal semplice esame della figura.

Come si vede adunque neppure dalle descrizioni del Meissner non è possibile ricavare una diagnosi sicura del *G. aquaticus*.

Il Villot in ultimo nell'opera ripetutamente citata descrive un *Gordius aquaticus* riferendolo a quello di Dujardin; ma con una diagnosi, come si è già detto sopra, ben diversa.

Il Villot per primo considerò per *G. aquaticus* una forma con *lamina chitinosa sotto l'apertura cloacale* dei maschi.

In conclusione si ha:

Un *Gordius aquaticus* Linn. sul quale non è possibile dir nulla.
Un *Gordius aquaticus* Dujard.
Un *Gordius aquaticus* Meissner.
Un *Gordius aquaticus* Villot. (1).

Lasciando in disparte il *G. aquaticus* di Linneo, troviamo gli altri tre che hanno i caratteri differenziali seguenti:

G. aquaticus Dujar.	*G. aquaticus* Meiss.	*G. aquaticus* Vill.
Cute liscia. Il Dujardin non menziona la presenza della lamina chitinosa sotto l'apertura cloacale dei maschi.	Non indica fra le specie da lui descritte differenze nella cute. Non parla e non disegna lamine alcune sotto l'apertura cloacale dei maschi. Le stesse cose si possono dire per la diagnosi data dal Siebold, *Zeit. für Wiss., Zool.*, vol. 7, p. 142.	Cute liscia. Con lamina chitinosa sotto l'apertura cloacale dei maschi.

(1) Senza contare il *Gordius aquaticus* Grube indicato dal Linstow, (*Archiv. für Nat.* 1877, p. 3), e il *Gordius aquaticus* Gmel., pure indicato dallo stesso Linstow (*Archiv. für Nat.* 1884, p. 137).

Da tutto questo si vede come non sia assolutamente possibile identificare con sicurezza nè i *Gordius aquaticus* di Dujardin, di Meissner, di Villot, con quello di Linneo nè i *Gordius* sopra citati fra loro. Anzi vi sono varie ragioni per riconoscere in essi parecchie forme distinte.

Io credo quindi, per togliere la confusione che si ha attualmente nel genere *Gordius* in causa di questi vari G. *aquaticus* indecifrabili, sia conveniente abbandonare interamente questo nome.

La forma descritta dal Rosa col nome di G. Villoti corrisponde esattamente al *Gordius aquaticus* descritto dal Villot il quale è certamente adulto, poichè il Villot gli dà la dimensione massima di 89 centimetri.

Nel brano della lettera del Villot al Dottor Rosa sopra citata egli riunisce al suo *Gordius aquaticus* il suo G. *subareolatus* (1) e crede che quest'ultima specie rappresenti lo stato vecchio della precedente e che lo stesso si debba dire del G. Villoti Rosa.

Ora pare difficile che il *Gordius aquaticus* di Villot il quale misura sino ad 89 centimetri, sia un giovane poichè esso supera di molto in lunghezza quella dell'esemplare più grande, data dal Rosa al suo G. Villot, vale a dire la lunghezza di 60 centimetri.

D'altra parte la diagnosi del *subareolatus* del Villot nella quale non si parla nè della presenza, nè della mancanza della lamina chitinosa posta dopo l'apertura cloacale dei maschi, nè si danno limiti precisi di dimensioni non concede di accettare senza nuovo esame l'opinione sopra espressa del Villot.

Io ho avuto occasione di esaminare un tipo del *Gordius aquaticus* Villot che questi inviò al conte A. Ninni, ed ho trovato che esso corrisponde in tutto agli esemplari descritti dal Rosa.

Io credo, dirò per conchiudere, che la denominazione di *Gordius aquaticus*, debba essere per maggior chiarezza abbandonata, e che quindi, come già fece il Dottor Rosa, al *Gordius aquaticus* di Villot ci si debba dare un altro nome che in questo caso dovrebbe essere di *Gordius Villoti*, Rosa.

---

(1) Op. cit., p. 54.

Gordius Perronciti n. sp,

a) Un individuo (incompleto), Gran Sasso d'Italia dal signor Camillo Gibelli.
b) » » Italia, avuto dal Prof. Perroncito, 1886.

L'estremità anteriore è bruscamente assottigliata ed ha il suo margine estremo arrotondato.

L'estremità posteriore è arrotondata con un leggero solco mediano nel quale si apre l'orifizio cloacale. Il corpo ha lo stesso diametro trasversale a cominciare dal restringimento del capo fino alla estremità posteriore.

Lo strato esterno cuticolare è liscio, vale a dire non ha struttura areolare. Esso presenta qua e là alcune prominenze a mo' di peluzzi. Lo strato cuticolare inferiore è notevolmente spesso e presenta linee delimitanti rombi aventi diagonali di 112 e di 62 micromillimetri circa. Inoltre è spiccatamente increspato. Le increspature sono allungate e sono evidentissime, apparendo, secondo si innalza o si abbassa l'obbiettivo del microscopio, ora come spazi chiari limitati da linee oscure, ora come spazii oscuri limitati da linee chiare.

La colorazione è giallo-bruna, uniforme. La calotta chiara dell'estremità anteriore è nei due esemplari da me esaminati appena visibile; poco spiccato pure è il colletto bruno che tiene dietro ad essa e non è distinta da margini netti dal rimanente del capo.

DIMENSIONI.

Femmine a) Lunghezza m. (?) - Larghezza m. 0,0017, esemplare incompleto.
» *b*) Lunghezza m. 0,56 - Larghezza m. 0,0015.

Io non ho potuto, disgraziatamente esaminare maschi di questa specie: tuttavia le femmine sopra descritte mi paiono appartenere ad una specie distinta da quelle descritte fino ad ora sia per la forma del capo, sia per la mole e pel rapporto del diametro trasversale con la lunghezza del corpo.

Questa specie è affine al *Gordius Villoti* per la struttura degli strati cuticolari: ma se ne scosta pei caratteri sopra menzionati e per la mancanza di macchiettature chiare sul corpo.

Gordius Rosae nov. sp.

a) 8 esemplari Vallone della Veggia (Biellese) a 1500 metri circa sul livello del mare, 1886. (L. Camerano).

L'estremità anteriore è assottigliata, il suo margine estremo è arrotondato; l'assottigliamento è spiccato sopratutto nelle femmine le quali hanno il corpo un po' più largo dei maschi. La calotta chiara è appena distinta da un leggero restringimento dal resto del corpo. L'assottigliamento comincia poco dopo il margine inferiore dell'anello nero.

L'estremità caudale dei maschi ha i lobi della biforcazione spiccatamente più corti della larghezza del corpo, misurata al livello dell'apertura cloacale: essi hanno il loro margine interno notevolmente arcato. Il corpo è appena ristretto alla base della biforcazione.

L'estremità caudale delle femmine non è gran fatto diversa da quella delle femmine del *G. Villoti* e del *G. Pioltii.*

Nei maschi lo strato cuticolare esterno è liscio; vale a dire non ha struttura areolare, esaminato con sufficienti ingrandimenti (oc. 2. ob. 9 secco Hart. ob. E. oc. 4 Zeiss) esso appare coperto di piccoli granuli più o meno allungati; ma meno fitti che nel *G. Pioltii.*

Le linee che nello strato cuticolare inferiore delimitano dei rombi sono assai spiccate. I rombi hanno diagonali di 62 e 100 o di 85 e 112 micromillimetri circa, in complesso essi sono più grandi di quelli del *G. Pioltii* ed anche di quelli del *G. Villoti.*

Qua e là, ma sopratutto verso la regione caudale, spuntano fuori i prolungamenti dello strato inferiore cellulare i quali sono tuttavia meno numerosi che nel *G. Pioltii.*

Non vi sono notevoli differenze fra i due sessi negli strati cuticolari.

Nei maschi al disopra della biforcazione caudale sta una lamina a tetto: sul prolungamento dei due apici inferiori di essa stanno pochi peluzzi.

Nei maschi dietro la calotta chiara vi è un anello nero il quale si continua in due fasce laterali assai spiccate che pro-

cedono lungo il corpo fin quasi all'estremità caudale: il rimanente del corpo è giallastro, bianchiccio, od anche un po' brunastro; intorno all'apertura cloacale, ad una distanza eguale ad una volta e mezzo circa il diametro dell'apertura stessa si osserva una macchia bruno scura disposta ad ellisse, come indica la figura unita a questo lavoro; la lamina a tetto è bruniccia. In alcuni individui le fascie laterali e quella che circonda l'apertura cloacale sono meno appariscenti e la tinta generale del corpo è più bianchiccia.

Le femmine hanno in complesso la stessa colorazione dei maschi; salvo la macchia circumcloacale.

DIMENSIONI.

Maschi — Lunghezza m. 0,025 - m. 0,018 - Larghezza da 7 decimi di millimetro ad un millimetro.

Femmine — Lunghezza m. 0,016 - m. 0,014 - Larghezza 7 decimi di millimetro.

Il *Gordius Rosae* è specie affine al *Gordius Villoti* e al *Gordius Pioltii*; ma è facilmente distinguibile da queste due specie per la forma del capo, dei lobi della biforcazione dei maschi e per la colorazione.

Esso presenta pure una certa affinità (stando alla diagnosi del Villot) al *G. subareolatus* di questo autore il quale tuttavia nella descrizione (1) non fa cenno della lamina a tetto dei maschi e dice l'estremità anteriore « *tronquée* » Si veda del resto, rispetto a questa specie ciò che è detto a proposito del *G. Villoti*.

Gordius Pioltii nov. sp.

a) 4 esemplari contorni di Cesana Torinese a circa 1917 metri sul livello del mare, 1886 (dal Dottore G. Piolti).

L'estremità anteriore è arrotondata; la calotta chiara è distinta dal rimanente da un restringimento spiccato nei maschi;

---

(1) *Monogr. drag.* (op. cit.) pag. 54.

nelle femmine questo restringimento manca. Nei maschi al restringimento sopradetto tien dietro un tratto notevolmente rigonfiato; nelle femmine ciò si osserva in grado minore.

L'estremità caudale dei maschi ha i lobi non divergenti; questi sono lunghi a un dipresso come la larghezza dell'animale, misurata al livello dell'apertura cloacale. I due lobi sono connessi nella loro parte interna. Il corpo si restringe spiccatamente alla base della biforcazione.

L'apertura cloacale dei maschi e l'estremità posteriore delle femmine sono, a un dipresso, come nel *Gordius Villoti*. Il solco terminale della femmina è tuttavia nel *G. Pioltii* più spiccato.

Nei maschi lo strato cuticolare esterno è liscio nel senso che non ha struttura areolare; esaminato con ingrandimenti sufficienti (oc. 2, ob. 9. secco. Hart. - ob. E. oc. 4, Zeiss.), esso appare fittamente granulosa con granuli di varia grandezza: in una sezione ottica questi granuli appaiono come ineguali rialzamenti dello strato cuticolare esterno.

Riescono spiccate assai, per la trasparenza dello strato cuticolare esterno, le linee dello strato cuticolare inferiore le quali si incrociano in modo da limitare dei rombi aventi diagonali di 24 e di 38 micromillimetri circa.

Qua e là, talvolta nel punto di incontro delle linee sopra menzionate, tal altra in mezzo agli spazi rombici, si osservano degli spazi ovali, granulosi, più chiari, i quali coincidono spesso colle macchiettature chiare dell'integumento e che corrispondono a rialzi dello strato cellulare sottostante della pelle i quali sporgono al difuori attraversando gli strati cuticolari. Gli spazi in questione misurano generalmente una larghezza di 5 o 6 micromillimetri e una lunghezza di 14 o 15 micromillimetri. La loro altezza è varia e può giungere anche a 4 o 5 micromillimetri.

Non ho trovato differenze notevoli rispetto all'integumento fra i due sessi, salvo che nelle femmine da me esaminate le granulazioni erano più fitte che nei maschi.

Nei maschi al disopra del principio della biforcazione vi è una lamina a tetto. Nella parte interna dei lobi caudali vi sono numerosi peluzzi di mole assai piccola.

Nei maschi dietro la calotta chiara vi ha un colletto nero lungo come la larghezza del capo, il quale si sfuma in due fasce laterali bruno. La parte interna dei lobi caudali è bruna, la

parte esterna e inferiore dei lobi stessi è bianchiccia. Il corpo ha colore complessivamente bruno. Colla lente si scorgono numerose macchiette ovali, a margini ben netti di color chiaro. Non vi è cerchio bruno intorno all'apertura cloacale dei maschi.

Le femmine presentano a un dipresso lo stesso sistema di colorazione dei maschi.

DIMENSIONI.

Maschi — Lunghezza m. 0,114 a m. 0,105 - Larghezza 5 decimi di mill. circa.

Femmine — Lunghezza m. 0,095 a m. 0,142 - Larghezza 5 decimi di millimetro.

Il *Gordius Pioltii* è specie affine al *G. Villoti* dalla quale tuttavia è facilmente distinguibile sia per la mole, sia per la struttura dell'integumento, sia anche per la forma dell'appendice caudale dei maschi. Giudicando dalla diagnosi dello Schneider (1) il *G. Pioltii* sarebbe affine anche al *G. setiger* di questo Autore. Ma quest'ultima specie merita di essere studiata di nuovo (2).

---

(1) *Monogr. d. Nemat.*, pag. 178, tav. XIII, fig. 9.

(2) Mentre questo lavoro era in corso di stampa il Dottor A. Borelli mi portò da Nizza marittima tre *Gordius* presi nel contorno della città. Essi sono riferibili a questa specie; ma hanno una colorazione bruna, un po' più intensa di quella degli esemplari di Cesana Torinese.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE [1]

Fig. 1 — Estremità anteriore del *Gordius Pioltii* n. sp. ♀ (ob. C. oc. 2 Zeiss.).

» 2 — id. id. » n. sp. ♂ (ob. C. oc. 2. Zeiss).

» 3 — Estremità posteriore del » *Preslii* Veyd ♂ (ob. C. oc. 2 Zeiss).

» 4 — id. id. » *Pioltii* n. sp. ♂ (ob. C. oc. 2. Zeiss.)

» 5 — Estremità anteriore del » *Preslii* Veyd. (ob. C. oc. 2. Zeiss.).

» 6 — id. id. » *Preslii* Veyd. ♀ (ob. C. oc. 2. Zeiss.)

» 7 — Estremità posteriore del » *Rosae* n. sp. ♂ (ob. C. oc. 1. Zeiss.).

» 8 — id. anteriore del » *Rosae* n. sp. ♂ (ob. A. oc. 1. Zeiss.).

» 9 — id. id. » *Rosae* n. sp. ♀ (ob. A. oc. 1. Zeiss.).

» 10 — id. posteriore del » *alpestris* n. sp. ♂ (ob. A. oc. 1 Zeiss.).

» 11 — id. anteriore del » *alpestris* n. sp ♂ (ob. A. oc. 1. Zeiss.).

» 12 — id. id. » *alpestris* n. sp. ♀ (ob. A. oc. 1. Zeiss.).

---

(1) Le figure vennero disegnate alla camera lucida col tubo del microscopio chiuso e tenendo la carta del disegno all'altezza del piattino del microscopio per le figure nelle quali è indicato il microscopio di Zeiss, e sul tavolo da lavoro per quelle nelle quali è indicato il microscopio di Hartnak. Gli animali intieri e gli strati cuticulari vennero esaminati in glicerina.

Lit. Dev. e. Torino

L. Camerano dis. dal vero

Lit. Doyen, Torino

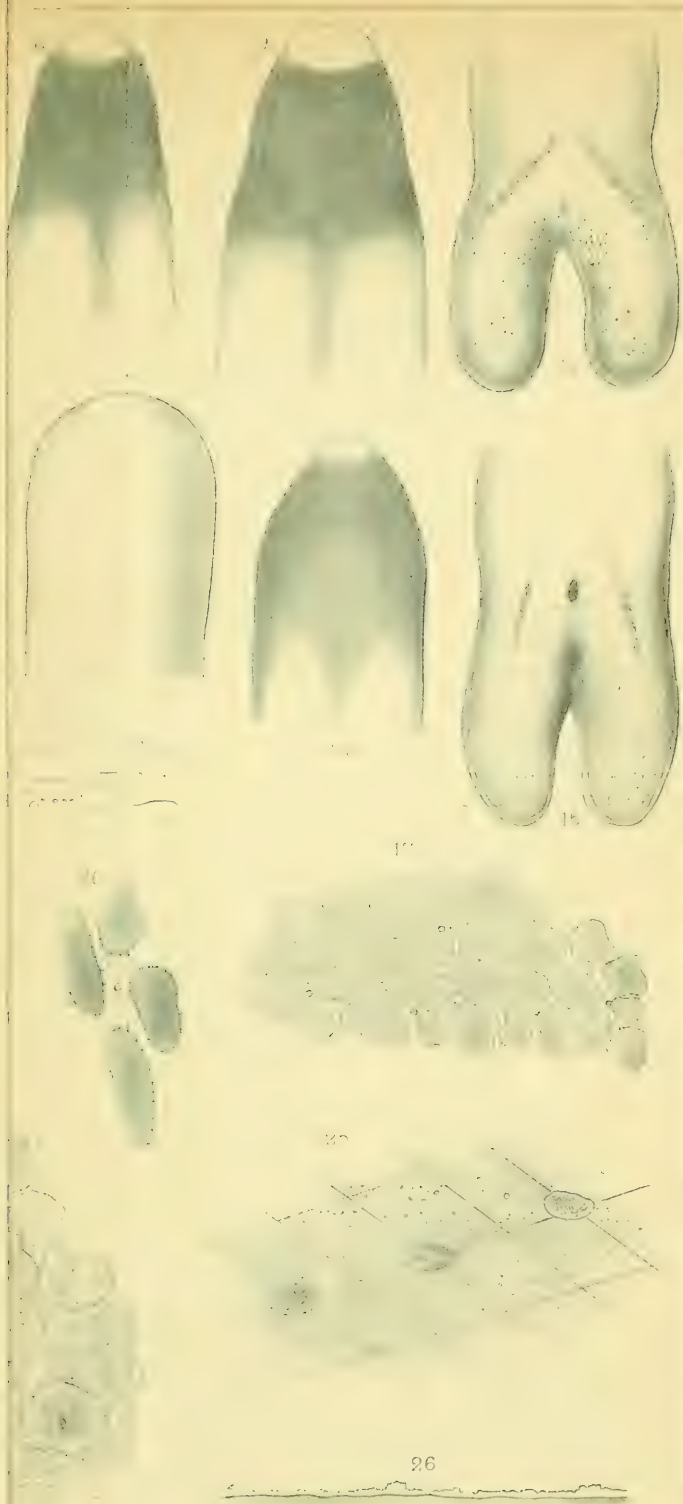



Fig. 13 — Estremità posteriore del *Gordius alpestris* n. sp. ♀ (ob. A. oc. 1 Zeiss.).

» 14 — Parte anteriore del » *Perronciti* n. sp. ♀ (grandezza naturale).

» 15 — Estremità anteriore del » *violaceus* Baird. ♂ (ob. A. oc. 1. Zeiss.).

« 16 — id. posteriore del » *violaceus* Baird ♂ (ob. B. oc. 1. Zeiss.).

« 17 — Strato articolare esterno del » *tolosanus* Dujard. ♀ (ob. 9. sec. oc. 2. Hart.).

» 18 — id. id. *Gordius tolosanus* Dujard. ♂ (ob. 9. sec. oc. 2. Hart.).

» 19 — id. id. » *Preslii* Veyd. ♂ (ob. 9. sec. oc. 2. Hart.).

» 20 — id. id. » *Preslii* Veyd. ♂ (ob. 9. sec. oc. 4 Hart.).

» 21 — id. id. » *Preslii* Veyd. ♀ (ob. 9. sec. oc. 2. Hart.).

» 22 — id. id. » *violaceus* Baird. ♂ (ob. 9. sec. oc. 2. Hart.).

» 23 — id. id. » *alpestris* n. sp. ♂ (ob. 9. sec. oc. 2. Hart.).

» 24 — id. id. » *Perronciti* n. sp. ♀ (ob. 9. sec. oc. 2 Hart.).

» 25 — id. id. » *Pioltii* n. sp. ♂ (ob. 9. sec. oc. 2. Hart.).

» 26 — Margine laterale del corpo del *Gordius Pioltii* n. sp. ♀ in sezione ottica (ob. 9 sec. oc. 2 Hart.).

» 27 — Strato cuticolare esterno (visto di sbieco del *Gordius Preslii* Veyd. (ob. 9. sec. oc. 2 Hart.).

Sulla condizione di scambievolezza (*) *e sui casi d'identità fra curve rappresentanti distribuzione continua di forze parallele e curve funicolari corrispondenti, con particolare disquisizione sulle Clinoidi*; per l'Ingegnere GIULIO EMERY, Memoria presentata dal Socio D'OVIDIO nell'adunanza del 14 novembre 1886.

Se abbiamo nel piano un sistema di forze parallele distribuite con legge di continuità, possiamo in generale rappresentare graficamente l'insieme di queste forze mediante un diagramma. A tal uopo si sogliono assumere nel piano medesimo due assi ortogonali, di cui quello delle ordinate parallelo alla direzione delle forze; ciò posto, immaginando l'asse delle ascisse diviso in tanti elementi eguali fra loro, si può determinare per ciascuno di questi la risultante delle forze le cui linee d'azione lo incontrano, indi sulla linea d'azione di ciascuna risultante segnare un punto che abbia ordinata proporzionale al quoziente della grandezza di essa risultante divisa per la lunghezza dell'elemento. Al limite, quando le lunghezze degli elementi si assumono infinitesime (**),

---

(*) Ho evitata la parola più ovvia reciprocità, per non dar luogo ad equivoco col significato speciale che essa ha acquistato nella geometria.

(**) Se si sommano le forze a partire da quella che incontra un dato punto e procedendo nel verso delle ascisse positive, questa somma P, misura della risultante delle forze, le cui linee d'azione passano fra il primo punto ed un altro che ha l'ascissa x, può supporsi espressa in funzione di x, talchè sia $P = F(x)$. Stabilito quindi che un numero ε di unità di forza, siano rappresentate dall'unità di misura superficiale, sarà $y = \frac{1}{\varepsilon}\frac{dP}{dx}$ l'ordinata cercata. Nel caso più generale delle coordinate oblique di cui andremo a dire, assumeremo $y = \frac{1}{\varepsilon \operatorname{sen} \alpha}\frac{dP}{dx}$.

la serie dei punti così determinati segna la curva del diagramma in parola; tal è quella per esempio che nello studio dell'equilibrio delle travi si denomina curva dei carichi unitarii o semplicemente curva del carico. La curva può essere rappresentata da un'equazione $y=f(x)$, ed ogni quadratura $\int_{x_1}^{x_2} f(x)\,\mathrm{d}x$ misura la risultante delle forze le cui linee d'azione incontrano l'asse delle ascisse fra i punti x_1 e x_2, la quale risultante passa evidentemente pel baricentro dell'area rispondente a quell'integrale.

In termini più generali possiamo anche assumere assi coordinati obliqui, serbando sempre l'asse delle y parallelo alla direzione delle forze; benvero conviene rappresentare con y il rapporto tra la risultante delle forze incontranti un elemento dell'asse delle ascisse e la proiezione dell'elemento medesimo sulla perpendicolare alla direzione delle forze. Ciò posto, se α indica l'angolo compreso fra le direzioni positive degli assi, e $y=f(x)$ è l'equazione del diagramma ottenuto, la quadratura $\operatorname{sen}\alpha \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,\mathrm{d}x$ conserva le proprietà di sopra mentovate.

Come ad ogni sistema di forze concentrate corrispondono una infinità di poligoni funicolari, così vi sono infinite curve funicolari per ogni sistema di forze continuamente distribuite. Dato in coordinate ortogonali il mentovato diagramma, avente per equazione $y=f(x)$, è noto come le corrispondenti curve funicolari riferite ai medesimi assi siano rappresentate complessivamente da una certa equazione $\upsilon=\varphi(x)$ (dove υ è l'ordinata) contenente tre costanti arbitrarie, la quale si ricava da quella del diagramma mediante la relazione differenziale

$$\frac{\mathrm{d}^2\upsilon}{\mathrm{d}x^2}=\frac{1}{a}y \qquad \ldots\ldots (1),$$

dove $\frac{1}{a}$ indica una costante arbitraria. Riesce poi agevole verificare che la stessa relazione sussiste senz'altro nel caso degli assi obliqui, quale poc'anzi lo abbiamo definito (*).

(*) Di fatti, se per l'origine delle coordinate oblique si conduce un novello asse delle ascisse, perpendicolare alla direzione delle forze, si ha

SCAMBIEVOLEZZA.

Quello che ora ci proponiamo è di vedere se e quando fra le curve funicolari rappresentate dall'equazione differenziale 1, ossia $\frac{d^2 v}{d x^2} = f(x)$, ve ne possa essere alcuna che presa a sua volta per diagramma della distribuzione delle forze, ammetta fra le corrispondenti curve funicolari quella del primitivo diagramma, ossia $y = f(x)$. Quando tal fatto si verifichi, diremo, giusta l'enunciato, di avere due curve in relazione scambievole come diagramma delle forze e curva funicolare. La condizione a tal uopo necessaria e sufficiente si è quella manifestamente che la (1) e l'altra

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{1}{b} v \qquad \ldots\ldots (2),$$

ove $\frac{1}{b}$ è una costante arbitraria, riescano simultanee. Ne consegue immediatamente

$$\frac{d^4 y}{d x^4} = \frac{1}{ab} y \qquad \ldots\ldots (3),$$

onde appare subito che le soluzioni si dividono in due classi, secondo che a e b siano assunti di segno identico o contrario.

---

chiamando x', y', v' le nuove coordinate, $x = \frac{x'}{\operatorname{sen} \alpha}$, $y = y' - x' \operatorname{cotg} \alpha$, $v = v' - x' \operatorname{cotg} \alpha$. Si avrà intanto, giusta le stesse teorie onde emana la (1), $\frac{d^2 v'}{d x'^2} = \frac{1}{t} \frac{dP}{dx} \ldots (g)$, essendo P come nella nota precedente, e t una costante arbitraria, che rappresenta la componente della tensione funicolare secondo l'asse delle ascisse x'. Ora $\frac{d^2 v'}{d x'^2} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha} \frac{d^2 v}{d x^2}$, e se il diagramma è rappresentato in coordinate oblique si ha: $\frac{dP}{dx'} = \frac{dP}{dx \operatorname{sen} \alpha} = \varepsilon y = \varepsilon (y' - x' \operatorname{cotg} \alpha)$; quindi ritornandosi alle coordinate oblique la (g) dà $\frac{d^2 v}{d x^2} = \varepsilon \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{t} y$, ove ponendo $a = \frac{t}{\varepsilon \operatorname{sen}^2 \alpha}$ si ricade identicamente nella (1). Peraltro, stante la definizione di ε data nella nota precedente, si può sempre assumere $\varepsilon = 1$.

Classe I.

Sia in primo luogo $ab > 0$, poniamo $ab = M^4$, avremo

$$\frac{d^4 y}{d x^4} = \frac{1}{M^4} y \; .$$

L'integrale generale si ottiene sotto la forma

$$y = c_1 e^{\frac{x}{M}} + c_2 e^{-\frac{x}{M}} + c_3 \cos\frac{x}{M} + c_4 \operatorname{sen}\frac{x}{M} \qquad \ldots (4),$$

ove c_1, c_2, c_3, c_4 sono quattro costanti arbitrarie, quindi per la (2),

$$v = \frac{b}{M^2}\left(c_1 e^{\frac{x}{M}} + c_2 e^{-\frac{x}{M}} - c_3 \cos\frac{x}{M} - c_4 \operatorname{sen}\frac{x}{M}\right) \quad \ldots (5).$$

Adunque, notando che b è una quantità arbitraria positiva o negativa, si vede che ogni curva rappresentata da una equazione della forma (4) avrà i chiesti rapporti di scambievolezza con altre curve dello stesso genere, le quali abbiano un'equazione della medesima forma, differente soltanto nei valori delle costanti; e ciò inquantochè il coefficiente di x resti lo stesso, e quelli dei quattro termini trascendenti conservino fra loro gli stessi rapporti di grandezza assoluta, però i due primi o i due ultimi abbiano cambiato il segno. Si scorge d'altronde chiaramente che rinnovando sui coefficienti della 5 queste modificazioni, si può ritornare alla (4).

Classe II.

Sia ora $ab < 0$, poniamo $ab = -\frac{N^4}{4}$ onde $\frac{d^4 y}{d x^4} = -\frac{4}{N^4} y$; l'integrale generale è

$$y = e^{\frac{x}{N}}\left(c_1 \cos\frac{x}{N} + c_2 \operatorname{sen}\frac{x}{N}\right) + e^{-\frac{x}{N}}\left(c_3 \cos\frac{x}{N} + c_4 \operatorname{sen}\frac{x}{N}\right),$$

ove i c indicano quattro costanti arbitrarie. Se si pone

$$\frac{c_1}{c_2} = \operatorname{tang}\gamma\,,\quad \frac{c_2}{\cos\gamma} = h\,,\quad \frac{c_3}{c_4} = \operatorname{tang}\beta\,,\quad \frac{c_4}{\cos\beta} = k\,,$$

il che è sempre possibile, l'ultima equazione va messa sotto la forma più semplice

$$y = h\,e^{\frac{x}{N}} \operatorname{sen}\left(\gamma + \frac{x}{N}\right) + k\,e^{-\frac{x}{N}} \operatorname{sen}\left(\beta + \frac{x}{N}\right) \quad \ldots (6),$$

quindi per la (2)

$$\left.\begin{aligned} v &= \frac{2\,b}{N^2}\left[h\,e^{\frac{x}{N}} \cos\left(\gamma + \frac{x}{N}\right) - k\,e^{-\frac{x}{N}} \cos\left(\beta + \frac{x}{N}\right)\right] \\ &= \frac{2\,b}{N^2}\left[e^{\frac{x}{N}}\left(c_2 \cos\frac{x}{N} - c_1 \operatorname{sen}\frac{x}{N}\right) - e^{-\frac{x}{N}}\left(c_4 \cos\frac{x}{N} - c_3 \operatorname{sen}\frac{x}{N}\right)\right] \end{aligned}\right\} (7).$$

Anche qui tenuto conto che la b può essere qualunque, positiva o negativa, si vede come dalla (6) si passi alla (7) aggiungendo o togliendo egualmente da γ e β la quantità $\frac{\pi}{2}$ ed applicando ai due termini del 2° membro coefficienti di grandezza qualunque, i quali conservino tra loro rapporto eguale ma di segno contrario a quello che passa fra i corrispondenti della prima equazione. È pure manifesto qualmente, con lo stesso procedimento operando sulla seconda equazione, si possa ritornare alla prima.

Le due famiglie di curve rappresentate rispettivamente dalle equazioni generali (4) e (6) sono evidentemente sole a potere dar luogo ai casi della scambievolezza che ci occupa.

Due curve così corrispondenti, sia della prima sia della seconda famiglia, presenteranno costantemente, riguardo alle quadrature, una interessante proprietà, che passo ad esporre brevemente. Siano $y_1\,y_2$ un arco della curva che ha per ordinate $y = f(x)$, $v_1\,v_2$, un arco della curva che ha per ordinate $v = \varphi(x)$. Se indichiamo con λ l'angolo formato con l'asse delle ordinate dalla tangente alla prima curva, con μ quello formato similmente dalla tangente alla seconda curva, con α come prima l'angolo compreso fra le direzioni positive degli assi coordinati, avremo:

$$\operatorname{cotg}\lambda = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}\frac{dy}{dx} + \operatorname{cotg}\alpha\,, \qquad \operatorname{cotg}\mu = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}\frac{dv}{dx} + \operatorname{cotg}\alpha\,.$$

Ora, stante la equazione (1), la quadratura $x_1 y_1 y_2 x_2$ avrà per espressione

$$\operatorname{sen}\alpha\int_{x_1}^{x_2} y\,dx = a\operatorname{sen}\alpha\int_{x_1}^{x_2}\frac{d^2v}{dx^2}\,dx = a\operatorname{sen}\alpha\Big|_{x_1}^{x_2}\frac{dv}{dx}$$

$$= a\operatorname{sen}^2\alpha\,(\operatorname{cotg}\mu_2 - \operatorname{cotg}\mu_1)\,,$$

e la quadratura $x_1 v_1 v_2 x_2$, stante la (2),

$$\operatorname{sen}\alpha\int_{x_1}^{x_2} v\,dx = b\operatorname{sen}\alpha\int_{x_1}^{x_2}\frac{d^2y}{dx^2}\,dx = b\operatorname{sen}^2\alpha\,(\operatorname{cotg}\lambda_2 - \operatorname{cotg}\lambda_1)\,.$$

A queste formole risponde una semplice costruzione geometrica: prendiamo sull'asse delle ascisse $OH = \sqrt{a}$ (*) e tiriamo HM parallela all'asse delle ordinate; supponiamo condotte le tangenti alla curva $v_1 v_2$ nei punti v_1 e v_2 e dal punto O conduciamo Oi_1, Oi_2 rispettivamente parellele a queste tangenti, indi da i_1 ed i_2 intersezioni con la HM conduciamo $i_1 j_1$, $i_2 j_2$ perpendicolari all'asse delle ordinate; l'area del rettangolo $i_1 i_2 j_2 j_1$ risulta equivalente ad $x_1 y_1 y_2 x_2$, poichè $j_1 i_1 = \sqrt{a}\operatorname{sen}\alpha$, e e $i_1 i_2 = \sqrt{a}\operatorname{sen}\alpha\,(\operatorname{cotg}\mu_2 - \operatorname{cotg}\mu_1)$. Prendendo le mosse da un'altra distanza $OK = \sqrt{b}$ e dalle tangenti in y_1 ed y_2, si può, con identico procedimento, ottenere la quadratura di $x_1 v_1 v_2 x_2$. Se $a = b$ il secondo rettangolo ha la stessa base del primo. Si comprende anche agevolmente ciò che diventa il procedimento quando le due curve si confondano in una sola, caso che vedremo tra poco qualmente si verifichi.

Senza ricorrere peranco alle equazioni precedenti, il descritto procedimento geometrico di quadratura può desumersi sempli-

(*) Questa quantità è sempre reale, perchè la radice va estratta dal valore assoluto. Nel caso di a negativo, il segno — resta proprio della quadratura e trova la sua spiegazione, in quantochè stante la (1) dove le ordinate y sono positive si ha in tal caso $\operatorname{cotg}\mu_2 < \operatorname{cotg}\mu_1$.

cemente dalla considerazione del tonografo, in modo analogo a quanto ha indicato il Prof. Padelletti (*) per la rettificazione e la quadratura della catenaria. Imperocchè se la tensione in un punto qualunque del cordone $v_1 v_2$ s'immagina decomposta in due forze una parallela, l'altra perpendicolare ad Oy, il valore costante della seconda è $a \operatorname{sen}^2 \alpha$, ovvero sta alla distanza stabilita fra le parallele Oy ed HM come $\sqrt{a} \operatorname{sen} \alpha : 1$. Per conseguenza le rette Oi_1, Oi_2 rappresentano alla stessa scala rispettivamente le tensioni nei punti $v_1 v_2$, e la $i_1 i_2$ rappresenta alla stessa scala la differenza fra le componenti parallele all'asse delle y delle medesime tensioni. Ora questa differenza è eguale alla somma delle forze esterne tutte parallele all'asse delle y che sollecitano il cordone fra i punti v_1 e v_2, somma per ipotesi eguale alla quadratura $x_1 y_1 y_2 x_2$, dunque

$$\frac{i_1 i_2}{\operatorname{sup} x_1 y_1 y_2 x_2} = \frac{i_1 j_1}{a \operatorname{sen}^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{a} \operatorname{sen} \alpha} = \frac{1}{i_1 j_1}$$

laonde

$$\operatorname{sup} x_1 y_1 y_2 x_2 = i_1 i_2 \times i_1 j_1 .$$

IDENTITÀ.

La relazione scambievole diverrebbe identità qualora le due curve rappresentate dalle equazioni $y = f(x), v = \varphi(x)$ coincidessero, confondendosi in una sola, ossia risultasse identicamente $f(x) = \varphi(x)$.

Osserviamo in primo luogo che nessuna curva di quelle classificate nella famiglia II può condurre a simile risultato, e di fatti nessun valore particolare finito delle costanti arbitrarie può rendere identici i secondi membri delle equazioni (6) e (7).

Bensì le equazioni (4) e (5) possono dare identicamente $y = v$ in due casi particolari; all'uopo basta in fatti che si verifichi una delle combinazioni seguenti:

$$1^a \ldots\ldots \quad a = b = M^2 , \qquad c_3 = c_4 = 0 \quad \ldots (8),$$

$$2^a \ldots\ldots \quad a = b = -M^2 , \qquad c_1 = c_2 = 0 \quad \ldots (9).$$

(*) Dino Padelletti, *Sulla teoria dei poligoni e delle curve funicolari.* Giornale di Matematiche del prof. G. Battaglini. Napoli, 1876, volume XIV, pag. 33.

Abbiamo in tali casi una curva funicolare che riesce a se medesima diagramma della distribuzione dei carichi, ossia una curva che è funicolare rispetto ai carichi diretti parallelamente all'asse delle ordinate e distribuiti proporzionalmente alle quadrature della curva medesima. E notando che le nostre equazioni abbracciano la condizione generale di coordinate oblique, potremo, facendo astrazione dagli assi, dire in altri termini: che vi sono tali curve funicolari da stare in equilibrio sotto l'azione di forze parallele siffattamente distribuite che la somma delle forze applicate ad una porzione qualunque della curva sia proporzionale all'area del quadrilatero mistilineo compreso fra la curva medesima ed una retta invariabile (generalmente obliqua alla direzione delle forze) e limitato lateralmente dalle rette condotte dai punti estremi della porzione di curva che si considera, parallelamente alla direzione delle forze.

Poichè sia identicamente $y = v$ e $b = a$ la (2) dà

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{1}{b} y \qquad \ldots\ldots (10);$$

e di fatti le due equazioni particolari, che si ottengono dall'introdurre alternativamente le condizioni (8) e (9) nella (4) (o nella 5), corrispondono proprio ai noti integrali generali cui dà luogo la (10) secondo che sia b positivo o negativo. Quelle due equazioni comprendono quattro distinte specie di curve; l'interesse che queste possono presentare nella statica applicata fa sì che non riesca ozioso lo entrare in qualche particolare a loro riguardo.

I. $a = b = M^2 > 0$ *Clinoidi.*

Poichè $b > 0$, la equazione (10) fa vedere che la curva rivolge costantemente all'asse delle ascisse la sua convessità. Introducendo intanto nella (4) la condizione (8) si ha

$$y = c_1 e^{\frac{x}{M}} + c_2 e^{-\frac{x}{M}}. \qquad \ldots\ldots (11).$$

Questa equazione può rappresentare tre specie di curve, le quali sono state comprese dal Heinzerling (*) sotto il nome

(*) V. *Zeitschrift für Bauwesen.* Berlino, 1869 e 1872. – Le denomina-

generico di clinoidi. Per abbreviare le diciture, m'è convenuto introdurre nella distinzione due nomi novelli.

1° $c_1 c_2 > 0$. Meneclinoide. Poniamo $\frac{c_1}{c_2} = e^{2k}$, $\frac{c_1}{e^k} = \frac{h}{2}$, onde $c_1 c_2 = \frac{h^2}{4}$, l'equazione (11) diventa

$$y = \frac{h}{2}\left(e^{\frac{x}{M}+k} + e^{-\frac{x}{M}-k}\right).$$

Si può poi trasportare parallelamente l'asse delle y (il che non altera il diagramma delle forze), cambiando x in $x - Mk$; così l'equazione assume la forma

$$\left.\begin{array}{l} y = \frac{h}{2}\left(e^{\frac{x}{M}} + e^{-\frac{x}{M}}\right), \\ \text{ovvero} \quad x = M\,l\,\frac{y \pm \sqrt{y^2 - h^2}}{h} = M\,l\,\frac{h}{y \mp \sqrt{y^2 - h^2}} \end{array}\right\} \ldots (12).$$

Appare subito che da questa equazione i valori reali di y hanno tutti il segno di h. Per brevità di termini riterremo in quello che segue positivo tal segno; il cambiare segno ad h equivale a cambiarlo ad y, cioè a riprodurre verso le ordinate negative una curva identica e direttamente sovrapponibile alla prima; adunque con i soli valori positivi di h la (12) comprende pure tutte le figure possibili di meneclinoide. Le ordinate della curva variano da h ad ∞, le ascisse da $-\infty$ a $+\infty$; a ciascuna ascissa corrisponde una sola ordinata, a ciascuna ordinata corrispondono due ascisse. Queste nella posizione cui risponde l'equazione (12) sono eguali e di segno contrario; l'asse delle y è dunque diametro rispetto alle corde parallele all'asse delle x e passa pel punto della curva che ha l'ordinata minima h. Da questo punto la curva si protende all'infinito in due versi, restando compresa rispetto agli assi entro due angoli adiacenti,

---

zioni poi di cataclinoide ed anaclinoide sono relative al modo diverso come due archi di clinoide vengono combinati per formare arcate equilibrate, ma esse non importano distinzione nella specie geometrica delle curve.

e rivolgendo costantemente la concavità all'asse delle ordinate. Chiamando λ, come sopra, l'angolo formato dalla tangente alla curva con l'asse delle ordinate, α l'angolo compreso fra le direzioni positive degli assi, si ha:

$$\cot\lambda = \cot\alpha + \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}\frac{dy}{dx} = \cot\alpha + \frac{h}{2M\operatorname{sen}\alpha}\left(e^{\frac{x}{M}} - e^{-\frac{x}{M}}\right)$$

$$= \cot\alpha \pm \frac{\sqrt{y^2-h^2}}{M\operatorname{sen}\alpha};$$

adunque λ varia da 0 a 180°. La curva non ha centro, nè asintoti, nè punti d'inflessione. Ponendo nell'equazione precedente $\cot\lambda = 0$, si ha

$$x = M\,l\,\frac{\sqrt{h^2+M^2\cos^2\alpha} - M\cos\alpha}{h}, \quad y = \sqrt{h^2+M^2\cos^2\alpha} \quad \ldots(13),$$

onde appare che la curva ha sempre un punto che chiameremo vertice, ma un solo, nel quale la tangente è perpendicolare all'asse delle ordinate ossia alla direzione delle forze esterne.

Quando siano date l'ordinata minima h sull'asse delle ordinate, e le coordinate $x = L$, $y = F$ di un altro punto qualunque della curva, si può dalla (12) determinare il valore di M, che è

$$M = \frac{L}{l\,\frac{F \pm \sqrt{F^2-h^2}}{h}} = \pm \frac{L}{l\,(F + \sqrt{F^2-h^2}) - l\,h} \quad \ldots(14),$$

dove è indifferente assumere l'uno o l'altro segno, poichè in ogni modo le equazioni (12), sostituendo, diventano

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{h}{2}\left[\left(\frac{F+\sqrt{F^2-h^2}}{h}\right)^{\frac{x}{L}} + \left(\frac{F-\sqrt{F^2-h^2}}{h}\right)^{\frac{x}{L}}\right], \\ x &= L\,\frac{l\,(y \pm \sqrt{y^2-h^2}) - l\,h}{l\,(F \pm \sqrt{F^2-h^2}) - l\,h} \end{aligned}\right\}\ldots(15).$$

Nel caso particolare delle coordinate ortogonali, il diametro risulta perpendicolare alle corde bipartite, epperò la curva rap-

presentata dall'equazione (12) offre una figura simmetrica (*) ed è anzi la sola curva simmetrica (aclinoide del Heinzerling) che vi abbia tra le clinoidi tutte, quali sono comprese dall'equazione (11) (**). In tal caso, l'intersezione dell'asse

(*) Questa forma soltanto è considerata nella nota da me aggiunta alla versione italiana della 1ª ediz. del *Handbuch der Ingenieur Wissenschaften*, versione impresa a pubblicare dall'editore Leonardo Vallardi, sotto il titolo *Enciclopedia delle Scienze dell'Ingegnere*. Vedasi al volume II, parte 1ª, pag. 190 e 191.

(**) La meneclinoide simmetrica, ovvero ortogonale, si avvicina più della parabola alla vera curva delle gomene dei ponti sospesi a palco orizzontale, poichè dà luogo a tener conto del peso dei tiranti di sospensione. Infatti se P indica il peso dell'unità lineare di tirante, θ la distanza fra i tiranti successivi, ζ la loro lunghezza variabile, Q il carico proveniente dal palco per unità lineare orizzontale; il carico complessivo della gomena ragguagliato all'unità lineare orizzontale è $\frac{P\zeta}{\theta}+Q$, ossia proporzionale a $\zeta+\frac{\theta Q}{P}$. Se dunque assumiamo per asse delle ascisse una orizzontale sottoposta al piano del palco per $\frac{\theta Q}{P}$, avremo il diagramma della distribuzione delle forze rappresentato dalla curva della gomena.

Neanche ciò tuttavia è perfettamente esatto, poichè si ottiene a patto di trascurare la distribuzione speciale del peso proprio della gomena. In linea digressiva, voglio pure accennare alla vera curva teorica dei ponti sospesi, la quale non è nè parabola nè clinoide. Se poniamo $p=\frac{P}{\theta}$, chiamiamo q il peso della gomena per unità lineare sviluppata, ed assumiamo per asse delle ascisse la orizzontale di sopra definita, onde $y=\zeta+\frac{\theta Q}{P}$, la equazione differenziale di tal curva è:

$$t\frac{d^2y}{dx^2}=py+q\frac{ds}{dx} \quad \ldots\ldots (\mathrm{I}),$$

dinotando t una costante arbitraria. Ora è notevole come un integrale particolare di questa si riscontra nell'equazione della catenaria,

$$y=\frac{m}{2}\left(e^{\frac{x-c}{m}}+e^{\frac{c-x}{m}}\right),$$

dove c sia una costante arbitraria, ed m una delle radici dell'equazione $pm^2+qm-t=0$; il quale fatto lasciavasi pure prevedere dalle note proprietà geometriche e statiche della catenaria. Peraltro si può compiere una prima integrazione della (I), cominciando dal porre $\frac{dy}{dx}=Y$ onde la (I) diventa

$$t\frac{dY}{dy}Y=py+q\sqrt{1+Y^2} \quad \ldots\ldots (\mathrm{II});$$

delle ordinate con la curva determina proprio il punto in cui la tangente riesce perpendicolare all'asse medesimo, e di fatti essendo $\cos\alpha = 0$ risulta dalle (13) $x = 0$, $y = h$. Come caso più particolare, rispondente ad $\frac{h}{M} = \pm 1$, questa meneclinoide simmetrica comprende la catenaria; e ciò si poteva già intuire dal fatto che la catenaria, avendo la proprietà di stare in equilibrio sotto l'azione di forze parallele uniformemente distribuite sul suo sviluppo lineare, offre pure l'altra proprietà di avere le quadrature proporzionali agli archi corrispondenti.

Considerando poi la nota proprietà della parabola, come curva funicolare, si prevede di leggieri che le diverse meneclinoidi rappresentate dall'equazione (12), per successivi valori crescenti di h, tendono ad assumere sempre più estesamente nel loro tratto iniziale la forma parabolica; di fatti la (12) si può scrivere:

$$x = M l \, \frac{h + y - h \pm \sqrt{(y-h)(2h + y - h)}}{h},$$

laonde finchè h rimane grandissimo rispetto ad $y - h$ si ha sensibilmente $x = M l\left(1 \pm \sqrt{2\frac{y-h}{h}}\right) = M\sqrt{2}\sqrt{\frac{y}{h} - 1}$.

---

quindi introducendo altra variabile ausiliaria

$$z = \frac{\sqrt{1 + Y^2}}{y} \qquad \text{onde} \qquad Y = \sqrt{z^2 y^2 - 1},$$

si ha dalla (II),

$$t z^2 + t y z \frac{dz}{dy} = p + q z, \qquad \text{ossia} \qquad \frac{dy}{y} = \frac{t z \, dz}{p + q z - t z^2},$$

laonde
$$C\left[\frac{\sqrt{1 + \frac{dy^2}{dx^2}} - \frac{y}{m}}{\sqrt{1 + \frac{dy^2}{dx^2}} + \frac{pm}{t} y}\right]^{\frac{t - qm}{2t - qm}} + \frac{y}{m} - \sqrt{1 + \frac{dy^2}{dx^2}} = 0 \quad \ldots\ldots \text{(III)}$$

è l'equazione differenziale di prim'ordine della curva cercata. Peraltro tal curva non ha ulteriore relazione coll'argomento principale, e quindi lascio che dalla (III) altri cavi qualcosa se il puote.

2^o $c_1 c_2 < 0$. Tressiclinoide (*). Poniamo $\frac{c_1}{c_2} = - e^{2k}$, $\frac{c_1}{e^k} = \frac{h}{2}$, onde $c_1 c_2 = - \frac{h^2}{4}$, l'equazione (11) diventa

$$= y \frac{h}{2} \left(e^{\frac{x}{M} + k} - e^{-\frac{x}{M} - k} \right) ,$$

e, trasportando parallelamente l'asse delle y, sicchè la primitiva origine acquisti l'ascissa kM, si ha

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{h}{2} \left(e^{\frac{x}{M}} - e^{-\frac{x}{M}} \right) , \\ x &= M \mathfrak{l} \frac{y \pm \sqrt{y^2 + h^2}}{h} = M \mathfrak{l} \frac{h}{-y \pm \sqrt{y^2 + h^2}} \end{aligned} \right\} \ldots (16).$$

Si vede subito che in questa curva x ed y variano da $-\infty$ a $+\infty$; nella sua integrità essa richiede dunque che il sistema delle forze esterne presenti una inversione di senso. A qualunque valore dato di y corrisponde un solo valore reale di x, il quale è dato dal segno superiore o da quello inferiore del radicale, secondo che h sia positivo o negativo. A valori di y eguali e di segno contrario corrispondono valori di x eguali e di segno contrario fra loro, i quali poi hanno ciascuno segno identico o contrario a quello del corrispondente y, secondo che Mh è positivo o negativo; ad $x = 0$ corrisponde $y = 0$. La curva passa dunque per l'origine e da qui si distende all' infinito in due versi opposti, occupando fra gli assi due angoli opposti al vertice e costituendo due porzioni identicamente sovrapponibili; talchè se dall'origine si conduce una retta ad un punto qualunque della curva, questa retta prolungata in verso opposto incontrerà sempre un altro punto della curva egualmente distante dall'origine. Si ha poi

$$\left. \begin{aligned} \cot \lambda &= \cot \alpha + \frac{h}{2 M \operatorname{sen} \alpha} \left(e^{\frac{x}{M}} + e^{-\frac{x}{M}} \right) \\ &= \cot \alpha + \frac{h}{M \operatorname{sen} \alpha} \sqrt{\frac{y^2}{h^2} + 1} \end{aligned} \right\} \ldots (17) .$$

dove il radicale, venendo in luogo d'una quantità positiva, non ha doppio segno; è quindi agevole riconoscere che la curva ri-

(*) Τρέπω (fut. τρέψω) cambio, mi muto.

volge costantemente all'asse delle ordinate la concavità, non ha asintoti, ha centro all'origine delle coordinate, presenta quivi un punto d'inflessione ma non può riuscire tangente all'asse delle ascisse.

Se $Mh\cos\alpha > 0$ la curva è compresa negli angoli acuti formati fra gli assi; ricade invece negli angoli ottusi se $Mh\cos\alpha < 0$. Nel primo caso $\cot\alpha$ e $\dfrac{h}{M\,\text{sen}\,\alpha}$ sono dello stesso segno, epperò le espressioni (17) di $\cot\lambda$ sono somme, λ non può essere retto; nel secondo caso queste espressioni sono differenze, epperò λ potrebbe passare per 90° purchè fosse $M^2\cos^2\alpha \geqq h^2$; di fatti eguagliando a zero il 1° membro della (17) viene

$$\left.\begin{aligned} x &= M\,l\,\frac{\pm\sqrt{M^2\cos^2\alpha - h^2} - M\cos\alpha}{h} \\ &= \pm M\,l\,\frac{-\sqrt{M^2\cos^2\alpha - h^2} - M\cos\alpha}{h}\,, \quad y = \pm\sqrt{M^2\cos^2\alpha - h^2} \end{aligned}\right\} \quad (18),$$

espressioni le quali, subordinatamente al verificarsi simultaneo le due preenunciate condizioni, forniscono per x due valori reali eguali e di segno contrario ed altrettanti per y, indicanti due punti della curva equidistanti dall'origine, nei quali la tangente è perpendicolare all'asse delle ordinate. Pertanto se $h = -M\cos\alpha$ i due punti si confondono in uno proprio all'origine delle coordinate, ossia coincidente col punto d'inflessione. Adunque, secondo i casi, la tressiclinoide può avere due vertici, o nessuno, o due riuniti evanescenti nel punto d'inflessione.

3° $c_1 c_2 = 0$. Logaritmica. Essendo nulla una delle costanti, si tolgono gli indici inutili e l'equazione (11) diventa

$$y = c\,e^{\frac{x}{M}}\,,$$

dove c ed M possono essere ciascuno positivo o negativo. La curva, offrendo la sua ben nota forma, ha ascisse varianti da $-\infty$ a $+\infty$, ed ordinate varianti da 0 ad ∞ od a $-\infty$ secondo che c è positivo o negativo; essa ha per asintoto l'asse della x nel verso positivo o nel verso negativo, secondo che M è negativo o positivo; non ha punti d'inflessione e rivolge all'asse delle y prima la convessità e poi la concavità intersecandolo alla distanza c dall'origine. La curva scorre rispetto agli assi in due angoli adiacenti, il verso in

cui si avvicina all'asintoto ricade nell'ambito dell'angolo acuto o di quello ottuso secondo che $Mc\cos\alpha$ è negativo o positivo. L'inclinazione della tangente rispetto all'asse delle y varia da 0 ad α o da α a 180°, secondo che Mc è positivo o negativo; di fatti

$$\text{cotang}\,\lambda = \text{cotg}\,\alpha + \frac{c}{M\,\text{sen}\,\alpha}\,e^{\frac{x}{M}} = \text{cotg}\,\alpha + \frac{y}{M\,\text{sen}\,\alpha},$$

onde si vede che un limite di cotang λ è cotg α, mentre l'altro è $+\infty$ o $-\infty$ a seconda del segno di $\frac{c}{M}$. Se quindi $cM\cos\alpha > 0$, λ non può essere retto, lo può essere invece quando $cM\cos\alpha < 0$; le coordinate del rispettivo punto di tangenza sono allora $y = -M\cos\alpha$, $x = M\,l\,\left(-\frac{M\cos\alpha}{c}\right)$.

Le tre curve così definite trovano applicazione alla figura degli archi equilibrati (*), all'uopo è necessaria la soluzione di un problema geometrico, cioè: dati l'angolo degli assi, le coordinate di un punto della curva nel quale la tangente dev'essere perpendicolare alla direzione delle forze, e quelle di un altro punto della curva, determinare la curva intera. Pure questo problema non sembrami che sia stato sufficientemente approfondito, dal Heinzerling nè da altri; per ciò credo utile discorrerne alquanto.

(*) Si vede agevolmente (dalla ventura equazione 20, trasformando le coordinate in rettangolari e ponendo pur mente al segno della prima derivata, che: se una retta parallela alla direzione delle forze passa pel vertice d'una clinoide (che abbia vertice) e se un'altra retta perpendicolare alla prima incontra da ambo i versi la stessa curva; dei punti d'incontro sarà sempre più vicino alla prima retta quello situato da quel verso, nel quale la seconda va divergendo dall'asse (primitivo) delle ascisse.

Ciò premesso se si considera una meneclinoide, o una logaritmica che abbia vertice, o metà di una tressiclinoide che abbia vertice (spezzata nel punto d'inflessione), e s'immagina, che una di queste curve roti intorno all'ordinata che passa pel vertice, ne consegue una superficie di rivoluzione della quale ogni sezione meridiana consta come di due curve una abbracciata dall'altra, aventi comune l'asse di simmetria e la tangente al vertice. Di queste curve l'esterna corrisponde all'anaclinoide del Heinzerling, l'interna alla cataclinoide. In un caso particolare la prima non esiste ed è quando la curva rotante sia quella tressiclinoide che ha i vertici confusi nel punto d'inflessione. In un altro caso le due curve si confondono in una e con la stessa generatrice ed è quando questa sia la meneclinoide simmetrica, che l'Heinzerling chiama aclinoide.

Si può sempre prescegliere anticipatamente l'asse delle ordinate sì che passi pel primo dei detti punti, questo allora avrà l'ascissa nulla; chiamiamo H la sua ordinata, e siano $x=L$, $y=F$ le coordinate del secondo punto. Ritornando alla equazione generale (11) le coordinate del primo punto vi debbono soddisfare identicamente, laonde si ha

$$H = c_1 + c_2 \;.$$

Inoltre la stessa (11) dà $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{c_1}{M} e^{\frac{x}{M}} - \dfrac{c_2}{M} e^{-\frac{x}{M}}$, poichè dunque nell'anzidetto punto la tangente dev'essere perpendicolare all'asse delle ordinate così vuol essere identicamente

$$M \cos\alpha = c_2 - c_1 \;.$$

Adunque:

$$\left.\begin{array}{c} c_1 = \dfrac{H - M\cos\alpha}{2} \;, \qquad c_2 = \dfrac{H + M\cos\alpha}{2} \\ c_1\, c_2 = \dfrac{H^2 - M^2\cos^2\alpha}{4} \end{array}\right\} \ldots (19);$$

quindi la (11) diventa

$$y = \frac{H - M\cos\alpha}{2} e^{\frac{x}{M}} + \frac{H + M\cos\alpha}{2} e^{-\frac{x}{M}} \quad \ldots (20),$$

e si vede che la curva può essere meneclinoide, logaritmica, o tressiclinoide, secondo che abbia a risultare $M^2\cos^2\alpha \left\{ \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} \right\} H^2$. Se $\cos\alpha = 0$, si ha sempre una meneclinoide simmetrica, se $H=0$ si ha sempre una tressiclinoide con i vertici riuniti nel punto di inflessione.

Per la determinazione di M si nota che la (20) dev' essere soddisfatta ancora identicamente dalle coordinate del secondo punto, laonde

$$2F - H\left(e^{\frac{L}{M}} + e^{-\frac{L}{M}}\right) + M\cos\alpha\left(e^{\frac{L}{M}} - e^{-\frac{L}{M}}\right) = 0 \quad \ldots (21).$$

ossia

$$M = \frac{L}{l\left(\dfrac{F \pm \sqrt{F^2 - H^2 + M^2\cos^2\alpha}}{H - M\cos\alpha}\right)} = -\frac{L}{l\left(\dfrac{F \mp \sqrt{F^2 - H^2 + M^2\cos^2\alpha}}{H + M\cos\alpha}\right)} \ldots (22).$$

Queste equazioni sono di forma trascendente tale da non poter somministrare alcuna espressione generale di M, salvo nel solo caso che sia $\cos\alpha = 0$. In questo caso si ha, come già detto, la meneclinoide simmetrica, la (22) diventa identica alla (14), poichè effettivamente per la (19 3') $H = h$, e dalla (20) si ricade nella (15) in coordinate ortogonali.

In generale pertanto occorrerà risolvere per tentativi la (21) o la (22). Interessa perciò in prima riconoscere quante soluzioni vi possano essere nei singoli casi. Innanzi tutto appare manifesto che se un certo valore M_1 soddisfa alla (22) vi soddisferà pure il valore $-M_1$, mentre d'altronde il segno di M è senza influenza sulla (20); lice dunque limitarsi a considerare i valori positivi di M. Resta a sapersi se di questi un solo o più possano soddisfare alla (21); a ciò indagare poniamo per brevità $\frac{L}{M} = \sqrt{z}$, $L\cos\alpha = p$, la (21) si potrà scrivere:

$$0 = -2F + H\left(e^{\sqrt{z}} + e^{-\sqrt{z}}\right) - p\frac{e^{\sqrt{z}} - e^{-\sqrt{z}}}{\sqrt{z}};$$

e sviluppando le esponenziali nella nota serie che è convergente per qualunque valore finito di z viene:

$$\left.\begin{aligned} 0 = -F + H - p + \left(H - \frac{p}{3}\right)\frac{z}{1.2} + \left(H - \frac{p}{5}\right)\frac{z^2}{1.2.3.4} \\ + \left(H - \frac{p}{7}\right)\frac{z^3}{1.2.3.4.5.6} + \ldots + \left(H - \frac{p}{2n+1}\right)\frac{z^n}{(2n)!} + \ldots \end{aligned}\right\} \ldots(23).$$

Attesa la convergenza della serie, si può sempre con esattezza considerarne un numero di termini non infinito, purchè indefinito, per conseguenza la (23) ha tutte le proprietà di un'equazione algebrica. A ciascun valore di z radice reale e positiva di quest'equazione corrispondono due valori reali di M eguali e di segno contrario; e siccome abbiamo visto che il segno di M non influisce sulla (20), così il numero delle curve soddisfacenti ai dati del problema sarà proprio quello delle radici reali e positive (*)

(*) È ben vero che valori immaginarii di M darebbero pure, posti nella (20), una curva reale; ma questa non avrebbe le proprietà delle clinoidi essendo la sua equazione diversa per tipo dalla (11) e con funzioni circolari.

della (23). Le soluzioni nulle della (23) vanno pure rigettate, dando $M=\infty$, con che la (20) svanisce.

Essendo arbitrario il verso delle ordinate positive, riterremo H sempre positivo. Il prodotto $L\cos\alpha$ ossia p può essere quindi positivo o negativo a seconda dei dati del problema. Quanto ad F esso può anch'essere positivo o negativo e terremo conto di ambo i casi; però nelle applicazioni pratiche F trovasi sempre rivolto nello stesso verso di H, ossia positivo. Ciò premesso osserviamo nella (23) che se il coefficiente della prima potenza di z è positivo lo saranno egualmente tutti i coefficienti delle potenze superiori; se invece quel primo coefficiente è negativo potranno esserlo pure, ma decrescenti di valore assoluto, quelli di un certo numero delle potenze immediatamente successive, però, salvo nel caso di $H=0$, questo numero sarà sempre limitato, sicchè una certa potenza di z essendo l'ultima ad avere coefficiente negativo, la seguente avrà coefficiente positivo o nullo e tutte le ulteriori avranno coefficienti positivi. Epperò, salvo nel caso di $H=0$ e $p>0$, il secondo membro della (23) assume sempre segno positivo quando pongasi $z=\infty$. In conseguenza, richiamando le proprietà generali delle equazioni algebriche ed il teorema di Cartesio, avremo

			Numero delle radici reali positive della (23).
Se $H-\frac{p}{3}\gtreqless 0$, ossia $L\cos\alpha \lesseqgtr 3H$, e se		$-F+H-p\geqq 0$, ossia $F\leqq H-L\cos\alpha$	0
		$-F+H-p<0$, ossia $F>H-L\cos\alpha$	1
se $H-\frac{p}{3}<0$	$H>0$, onde $L\cos\alpha>3H$, e se	$-F+H-p>0$, ossia $F<H-L\cos\alpha$	2, 1 doppia, o 0
		$-F+H-p\lesseqgtr 0$, ossia $F>H-L\cos\alpha$	1
e se	$H=0$, onde $L\cos\alpha>0$, e se	$-F-p>0$, ossia $F<-L\cos\alpha$	1
		$-F-p\lesseqgtr 0$, ossia $F>-L\cos\alpha$	0

Di sei casi così distinti, i soli che nelle applicazioni agli archi equilibrati possano occorrere sono il 2° ed il 4°, anzi con F

sempre positivo; a questi casi si vede come risponda sempre una ed una sola curva; la quale secondo i valori particolari dei dati può riuscire meneclinoide, logaritmica o tressiclinoide. Al 3° ed al 5° caso non corrispondono che tressiclinoidi.

Per la ricerca numerica del valore di M, se $\cos\alpha = 0$ si ha direttamente dalla (22) $M = \frac{L \log e}{\log(F + \sqrt{F^2 - H^2}) - \log H}$; in caso diverso, ponendo $v = \sqrt{z} = \frac{L}{M}, \frac{F}{L\cos\alpha} = \frac{F}{p} = \Phi, \frac{H}{L\cos\alpha} = \Theta$, si darà alla (22) la forma

$$v = \pm \int 10 \left[\log\left(\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \Theta^2 + \frac{1}{v^2}}\right) - \log\left(\Theta \mp \frac{1}{v}\right)\right] \quad \ldots (24).$$

Questa equazione darà il valore di v mediante procedimento per falsa posizione; la forma data al secondo membro vale ad evitare di operare su immaginarii; si debbono quivi dei doppii segni associare i superiori o gl'inferiori. La tabella che segue dà per diversi valori di Θ e di v i corrispondenti di $\frac{\Phi}{\Theta}$ ed alcuni di Φ somministrati dalla formola

$$\frac{\Phi}{\Theta} = \frac{1}{2}(e^v + e^{-v}) - \frac{1}{2}\,\frac{e^v - e^{-v}}{\Theta v},$$

la quale risulta identicamente dalla 24; così, dati che siano Φ e Θ, si può scorgere a mezzo di questa tabella a quale numero intero debba v essere prossimo. L'estensione della tabella è sufficiente ai casi occorrevoli nelle applicazioni (e già i valori negativi di $\frac{F}{H}$ riescono evidentemente estranei a questo campo). Quante volte poi sia accertato che v debba riuscire inferiore a 0.5, si potrà pure averne un primo valore approssimato mediante la formola $v = \sqrt{6\,\frac{\Phi - \Theta + 1}{3\,\Theta - 1}}$, ossia $\frac{L}{M} = \sqrt{6\,\frac{F - H + L\cos\alpha}{3\,H - L\cos\alpha}}$, la quale è ricavata dalla (23) trascurandosi le potenze di z superiori alla prima, cioè quelle di v superiori alla terza.

$v=\frac{L}{M}=$	0,5	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{L\cos\alpha}{H}=\Theta=$	$\frac{\Phi}{\Theta}=\frac{F}{H}=$							
∞	1. 13	1. 54	3 76	10. 07	27. 31	74. 21	201. 72	548. 32
100	1. 12	1. 53	3 74	10. 03	27. 24	74 06	201 38	547. 53
10	1. 02	1. 43	3. 58	9. 73	26. 63	72. 73	198. 35	540. 48
2	0. 61	0 96	2. 86	8. 40	23. 90	66. 79	184. 90	509. 15
1	0. 09	0. 37	1. 95	6. 73	20. 49	59. 37	168. 09	469. 99
$^1/_2$	− 0 96	− 0. 81	0. 14	3 39	13. 66	44. 53	134. 48	391. 65
$^1/_5$	− 4 08	− 4. 33	− 5. 30	− 6. 63	− 6. 80	0. 01	33. 62	156. 66
$^1/_8$	− 7. 21	− 7. 86	− 10 75	− 16. 65	− 27. 27	− 44 51	− 67. 24	− 78. 33
$^1/_{10}$	− 9. 29	− 10 21	− 14. 37	− 23. 33	− 40. 92	− 74. 19	− 134. 48	− 234. 99
0	$\mp\infty$	$\mp\infty$	$\mp\infty$	$\mp\infty$	$\mp\infty$	$\mp\infty$	$\mp\infty$	$\mp\infty$
$-^1/_{10}$	11. 55	13. 30	21. 90	43. 46	95. 53	222. 62	537. 90	1331. 63
$-^1/_8$	9. 47	10. 94	18. 27	36. 78	81. 89	192. 93	470. 66	1174. 96
$-^1/_5$	6. 34	7. 42	12. 83	26. 76	61 42	148. 41	369. 81	939. 97
$-^1/_2$	3. 21	3. 89	7. 39	16. 75	40. 95	103. 89	268. 95	704. 98
−1	2 17	2. 72	5 58	13. 41	34. 13	89. 05	235. 33	626. 65
−2	1. 65	2. 13	4. 67	11. 74	30. 72	81. 63	218. 52	587. 48
−10	1. 23	1. 66	3. 94	10. 40	27. 99	75. 69	205 08	556. 15
−100	1. 14	1. 55	3 78	10. 10	27. 38	74. 36	202. 05	549. 10
$-\infty$	1. 13	1. 54	3. 76	10. 07	27. 31	74. 21	201. 72	548. 32
	$\Phi=\frac{F}{L\cos\alpha}=$							
$^1/_{10}$	− 0. 93	− 1. 02	− 1. 44	− 2. 33	− 4. 09	− 7. 42	− 13. 45	− 23. 50
0	− 1. 04	− 1. 18	− 1 81	− 3. 34	− 6. 82	− 14. 84	− 33. 62	− 78. 33
$-^1/_{10}$	− 1. 15	− 1. 33	− 2. 19	− 4. 35	− 9. 55	− 22. 26	− 53. 79	− 133 16

Si può anche determinare v a mezzo di procedimento grafico; a tal uopo si assumano due assi ortogonali e portando come ascisse successivi valori di v si costruisca la curva ad ordinate positive η data dall'equazione

$$\eta = \log\left(\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \Theta^2 + \frac{1}{v^2}}\right) - \log\left(\Theta - \frac{1}{v}\right),$$

oppure da

$$\eta = \log\left(\Theta + \frac{1}{v}\right) - \log\left(\Theta + \sqrt{\Phi^2 - \Theta^2 + \frac{1}{v^2}}\right),$$

indi per l'origine delle coordinate si conduca una retta formante con l'asse delle ascisse l'angolo che ha per misura arc tang $\frac{1}{l\,10}$ $=$ arc tang $\log e =$ arc tang 0.4343, ossia l'angolo di $23^0\,28'$; l'ascissa del punto d'intersezione di questa retta con quella curva sarà il cercato valore di v (*).

Trovato v, si ha M dalla relazione $M = \frac{L}{v}$. La tensione nel vertice della curva è data quindi da $t = \varepsilon \operatorname{sen}^2 \alpha\, M^2 = \frac{\varepsilon\, L^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{v^2}$, dove ε ha il significato detto nella nota alla prima pagina.

Pel tracciamento della normale ad una clinoide può riuscire vantaggioso il seguente procedimento: si determini prima la quantità h talchè $\pm h^2 = -H^2 + M^2 \cos^2 \alpha$, e con l'aiuto di questa sarà agevole a costruirsi geometricamente l'espressione della sotto-normale $\sigma = y \dfrac{M \cos\alpha \pm \sqrt{y^2 - H^2 + M^2 \cos^2\alpha}}{M \pm \cos\alpha \sqrt{y^2 - H^2 + M^2 \cos^2 \alpha}}$.

Quanto al raggio di curvatura, si ha, stante la (10), $\rho = \dfrac{M^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{y \operatorname{sen}^3 \lambda}$.

II. $a = b = -M^2 < 0$.

(*) Tale procedimento è notevolmente più semplice di quello proposto dal Heinzerling in Schäffer e Sonne. *Handbuch der Ingenieur-Wissenschaften*, 2ª ed. Lipsia 1886, vol. II, parte I, cap. II, § 12, pag. 145) per trovare direttamente la componente orizzontale della tensione.

La equazione (10) fa vedere che la curva rivolge costantemente all'asse delle ascisse la concavità. Introducendo nella (4) la condizione (9) si ha

$$y = c_3 \cos \frac{x}{M} + c_4 \operatorname{sen} \frac{x}{M} \quad \ldots\ldots (25).$$

Questa equazione può rappresentare una sola specie di curve, qualunque siano i valori di c_3 e c_4.

4° Sinusoide. In effetti, qualunque sia il rapporto fra queste costanti, vi è sempre un angolo γ tale da darci $\operatorname{tang}\gamma = \frac{c_3}{c_4}$; ponendo quindi $j = \frac{c_4}{\cos\gamma} = \sqrt{c_3^2 + c_4^2}$, la (25) diventa

$$y = j \operatorname{sen}\left(\gamma + \frac{x}{M}\right),$$

e trasportando l'origine lungo l'asse delle x per $M\left[\frac{\pi}{2} - \gamma\right]$ si ha

$$y = j \cos \frac{x}{M} \quad \ldots\ldots (26).$$

In tale posizione l'ordinata massima ricade sull'asse delle y, il quale risulta diametro rispetto alle corde parallele all'asse delle x.

Se invece l'asse delle ordinate dovesse passare pel punto in cui la tangente gli è perpendicolare, cioè dove $\frac{dy}{dx} + \cos\alpha = 0$, punto la cui ordinata è $J = \sqrt{j^2 - M^2 \cos^2\alpha}$ e che diremo vertice, si avrà

$$y = J \cos \frac{x}{M} - M \cos\alpha \operatorname{sen} \frac{x}{M} \quad \ldots\ldots (27).$$

Se della curva sono dati il punto che ha l'ordinata massima j ed un altro punto, l'equazione (26) permette agevolmente di determinare M; se invece è dato il vertice ed un altro punto, la determinazione di M richiede una ricerca per tentativi numerici, sempre che non sia $\cos\alpha = 0$.

Chè se $\alpha = 90^\circ$, J ed j si confondono, e così la (26) con la (27), e si ha la sinusoide ortogonale o simmetrica (*).

Altro non aggiungo circa le proprietà ben note della sinusoide; credo pure non vi sia interesse teorico nè al momento utilità pratica a diffondersi su questa curva in maggiori particolari.

(*) Per questa in particolare, la proprietà di rappresentare ad un tempo una distribuzione di carico e la funicolare corrispondente è stata opportunamente rilevata dal prof. Udalrigo Masoni nelle sue *Considerazioni sui solidi elastici ad asse rettilineo inflessi da un carico obliquo a questo asse.* Napoli 1885, Atti del R. Istituto d'incoraggiamento alle scienze naturali economiche e tecnologiche, serie III, vol. IV.

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXII, DISP. 3ª, 1886-87

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Dispensa 3ª

1886 - 87.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 12 Dicembre 1886

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. ANGELO GENOCCHI
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, SOBRERO, LESSONA, SALVADORI, BRUNO, BERRUTI, CURIONI, SIACCI, BASSO, D'OVIDIO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, MOSSO, SPEZIA.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

« *Alcuni teoremi sui coefficienti di Legendre* ». Nota dell' Ingegnere Ottavio ZANOTTI-BIANCO; presentata dal Presidente;

Nuove osservazioni delle comete Finlay e Barnard-Hartwig all'Equatoriale di Merz dell' Osservatorio dell' Università di Torino »; Nota del Dott. Francesco PORRO, presentata dal Socio SIACCI;

« *Sul calcolo di certe travi composte* »; Nota dell' Ingegnere Professore Camillo GUIDI, presentata dal Socio CURIONI.

Il Socio BIZZOZERO, presenta inoltre un lavoro del Dottor Livio VINCENZI: « *Sui vizii congeniti del cuore* », il quale viene affidato ad una Commissione speciale.

Il Socio SALVADORI, anche a nome dei condeputati Soci LESSONA e BELLARDI, legge una sua Relazione sopra una memoria del professore Alessandro PORTIS, intitolata: « *Contribuzione alla Ornitolitologia italiana*, parte 2ª, che viene in seguito approvata dalla Classe per l'inserzione nei volumi delle *Memorie*.

Infine il Socio SIACCI, adempiendo ad un incarico avuto precedentemente dalla Classe, legge un suo discorso in commemorazione del compianto Socio Alessandro DORNA.

LETTURE

Nuove osservazioni delle comete Finlay e Barnard-Hartwig all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio della R. Università di Torino; Nota del Dott. Francesco PORRO, Vice-Direttore dell' Osservatorio stesso.

Ho l'onore di presentare una seconda serie di posizioni delle due Comete ora visibili, determinate mediante il micrometro circolare a due anelli, annesso al nostro refrattore di trenta centimetri. Non credo conveniente ritardarne la pubblicazione, essendo viva fra gli astronomi la questione dell'orbita di questi importanti corpi celesti, alla quale queste mie misure possono portare non ispregievole contributo. Al quadro dei risultati farà seguito, secondo il solito, la descrizione dell' aspetto fisico delle comete, ed alcune stime fotometriche del nucleo di ciascuna di esse, comparato con qualche stella vicina.

Cometa Finlay.

1886	Tempo medio di Torino	Δα (☄ — *)	Δδ (☄ — *)	Confr.	α apparente	Log pΔ	δ apparente	Log pΔ	Riduzione al luogo apparente	*
Novemb. 13	6h 10m 56s	+ 4m 31s, 18	+ 3′ 55″, 6	8	19h 47m 38s, 39	9, 340	— 23° 56′ 2″, 9	0, 898	+ 1s, 67 + 11″, 1	1
» 14	5 42 33	— 0 10, 03	— 4 42, 0	8	19 52 4, 38	9, 220	— 23 43 11, 3	0, 906	+ 1, 70 + 11, 4	2
» 14	5 59 1	+ 0 32, 00	— 4 57, 3	8	19 52 7, 67	9, 291	— 23 42 51, 1	0, 902	+ 1, 70 + 11, 4	3
» 15	6 6 52	— 0 33, 63	+ 3 59, 1	12	19 56 43, 42	9, 317	— 23 28 28, 5	0, 900	+ 1, 71 + 11, 5	4
» 18	6 6 43	— 5 17, 84	— 0 3, 9	4	20 10 39, 16	9, 308	— 22 42 17, 1	0, 898	+ 1, 71 + 12, 1	5
» 19	6 3 35	+ 3 55, 87	— 4 28, 7	8	20 15 21, 14	9, 292	— 22 25 22, 1	0, 898	+ 1, 70 + 12, 0	6
» 20	5 46 38	+ 1 6, 72	+ 1 10, 4	8	20 20 2, 49	9, 214	— 22 7 50, 7	0, 902	+ 1, 72 + 12, 2	7
» 20	6 11 47	+ 1 12, 07	— 5 55, 6	8	20 20 6, 78	9, 319	— 22 7 32, 3	0, 896	+ 1, 72 + 12, 2	8
» 22	5 50 13	— 2 12, 20	— 7 9, 6	8	20 29 37, 94	9, 221	— 21 30 20, 4	0, 899	+ 1, 73 + 12, 6	9
» 23	5 48 46	— 2 9, 40	+ 2 27, 0	8	20 34 28, 17	9, 209	— 21 10 20, 7	0, 899	+ 1, 74 + 12, 7	10

Cometa Barnard-Hartwig.

1886	Tempo medio di Torino	Δα (☊ — *)	Δδ (☊ — *)	Confr.	α apparente	Log pΔ	δ apparente	Log pΔ	Riduzione al luogo apparente	*
Novemb. 14	15h 50m 6s	— 4m 49s, 46	— 3′ 30″, 2	8	12h 51m 41s, 59	$9,624_n$	+ 11° 30′ 40″, 0	0, 775	+ 0s, 92 — 9″, 2	11
» 14	17 33 10	— 4 23, 53	— 1 35, 4	8	12 52 7, 52	$9,546_n$	+ 11 32 34, 8	0, 732	+ 0, 92 — 9, 2	11
» 19	15 48 8	+ 1 34, 49	— 7 38, 1	16	13 25 23, 60	$9,632_n$	+ 13 43 20, 5	0, 773	+ 0, 87 — 8, 9	12
» 19	17 42 9	+ 2 9, 33	— 5 35, 6	8	13 25 58, 44	$9,556_n$	+ 13 45 23, 0	0, 719	+ 0, 87 — 8, 9	12
» 20	15 24 13	— 0 36, 64	+ 0 17, 0	8	13 32 52, 62	$9,634_n$	+ 14 9 35, 4	0, 786	+ 0, 84 — 8, 5	13
» 20	16 45 52	+ 1 44, 83	+ 0 18, 8	8	— — — —	— —	— — — —	— —	— — — —	14
» 20	17 49 42	+ 2 58, 08	— 0 30, 2	8	13 33 39, 78	$9,552_n$	+ 14 12 13, 0	0, 714	+ 0, 85 — 8, 7	15
» 21	17 35 2	+ 6 18, 10	— 4 10, 9	8	13 41 30, 79	$9,575_n$	+ 14 38 17, 3	0, 720	+ 0, 85 — 8, 8	16
» 22	16 12 35	— 1 59, 53	+ 3 29, 9	8	13 49 19, 58	$9,632_n$	+ 15 2 47, 5	0, 764	+ 0, 79 — 7, 8	17

Posizioni medie delle Stelle di comparazione.

*	α 1886,0	δ 1886,0	Autorità
1	19h 43m 5s, 54	— 24° 0′ 9″, 6	1/5 (2 Cordoba Z. C. 1783 + Tacchini 934).
2	19 52 12 , 71	— 23 38 40 , 7	Cordoba Z. C. 2120.
3	19 51 33 , 97	— 23 38 5 , 8	Cordoba Z. C. 2094.
4	19 57 15 , 35	— 23 32 39 , 1	Cordoba Z. C. 2303.
5	20 15 55 , 29	— 22 42 25 , 3	Yarnall 8826.
6	20 11 23 , 57	— 22 21 5 , 4	Lamont 486.
7	20 18 54 , 05	— 22 9 13 , 3	Lamont 517.
8	20 18 52 , 99	— 22 1 48 , 9	Tacchini 956.
9	20 31 48 , 41	— 21 23 23 , 4	1/2 (Yarnall 8953 + Lamont 566).
10	20 36 35 , 83	— 21 13 0 , 4	Lamont 585.
11	12 56 30 , 13	+ 11 34 19 , 4	ε Virginis · Berliner Jahrbuch.
12	13 23 43 , 24	+ 13 51 7 , 5	Weisse I, Hora XIII 357.
13	13 33 28 , 42	+ 14 9 26 , 9	Weisse I, Hora XIII 550.
14	——	——	D. M. + 14° 2641.
15	13 30 40 , 85	+ 14 12 51 , 9	Weisse I, Hora XIII 493.
16	13 35 11 , 84	+ 14 42 37 , 0	Weisse I, Hora XIII 575.
17	13 51 18 , 32	+ 14 59 25 , 4	Weisse I, Hora XIII 855.

NOTE

Le osservazioni sono tutte corrette per l'influenza del moto proprio delle Comete in ascensione retta, desunto dalle Effemeridi di Lamp e di Krueger, nei Numeri 2753 e 2755 delle *Astronomische Nachrichten.* I cataloghi adoperati furon, oltre a quelli indicati nella nota precedente, i due seguenti:

A Catalogue of 1001 southern stars for 1850, 0, from observations by signor P. Tacchini, at Palermo, in the years 1867, 1868, 1869. — By rev. father Hagen, S. J., and Edward S. Holden. Designato con « *Tacchini* ».

Verzeichniss von 5563 telescopischen Sternen nördlich von $+15^\circ$ und südlich von -15° Declination — XIII Supplementband zu den Annalen der Münchener Sternwarte. Designato con « *Lamont* ».

Ogniqualvolta le osservazioni furono fatte a meno di venti gradi dall'orizzonte, e la differenza di declinazione fu superiore a due minuti d'arco, calcolai rigorosamente le correzioni di refrazione in entrambe le coordinate.

Durante il tempo compreso dalle mie osservazioni, la Cometa Finlay non presentò sensibili modificazioni nel suo splendore e nella sua forma, che si mantenne sempre globulare, con nucleo alquanto eccentrico (verso la parte anteriore), nebulosità irregolare, e molto debole e smorta. Il 19 Novembre la Cometa comparve nel campo del refrattore insieme con una stellina, che nelle carte di Chacornac è segnata di *duodecima* grandezza, non meno di un quarto d'ora dopo che si era resa visibile nel crepuscolo della sera una stella di *decima*, ed anche la sera successiva una stella di *undecima* (sempre secondo Chacornac) fu visibile parecchi minuti prima.

La Cometa Barnard-Hartwig, la quale già il 14 Novembre era bella e luminosa, benchè la Luna fosse nella fase massima, comparve il 19 nel refrattore con due code ben distinte, notevolmente inclinate alla radice, e sempre più visibili nelle sere successive. Ne feci parecchi disegni, i quali si accordano benis-

simo fra loro, indicando la coda minore diretta quasi esattamente nel senso del movimento diurno, e tendente di sera in sera a perdersi. Il 21 Novembre la Cometa è visibile ad occhio nudo: la stimo maggiore di υ Bootis, ma notevolmente minore di η Bootis: lo splendore della testa sarebbe adunque compreso fra la terza e la quarta grandezza. Anche il 23 Novembre la riconosco minore di η Bootis, guardandola senza occhiali, in guisa che al mio occhio miope non appaia diverso il suo aspetto da quello della stella, e, come consiglia il prof. Schiaparelli, in un binoccolo da teatro fuori di fuoco. Nel binoccolo si vedono benissimo le radici delle due code. Il 24 Novembre la cometa mi sembra tanto nel refrattore, quanto nel binoccolo, assai più brillante: la coda si protende per un lungo tratto, ed il capo non sembra punto inferiore a η Bootis. Senza occhiali anzi lo stimerei superiore a questa stella, mentre non vedo affatto τ e υ Bootis. Nell'equatoriale la chioma riempie tutto l'anello piccolo: il nucleo grosso non ha più la definizione stellare dei giorni scorsi. È manifesto che fra il 23 ed il 24 è avvenuto un notevole cambiamento nelle condizioni fisiche dell'astro.

Torino, 12 Dicembre 1886.

RELAZIONE intorno alla Memoria del Dottore ALESSANDRO PORTIS, intitolata: *Contribuzioni alla Ornitolitologia italiana.* Parte II.

La Memoria del Dott. Portis, intitolata *Contribuzioni alla Ornitolitologia italiana*, è la seconda parte di quella che collo stesso titolo egli pubblicò or sono due anni nei volumi di questa Accademia.

In questa seconda parte vengono presi in esame i fossili di nuove località italiane, delle quali talune già note per aver fornito avanzi di uccelli, ed altre no.

Così, essendo il lavoro ordinato secondo la maggiore o minore antichità del deposito, da cui i fossili ornitici provengono, noi troviamo che della località Sinigaglia vengono illustrati quattro

fossili appartenenti: due all'ordine delle gralle (un *Totanus scarabelli* ed un *Rallus dubius*) e due a quello dei *Passeres* (una *Sitta senegalliensis* ed un' *Alauda gypsorum*).

Un'altra allodola, *Alauda major*, ci viene pure descritta, proveniente da Gabbro in Toscana, e così pure impronte di piedi e di piume della medesima località, ed altre piume del Sinigagliese e dell' Anconetano.

L'autore ricorda inoltre un antico ornitolite di Licata in Sicilia, già descritto dal Milne-Edwards, e cita sommariamente i caratteri di sei uccelli trovati nel pliocene toscano e da lui illustrati sotto i nomi di *Fuligula aretina* e di *F. sepulta*, mentre gli altri quattro vengono riferiti ai generi *Fulica*, *Numenius*, *Falco* ed *Uria*.

Infine, dopo aver segnalato qualche altro avanzo ornitico terziario meno importante, l'autore passa a discorrere di quelli quaternari e ci da notizia dei fossili ornitici noti finora di tre diversi luoghi italiani, cioè del pertugio della Volpe nel Comasco, della Torbiera della Cataragna nel Veneto e della terramare del Castellaccio nell'Imolese.

Termina il lavoro coll' Indice delle opere e delle Memorie speciali consultate nella preparazione ed estensione della Memoria, che è accompagnata da una bella Tavola con 18 figure di grandezza naturale.

È mestieri ammettere col nostro autore che lo stato attuale dei fossili studiati ne rende lo studio molto difficile e la determinazione di qualcuno di essi, e specialmente della *Sitta senegalliensis*, non al tutto sicura, tuttavia l'autorità che il Dott. Portis ha acquistato nei lavori paleontologici è tale da dare sicurezza che egli si è avvicinato quanto più era possibile al vero, e però la vostra Commissione è lieta di proporre alla Classe la lettura della sua Memoria.

Torino, 12 Dicembre 1886.

MICHELE LESSONA
T. SALVADORI, *relatore.*
LUIGI BELLARDI

Alcuni teoremi sui coefficienti di Legendre, Nota di OTTAVIO ZANOTTI BIANCO Ingegnere.

I.

Se $P_0(\mu)$, $P_2(\mu)$, $P_4(\mu)$, sono le *armoniche zonali superficiali o coefficiemti di Legendre* (*) della variabile $\mu = \cos\theta$ e dell'ordine indicato dal loro indice, e se n è un intero positivo qualunque, dico che si ha:

$$(\operatorname{sen}\theta)^{4n} = 2^{3n} \left\{ \frac{1}{15} - \frac{2}{21} P_2(\mu) + \frac{1}{35} P_4(\mu) \right\}^n .$$

Vale a dire $(\operatorname{sen}\theta)^{4n}$, per n intero e positivo, è sempre esprimibile a mezzo di una serie finita di *armoniche zonali superficiali* di ordine pari.

Si ha infatti dalla trigonometria

$$(\operatorname{sen}\theta)^4 = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{8} \cos 4\theta :$$

e dalla teoria delle funzioni P, in generale, per m pari,

$$\cos m\theta = B_m^{(m)} P_m(\mu) + B_{m-2}^{(m)} P_{m-2}(\mu) + \ldots\ldots +$$
$$+ B_i^{(m)} P_i(\mu) + \ldots\ldots + B_0^{(m)} P_0(\mu) ,$$

nella quale è

$$B_i^{(m)} = -(2i+1) \frac{\{m-(i-2)\}\{m-(i-4)\}\ldots(m-2)m^2(m+2)\ldots\{m+(i+2)\}}{\{m-(i+1)\}\{m-(i-1)\}\ldots(m-1)(m+1)\ldots(m+(i+1))} .$$

---

*) Per questi nomi e per le altre denominazioni date alle funzioni qui considerate ed alle loro analoghe, vedi le opere seguenti: FERRERS, *An elementary treatise on spherical Harmonics and Subjects connected with them.* London, 1877, p. 3. — TODHUNTER, *An elementary treatise on Laplace's Functions, Lame's Functions and Besset's Functions.* London 1875, pp. 1 e 2. — ZANOTTI BIANCO. *Il Problema meccanico della Figura della Terra esposto secondo i migliori autori.* Torino 1880, pp. 151-52.

Da questo fatto $m = 0, 2, 4$, si ha

$$\cos 0\theta = P_0(\mu) = 1\ ,$$

$$\cos 2\theta = -\frac{1}{3} P_0(\mu) + \frac{4}{3} P_2(\mu)\ ,$$

$$\cos 4\theta = -\frac{1}{15} P_0(\mu) - \frac{16}{21} P_2(\mu) + \frac{64}{35} P_4(\mu)\ .$$

Sostituendo questi valori, nell'espressione trigonometrica già scritta di $(\operatorname{sen}\theta)^4$, si ha:

$$(\operatorname{sen}\theta)^4 = \frac{8}{15} - \frac{16}{21} P_2(\mu) + \frac{8}{35} P_4(\mu)\ , \qquad \ldots (1)$$

formola, che fu data, senza dimostrazione, da Ferrers nel 1877.

Elevando la (1) alla potenza n, si ha:

$$(\operatorname{sen}\theta)^{4n} = 2^{3n} \left\{ \frac{1}{15} - \frac{2}{21} P_2(\mu) + \frac{1}{35} P_4(\mu) \right\}^n ,\quad C.\,V.\,D. \qquad \ldots (2)$$

$\operatorname{sen}\theta$ non è esprimibile in serie finita di *armoniche zonali superficiali*, come risulta dalla nota espressione

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\pi}{4} \left\{ 1 - \frac{5}{8} P_2(\mu) - \ldots - (2i+1) \frac{1.3\ldots(i-1).1.3\ldots(i-3)}{2.4\ldots i(i-2).4\ldots i(i+2)} P_i(\mu) - \ldots \right\} ; \ldots (3$$

i essendo un numero pari: da questa se $\theta = 90^\circ$,

$$\pi = 4 \left\{ 1 - \frac{5}{8} P_2(\mu) - \ldots - (2i+1) \frac{1.3\ldots(i-1).1.3\ldots(i-3)}{2.4\ldots i(i-2).4\ldots i(i+2)} P_i(\mu) - \ldots \right\}^{-1} ,$$

nella quale, sostituendo alle funzioni P i loro valori corrispondenti a $\theta = 90^\circ$, si ha un'espressione di π, molto facilmente calcolabile. I detti valori delle funzioni P si hanno facilmente dalla formola generale:

$$P_i(\mu) = A_i \mu^i + A_{i-2} \mu^{i-2} + \ldots\ldots + A_0\ ,$$

nella quale per i pari è:

$$A_i = \frac{(2i-1)(2i-3).....(i+1)}{2.4.....i}\,,$$

$$A_{i-2} = -\frac{(2i-3)(2i-5).....(i-1)}{2.4.....(i-2)\times 2}\,,$$

$$A_{i-4} = \frac{(2i-5)(2i-7).....(i-3)}{2.4.....(i-4)\times 4\times 2}\,,$$

$$..... = ...$$

$$A_0 = (-1)^{\frac{i}{2}} \frac{(i-1)(i-3).....1}{2.4.....i}\,.$$

Per $\theta = 90^\circ$, si ha:

$$P_2(\mu) = -\frac{1}{2}\,,\quad P_4(\mu) = \frac{3}{8}\,,\quad P_6(\mu) = -\frac{5}{16}\,,$$

$$P_8(\mu) = \frac{35}{128}\,,\quad P_{10}(\mu) = -\frac{63}{256}\,,\ \text{ecc.}$$

È facile il vedere che $\operatorname{sen}^3\theta$ non è esprimibile in serie finita di *armoniche zonali superficiali*; ciò invece è sempre possibile per $(\operatorname{sen}\theta)^{2n}$, giacchè $\operatorname{sen}^2\theta = \frac{2}{3}\Big(1 - P_2(\mu)\Big)$, e quindi

$$\operatorname{sen}^{2n}\theta = \frac{2^n}{3^n}\Big(1 - P_2(\mu)\Big)^n\,.$$

II.

Richiamo ora alcune proposizioni della teoria delle *armoniche zonali superficiali*, delle quali dovrò far uso in seguito. Colle notazioni adottate si ha:

$$\text{(I)}\qquad \int_{-1}^{+1} \mu^m P_n(\mu)\,d\mu = 0\,,\quad m < n.\,,$$

$$\text{(II)} \qquad \int_{-1}^{+1} P_m(\mu) P_n(\mu)\, d\mu = 0 \ ,$$

$$\text{(III)} \qquad \int_{-1}^{+1} \{ P_n(\mu) \}^2 d\mu = \frac{2}{2n+1} .$$

Legendre le ha dimostrate nel 1784 pel caso di m ed n pari, e per m ed n qualunque nel 1789 (*).

Dimostrerò ora che

$$\text{(IV)} \qquad \int_{-1}^{+1} P_m(\mu) P_n(\mu) P_r(\mu)\, d\mu = 0$$

per tutti i valori di m, n. r, tranne per quelli, che son tali, che $m+n+r=2\sigma$, e di più, che ciascuno dei tre numeri sia, o minore della somma degli altri due, od uno eguale a tal somma Questa proposizione fu enunciata, ma non dimostrata da SCHMIT nel 1858 (**). Eccone la dimostrazione:

F. NEUMANN ha dimostrato che,

$$P_m(\mu) P_n(\mu) = \Sigma a_p P_p(\mu) \ (***) \ , \qquad \dots (1)$$

(*) *Recherches sur la Figure des planètes.* Mémoires de l'Académie de Paris, 1784 (stampate nel 1787) pp 370-389. Al principio di questo lavoro havvi la nota seguente: « La proposition qui fait l'objet de ce Mémoire, étant démontrée d'une manière beaucoup plus savante et plus générale dans un Mémoire que M. de la Place a déjà publié dans le Volume de 1782, je dois faire observer que la date de mon Mémoire est antérieure, et que la proposition qui parait ici, telle qu'elle a été lue en juin et juillet 1784, a donné lieu a M. de La Place, d'approfondir cette matière, et d'en présenter aux Géomètres, une théorie complète ». Questa memoria fu letta all' Accademia di Parigi il 7 luglio 1784. — *Suite des Recherches sur la Figure des Planètes,* Mémoires de l'Académie de Paris, 1789 (stampate nel 1793) pp. 372... 454. A piedi della pagina 372 leggesi la scritta seguente « On trouve dans un Mémoire de M. de la Place, imprimé à la tête de ce volume, des recherches analogues aux miennes. Sur quoi j'observe que mon Mémoire à été remis le 28 août 1790, et que la date de celui de M. de la Place est postérieure »,

(**) *Études sur une classe de Fonctions employées en Mécanique Céleste, Recherches sur les Fonctions de Legendre.* Bruxelles, 1858.

(***) *Beiträge zur Theorie der Kugelfunctionen*, Leipzig, Teubner, 1878.

nella quale p, quando $n \geqq m$, prende tutti i valori, $n-m$, $n-m+2$, $n-m+4$, . . . $n+m$. HEINE (*) ha dato al risultato di NEUMANN la forma seguente. Si ponga in generale

$$\psi(q)=\frac{1.3.5.\ldots.(2q-1)}{2.4.6.\ldots.(2q)},$$

$$m+n+p=2t,$$

si avrà a_p dall'equazione

$$a_p=\frac{2p+1}{2t+1}\,\frac{\psi(t-m)\,\psi(t-n)\,\psi(t-p)}{\psi(t)}.$$

Moltiplico ambi i membri della (1) per una funzione $P_r(\mu)$, tal che il suo ordine r non sia uguale a nessuno dei valori che può prendere p nello sviluppo di NEUMANN, ed integro rispetto a μ. fra -1 e $+1$. Allora tutti i termini della somma, che sta al secondo membro saranno della forma

$$a_p\int_{-1}^{+1} P_p(\mu)\,P_r(\mu)\,d\mu$$

e quindi, poichè in essi p è sempre diverso da r, essi saranno tutti nulli in virtù della (II), e sarà colle dette condizioni,

$$\text{(V)} \qquad \int_{-1}^{+1} P_m(\mu)\,P_n(\mu)\,P_r(\mu)\,d\mu=0\,.$$

Moltiplicando invece ambi i membri della (1) per una funzione P, il cui ordine sia uguale ad uno dei valori di p nello sviluppo di NEUMANN ed integrando rispetto a μ fra -1 e $+1$, i termini della somma, che sta al secondo membro, che contengono due *armoniche zonali superficiali* d'ordine diverso, s'annulleranno tutti per la (II), e rimarrà solo quello che contiene due funzioni P d'ordine eguale, ed in virtù della (III) sarà, se quest'ordine è p:

$$\text{(VI)} \qquad \left\{ \begin{aligned} &\int_{-1}^{+1} P_m(\mu)\,P_n(\mu)\,P_p(\mu)\,d\mu= \\ &=\frac{2}{2t+1}\,\frac{\psi(t-m)\,\psi(t-n)\,\psi(t-p)}{\psi(t)}\,. \end{aligned} \right.$$

(*) *Handbuch der Kugelfunctionen*, Zweiter Band, p. 371.

In questa come appare dalla dimostrazione è

$$2t = m + n + p\ ,$$

e ciascuno di questi tre numeri intieri m, n, p è minore, od anche uno eguale, alla somma degli altri due.

SCHMIT nella sua già citata memoria, aveva già, fin dal 1858, dato, sotto una forma molto più complicata, la proprietà espressa dalla (VI). ADAMS (*), trovò quest'espressione stessa nel 1873 e ne pubblicò la dimostrazione nel 1878. FERRERS la scoperse indipendentemente nel 1874, e la pubblicò ma senza dimostrazione nel 1877 (**). TODHUNTER (***), nel 1878, ne diede pure una dimostrazione. HEINE nel 1881 accennò alla formola (VI) senza dimostrarla (****) e cita, per comunicazione avuta da CAYLEY, ADAMS e FERRERS, ma tace di TODHUNTER e SCHMIT.

III.

Riprendo ora l'espressione

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{5}{8}P_2(\mu) - \ldots - \frac{(2i+1)1.3\ldots(i-1)1.3\ldots(i-3)}{4\ldots i(i+2)\,2.4\ldots(i-2)\,i}P_i(\mu)\ldots\ldots\right)$$

nella quale i è un numero intiero pari qualunque. Rammento, che

$$\cos\theta = \mu\ ,$$

(*) ADAMS, *On the expression for the product of any two Legendre's coefficients by means of a series of Legendre's coefficients*, Proceedings of the Royal Society of London, XXVII, 1878. (10 gennaio, 20 luglio) pp. 63-71.

(**) FERRERS, *An elementary treatise on Spherical Harmonics*. London, 1877, p. 156.

(***) TODHUNTER, *Note on Legendre's coefficients*, Proceedings of the Royal Society of London, vol. XXVII, 1878, pp. 381-83. Su questa memoria e su quella già citata di ADAMS, riferì CAYLEY nel *Jahrbuch über die Fortschricte der Mathematik*, pel 1878.

(****) HEINE, *Handbuch der Kugelfunctionen*, vol. II, p. 371, 1881.

e moltiplico ambi i numeri dell'ultima espressione per $P_n(\mu)\,d\mu$, ed integro rispetto a μ fra -1 e $+1$: si avrà

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}\theta\, P_n(\mu)\, d\mu =$$

$$= \frac{\pi}{4} \left\{ \begin{array}{l} \displaystyle\int_{-1}^{+1} P_n(\mu)\, d\mu - \frac{5}{8}\int_{-1}^{+1} P_n(\mu)\, P_2(\mu)\, d\mu - \ldots\ldots - \\ \displaystyle - \frac{(2i+1)\,1.3\ldots(i-1)\,1.3\ldots(i-3)}{4\ldots i\,(i+2)\,2.4\ldots i\,(i-2)} \int_{-1}^{+1} P_i(\mu)\, P_n(\mu)\, d\mu \ldots\ldots \end{array} \right\}.$$

Ora se n è dispari, esso sarà differente da tutte le i che sono pari, ed in virtù della (I) e (II) si annulleranno tutti i termini e sarà,

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}\theta\,.\, P_n(\mu)\, d\mu = 0\ .$$

Se n è pari si annulleranno pure tutti i termini, tranne quello che contiene due funzioni P d'ordine eguale, sia questo n, per la (III) sarà, n essendo ora un'indice generale,

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}\vartheta\,.\, P_n(\mu)\, d\mu = -\pi \frac{1.3\ldots(n-1)\,1.3\ldots(n-3)}{2.4\ldots n\,(n+2)\,2.4\ldots n\,(n-2)}\ .$$

Si ha:

$$\mu^2 = \frac{1}{3}\Big(1 + 2\, P_2(\mu)\Big)\,,$$

donde

$$1 - \mu^2 = \operatorname{sen}^2\vartheta = \frac{2}{3}\Big(1 - P_2(\mu)\Big)\,.$$

Suppongo ora, che m ed n siano due numeri tali che $m + n + 2 = 2\sigma$, e che in quest'ultima espressione ciascuno sia minore della somma degli altri due, od anche uno eguale a questa somma, e molti-

plico l'ultima equazione in μ, per $P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu$ ed integro fra -1 e $+1$, sarà

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}^2\theta P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu = \frac{2}{3}\int_{-1}^{+1} P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu - \frac{2}{3}\int_{-1}^{+1} P_n(\mu) P_m(\mu) P_2(\mu) d\mu :$$

donde per le proprietà espresse dalle equazioni (II) e (VI),

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}^2\theta P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu = -\frac{4}{3(2\sigma+1)} \frac{\psi(\sigma-2)\psi(\sigma-n)\psi(\sigma-m)}{\psi(\sigma)} ; \quad (a)$$

nella quale è in generale,

$$\psi(q) = \frac{1.3.5.\dots.(2q-1)}{2.4.\dots.2q} .$$

se $m=n$, avremo applicando le (III) e (VI)

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}^2\theta \left\{ P_m(\mu) \right\}^2 d\mu = \frac{4}{3}\left\{ \frac{1}{2m+1} - \frac{\psi(m-1)}{4(2\sigma'+1)\psi(m+1)} \right\}, \quad (b)$$

essendo $2\sigma' = 2(m+1)$

Da quanto precede, per essere,

$$1-\mu^2 = \operatorname{sen}^2\theta ,$$

si ha subito applicando la (II)

$$\int_{-1}^{+1} \cos^2\theta P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu = \frac{4}{3(2\sigma+1)} \frac{\psi(\sigma-2)\psi(\sigma-m)\psi(\sigma-n)}{\psi(\sigma)} ; \quad (c)$$

ed applicando la (III)

$$\int_{-1}^{+1} \cos^2\theta \left\{ P_m(\mu) \right\}^2 d\mu = \frac{2}{3(2m+1)} + \frac{\psi(m-1)}{3(2\sigma'+1)\psi(m+1)} . \quad (d)$$

Sommando la (a) colla (c) e la (b) colla (d) si ottengono nelle due somme le due note equazioni di LEGENDRE. Sottraendo la (a) dalla (c), e ricordando che:

$$\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta = \cos 2\theta ,$$

si ha:

$$\int_{-1}^{+1} \cos 2\theta P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu = \frac{8}{3(2\sigma+1)} \frac{\psi(\sigma-2)\psi(\sigma-m)\psi(\sigma-n)}{\psi(\sigma)} . \quad (e)$$

Colla sottrazione della (b) dalla (d), si ha parimenti:

$$\int_{-1}^{+1} \cos 2\theta \left\{ P_m(\mu) \right\}^2 d\mu = -\frac{2}{3(2m+1)} + \frac{2}{3} \frac{\psi(m-1)}{(2\sigma'+1)\psi(m+1)} , \quad (f).$$

IV.

La teoria dei *coefficienti di Legendre*, fornisce l'espressione:

$$\cos 2n\theta = B_{2n}^{(2n)} P_{2n}(\mu) + B_{2(n-1)}^{(2n)} P_{2(n-1)}(\mu) + \ldots + B_i^{(2n)} P_i(\mu) + \ldots + B_0^{(2n)} ,$$

moltiplico ambi i membri di essa per $\left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu$, i essendo un numero intiero pari ed s un numero qualunque $\geqq n$, ed integro rispetto a μ fra -1 e $+1$, sarà:

$$\int_{-1}^{+1} \cos 2n\theta \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu =$$

$$= B_{2n}^{(2n)} \int_{-1}^{+1} P_{2n}(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu + B_{2(n-1)}^{(2n)} \int_{-1}^{+1} P_{2(n-1)}(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu + \ldots$$

$$\ldots + B_i^{(2n)} \int_{-1}^{+1} P_i(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu + \ldots\ldots + B_0^{(2n)} \int_{-1}^{+1} \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu :$$

che in virtù delle equazioni (III) e (VI) diventa:

$$\int_{-1}^{+1} \cos 2n\theta \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu = B_{2n}^{(2n)} \frac{2}{2s+2n+1} \frac{\psi(s-n)\left\{ \psi(n) \right\}^2}{\psi(s+n)} +$$

$$+ B_{2(n-1)}^{(2n)} \frac{2}{2s+2n-1} \frac{\psi(s-n+1)\left\{ \psi(n-1) \right\}^2}{\psi(s+n-1)} + \ldots$$

$$\ldots + B_i^{(2n)} \frac{2}{2s+i+1} \frac{\psi\left(s-\frac{i}{2}\right)\left\{ \psi\left(\frac{i}{2}\right) \right\}^2}{\psi\left(s+\frac{i}{2}\right)} + \ldots\ldots + B_0^{(2n)} \frac{2}{2s+1} .$$

In questa si ha in generale, i essendo come si disse un numero pari:

$$B_i^{(2n)} = -(2i+1)\frac{\{2n-(i-2)\}\{2n-(i-4)\}\ldots(2n-2)(2n)^2(2n+2)\ldots(2n+(i-2))}{\{2n-(i+1)\}\{2n-(i-1)\}\ldots(2n-1)(2n+1)\ldots\{2n+i+1\}}.$$

Facendo $n=1$, in queste espressioni si ha subito la formola (f) del paragrafo precedente. Si ha pure

$$\cos^{2n}\theta = A_{2n}^{(2n)} P_{2n}(\mu) + A_{2(n-1)}^{(2n)} P_{2(n-1)}(\mu) + A_{2(n-2)}^{(2n)} P_{2(n-2)}(\mu) + \ldots$$
$$\ldots + A_i^{(2n)} P_i(\mu) + \ldots A_0^{(2n)},$$

nella quale si ha in generale

$$A_i^{(2n)} = (2i+1)\frac{(2n-i+2)(2n-i+4)\ldots\ldots\ldots\ldots 2n}{(2n+i+1)(2n+i-1)\ldots(2n+3)(2n+1)}.$$

Come già feci prima, moltiplico ambi i membri dell'espressione di $\cos^{2n}\theta$, per $\{P_s(\mu)\}^2 d\mu$, s essendo un numero intiero qualunque $\geqq n$, ed integro rispetto a μ fra -1 e $+1$, sarà:

$$\int_{-1}^{+1}\cos^{2n}\theta\,\{P_s(\mu)\}^2 d\mu = A_{2n}^{(2n)}\int_{-1}^{+1} P_{2n}(\mu)\{P_s(\mu)\}^2 d\mu +$$
$$+ A_{2(n-1)}^{(2n)}\int_{-1}^{+2} P_{2(n-1)}(\mu)\{P_s(\mu)\}^2 d\mu + A_{2(n-2)}^{(2n)}\int_{-1}^{+1} P_{2(n-2)}(\mu)\{P_s(\mu)\}^2 d\mu$$
$$+\ldots\ldots + A_i^{(2n)}\int_{-1}^{+1} P_i(\mu)\{P_s(\mu)\}^2 d\mu + \ldots\ldots + A_0^{2n}\int_{-1}^{+1}\{P_s(\mu)^2 d\mu\}.$$

Questa equazione, tenendo conto delle (III) e (VI), diventa

$$\int_{-1}^{+1}\cos^{2n}\theta\,\{P_s(\mu)\}^2 d\mu = A_{2n}^{(2n)}\frac{2}{2s+2n+1}\,\frac{\psi(s-n)\{\psi(n)\}^2}{\psi(s+n)} +$$
$$+ A_{2(n-1)}^{(2n)}\frac{2}{2s+2n-1}\,\frac{\psi(s-n+1)\{\psi(n-1)\}^2}{\psi(s+n-1)} +$$
$$+ A_{2(n-2)}^{(2n)}\frac{2}{2s+2n-3}\,\frac{\psi(s-n+2)\{\psi(n-2)\}^2}{\psi(s+n-2)} + \ldots$$
$$\ldots + A_i^{(2n)}\frac{2}{2s+i+1}\,\frac{\psi\left(s-\frac{i}{2}\right)\left\{\psi\left(\frac{i}{2}\right)\right\}^2}{\psi\left(s+\frac{i}{2}\right)} + \ldots + A_0^{(2n)}\frac{2}{2s+1}.$$

In questa facendo $n=1$, si ha la formola (d) già ottenuta precedentemente.

V.

Dalla trigonometria si ha:

$$\operatorname{sen}^{2n}\theta = \frac{1}{2^{2n-1}} \left\{ \frac{1}{2}\binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1}\cos 2\theta + \binom{2n}{n-2}\cos 4\theta - \dots \right.$$

$$\left. \dots (-1)^{\frac{i}{2}} \binom{2n}{n-\frac{i}{2}} \cos i\theta \dots\dots (-1)^n \cos 2n\theta \right\},$$

In questa, le quantità fra le parentesi rotonde sono tali, che in generale si ha:

$$\binom{2n}{q} = \frac{2n}{1}\,\frac{2n-1}{2}\,\frac{2n-2}{3}\,\frac{2n-3}{4}\dots\dots\frac{2n-q+1}{q} = \frac{2n!}{q!\,(2n-q)!}\,.$$

Ora, si sa esprimere in funzioni *armoniche zonali superficiali* $\cos i\theta$ per ogni valore intiero di i, e noi lo vedemmo per i pari, che è appunto il caso attuale Potremo pertanto esprimere in tal guisa $\cos 2\theta$, $\cos 4\theta, \dots \cos i\theta, \dots \cos 2n\theta$, e sostituirle nella formola che da $\operatorname{sen}^{2n}\theta$, che otterremo così espresso in una serie finita di *armoniche zonali* e sarà:

$$\left.\begin{aligned}
\operatorname{sen}^{2n}\theta = \frac{1}{2^{2n-1}}\Bigg[& \frac{1}{2}\binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1}\left\{ B_2^{(2)} P_2(\mu) + B_0^{(2)} \right\} + \\
& + \binom{2n}{n-2}\left\{ B_4^{(4)} P_4(\mu) + B_2^{(4)} P_2(\mu) + B_0^{(4)} \right\} - \\
& - \binom{2n}{n-3}\left\{ B_6^{(6)} P_6(\mu) + B_4^{(6)} P_4(\mu) + B_2^{(6)} P_2(\mu) + B_0^{(6)} \right\} + \dots \\
& \dots (-1)^{\frac{i}{2}} \binom{2n}{n-\frac{i}{2}} \left\{ B_i^{(i)} P_i(\mu) + B_{i-2}^{(i)} P_{i-2}(\mu) + \dots + B_0^{(i)} \right\} \dots \\
& \dots (-1)^n \left\{ B_{2n}^{(2n)} P_{2n}(\mu) + B_{2(n-1)}^{(2n)} P_{2(n-1)}(\mu) + \dots + B_0^{(2n)} \right\} \Bigg]
\end{aligned}\right\} \quad (g)\,.$$

I coefficienti B di questa formola si ottengono dall' espressione generale $B_i^{(2n)}$ scritta nel paragrafo precedente, facendo variare n da 1 fino ad n, e per ognuno di questi valori di n, facendo prendere ad i i valori di tutti i numeri pari, compresi fra O e $2n$ inclusivamente.

Osservo che nell' ultima espressione scritta non vi è alcuna funzione P d'ordine superiore a $2n$; moltiplico ambi i membri di essa per $P_s(\mu)\, d\mu$, s essendo un numero pari superiore a $2n$, oppure un numero dispari qualunque, ed avrò integrando rispetto a μ fra i limiti -1 e $+1$

$$\int_{-1}^{+1} P_s(\mu) \operatorname{sen}^{2n}\theta\, d\mu = 0 \ .$$

giacchè per la (II), tutti i termini del secondo membro, contenendo due funzioni P d'ordine differente si annullano.

Se s è pari ma $\leqq 2n$, si annulleranno nell' integrazione tutti i termini, tranne quello che contiene la P d'ordine eguale ad s ed avremo:

$$\int_{-1}^{+1} P_s(\mu) \operatorname{sen}^{2n}\theta\, d\mu = \frac{1}{2^{2n-1}} \frac{2}{2s+1} B_s^{(s)} (-1)^{\frac{s}{2}} \binom{2n}{n-\frac{s}{2}}, \quad s < 2n$$

e pari $$\int_{-1}^{+1} P_{2n}(\mu) \operatorname{sen}^{2n}\theta\, d\mu = \frac{1}{2^{2n-1}} \frac{2}{2n+1} B_{2n}^{(2n)} (-1)^n, \text{ se } s = 2n.$$

Ad esempio si ha:

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}^2\theta\, P_2(\mu)\, d\mu = -\frac{4}{15}, \qquad \int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}^4\theta\, P_2(\mu)\, d\mu = -\frac{32}{305},$$

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}^4\theta\, P_4(\mu)\, d\mu = \frac{16}{315},$$

Suppongo ora che sia $s \geqq n$ e moltiplico ambi i membri dell'espressione (g) per $\{P_s(\mu)\}^2 d\mu$, ed integro rispetto a μ fra $1-$ e $+1$, avrò:

$$\int \operatorname{sen}^{2n}\theta \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 = \frac{1}{2^{2n-1}} \left[\frac{1}{2}\binom{2n}{n} \int_{-1}^{+1} \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu \right.$$

$$-\binom{2n}{n-1} B_2^{(2)} \int_{-1}^{+1} P_2(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu - \binom{2n}{n-1} B_0^{(2)} \int_{-1}^{+1} \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu$$

$$+\binom{2n}{n-2} B_4^{(4)} \int_{-1}^{+1} P_4(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu + \binom{2n}{n-2} B_2^{(4)} \int_{-1}^{+1} P_2(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu$$

$$+\binom{2n}{n-2} B_0^{(4)} \int_{-1}^{+1} \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu - \binom{2n}{n-3} B_6^{(6)} \int_{-1}^{+1} P_6(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu$$

$$-\binom{2n}{n-3} B_4^{(6)} \int_{-1}^{+1} P_4(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu - \binom{2n}{n-3} B_2^{(6)} \int_{-1}^{+1} P_2(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu$$

$$-\binom{2n}{n-3} B_0^{(6)} \int_{-1}^{+1} \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu + \ldots (-1)^{\frac{i}{2}} \binom{2n}{n-\frac{i}{2}} B_i^{(i)} \int_{-1}^{+1} P_i(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu$$

$$+(-1)^{\frac{i}{2}} \binom{2n}{n-\frac{i}{2}} B_{i-2}^{(i)} \int_{-1}^{+1} P_{i-2}(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu$$

$$+\ldots+(-1)^{\frac{i}{2}} \binom{2n}{n-\frac{i}{2}} B_0^{(i)} \int_{-1}^{+1} \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu + \ldots + (-1)^n B_{2n}^{(2n)} \int_{-1}^{+1} P_{2n}(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu$$

$$\left. +(-1)^n \overset{n\,(2n)}{\underset{2(n-1)}{B}} \int_{-1}^{+1} \underset{2\,(n-1)}{P}(\mu) \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu + \ldots + (-1) \overset{n\,(2n)}{\underset{0}{B}} \int_{-1}^{+1} \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 \right] d\mu\,.$$

Da questa, raggruppando i termini che moltiplicano lo stesso integrale, ed applicando i teoremi di LEGENDRE e di SCHMIT e FERRERS già tante volte adoperati, avremo:

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}^{2n}\theta \left\{ P_s(\mu) \right\}^2 d\mu = \frac{1}{2^{2n-2}} \left[\frac{1}{2s+1} \left\{ \frac{1}{2} \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1} B_0^{(2)} \right. \right.$$

$$+ \binom{2n}{n-2} B_0^{(4)} - \binom{2n}{n-3} B_0^{(6)} + \ldots + (-1)^{\frac{i}{2}} \binom{2n}{n-\frac{i}{2}} B_0^{(i)} + \ldots + (-1)^n B_0^{(2n)} \Big\}$$

$$+ \frac{1}{2s+3} \frac{\psi(s-1) \left\{ \psi(1) \right\}^2}{\psi(s+1)} \left\{ (-1) \binom{2n}{n-1} B_2^{(2)} + (-1)^2 \binom{2n}{n-2} B_2^{(4)} \right.$$

$$\left. + (-1)^3 B_2^{(6)} \binom{2n}{n-3} + \ldots + (-1)^n B_2^{(2n)} \right\}$$

$$+ \frac{1}{2s+5} \frac{\psi(s-2) \left\{ \psi(2) \right\}^2}{\psi(s+2)} \left\{ (-1)^2 \binom{2n}{n-2} B_4^{(4)} + (-1)^3 \binom{2n}{n-3} B_4^{(6)} \right.$$

$$\left. + \ldots + (-1)^n B_4^{(2n)} \right\}$$

$$+ \frac{1}{2s+7} \frac{\psi(s-3) \left\{ \psi(3) \right\}^2}{\psi(s+3)} \left\{ (-1)^3 \binom{2n}{n-3} B_6^{(6)} + \ldots + (-1)^n B_6^{(2n)} \right\}$$

$$+ \frac{1}{2s+i+1} \frac{\psi\left(s-\frac{i}{2}\right) \left\{ \psi\left(\frac{i}{2}\right) \right\}^2}{\psi\left(s+\frac{i}{2}\right)} \left\{ (-1)^{\frac{i}{2}} \binom{2n}{n-\frac{i}{2}} B_i^{(i)} \right.$$

$$\left. + (-1)^{\frac{i}{2}+1} \binom{2n}{n-\left(\frac{i}{2}+1\right)} B_i^{(i+2)} + \ldots + (-1)^n B_i^{(2n)} \right\}$$

$$\left. + \ldots\ldots + \frac{1}{2s+2n+1} \frac{\psi(s-n) \left\{ \psi(s) \right\}^2}{\psi(s+n)} (-1)^n B_n^{(2n)} \right],$$

che per $s \geqq n$ ci permette di avere numericamente il primo membro. Da questa, fatto $n=1$ ottiensi la (b) alla quale già si giunse più sopra per altra strada.

Si ha dalla teoria delle *armoniche zonali superficiali*:

$$P_n(\mu) = \frac{1}{2^n \, . \, n!} \, \frac{d^n (\mu^2 - 1)}{d\mu^n} \, , \text{ essendo } \mu = \cos\theta$$

a mezzo di questa espressione, potremo, avendo riguardo ai risultati ottenuti nel presente scritto, avere i valori dei seguenti integrali:

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\} d\mu \, , \qquad \int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}^2\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\} \left\{ \frac{d^m(\mu^2-1)}{d\mu^m} \right\} d\mu \, ,$$

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}^2\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\}^2 d\mu \, , \qquad \int_{-1}^{+1} \cos^2\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\} \left\{ \frac{d^m(\mu^2-1)}{d\mu^m} \right\} d\mu \, ,$$

$$\int_{-1}^{+1} \cos^2\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\}^2 d\mu \, , \qquad \int_{-1}^{+1} \cos 2\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\} \left\{ \frac{d^m(\mu^2-1)}{d\mu^m} \right\} d\mu \, ,$$

$$\int_{-1}^{+1} \cos 2\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\}^2 d\mu \, , \qquad \int_{-1}^{+1} \cos 2n\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\}^2 d\mu \, ,$$

$$\int_{-1}^{+1} \cos^{2n}\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\}^2 d\mu \, , \qquad \int_{-1}^{+1} \cos^{2n}\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\}^2 d\mu \, ,$$

$$\int_{-1}^{+1} \operatorname{sen}^{2n}\theta \left\{ \frac{d^n(\mu^2-1)}{d\mu^n} \right\}^2 d\mu \, .$$

Torino, Dicembre, 1886.

Sul calcolo di certe travi composte;
Nota dell' Ing. Prof. C. GUIDI

1. Scopo di questo scritto è di mostrare come dev' essere calcolato il momento flettente a cui può resistere una trave composta di più travi sia pure eterogenee, come ne mostrano esempi le Fig. 1, 2, 3 e 4 qui annesse, nell' ipotesi che il collegamento fra le travi componenti non sia così perfetto da impedire lo scorrimento che ha luogo fra esse durante la flessione. Da questo calcolo si possono dedurre importanti osservazioni sul miglior modo di utilizzare la resistenza delle travi componenti.

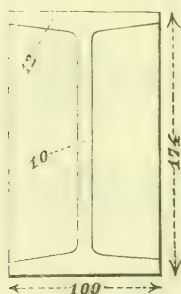



FIG. 1. FIG. 2.

2. Supponiamo, per fissar le idee, che si tratti di una trave composta di due sole travi eterogenee. Indichiamo con M il momento flettente massimo a cui può resistere la sezione trasversale della trave composta, con M_1 il momento flettente che viene sopportato da una delle due travi, con E_1 il modulo di elasticità del materiale di cui essa è formata, con I_1 il momento d'inerzia della sua sezione trasversale rispetto all'asse neutro baricentrico; indichiamo poi con M_2, E_2, I_2 le stesse quantità per l'altra trave. Le due travi restando, durante la deformazione, a contatto in ogni loro punto, i raggi di curvatura delle loro curve elastiche, in cor-

rispondenza di una sezione trasversale qualunque della trave composta, sono eguali. D'altra parte, dietro quanto si è supposto al n° 1, dobbiamo ritenere che le due travi s'inflettano come se fossero indipendenti; ciò conduce all'equazione

$$\frac{M_1}{E_1 I_1} = \frac{M_2}{E_2 I_2}$$

ossia

(1). . . . . $$\frac{M_1}{M_2} = \frac{E_1 I_1}{E_2 I_2},$$

la quale stabilisce il rapporto delle due parti del momento flettente M sopportate dalle due travi (1).

3. Ora se s'indica con σ_1 lo sforzo unitario sopportato dalla fibra che ha la distanza massima v_1 dall'asse neutro nella sezione trasversale della prima trave, si ha, come è noto,

(2). . . . $$M_1 = \frac{\sigma_1 I_1}{v_1}$$

e similmente per la seconda trave,

(3). . . . . $$M_2 = \frac{\sigma_2 I_2}{v_2};$$

quindi la (1) può anche scriversi

(4). . . . . $$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sigma_1 E_2}{\sigma_2 E_1}.$$

Da questa equazione si deduce che affinchè gli sforzi unitari massimi σ_1 e σ_2 possano raggiungere ambedue simultaneamente i valori k_1, k_2 dello sforzo unitario massimo ammissibile (carico di sicurezza), nel qual caso la resistenza delle due travi si trova utilizzata nel miglior modo, è indispensabile che le distanze v_1 e v_2 stiano nel rapporto

(5). . . . . $$\frac{v_1}{v_2} = \frac{k_1 E_2}{k_2 E_1}.$$

(1) Cfr. Winkler, *Vorträge über Brückenbau, Querconstruktionen.*

Se questa condizione è soddisfatta, si calcoleranno M_1 ed M_2 colle due equazioni di stabilità

$$(6)\ldots\ldots \qquad M_1 = \frac{k_1 I_1}{v_1},$$

$$(7)\ldots\ldots \qquad M_2 = \frac{k_2 I_2}{v_2},$$

con che resta determinato il momento $M = M_1 + M_2$ a cui può resistere la trave composta.

Supponiamo invece che risulti

$$(8)\ldots\ldots \qquad \frac{v_1}{v_2} < \frac{k_1 E_2}{k_2 E_1};$$

si deduce allora dalla (4) che raggiungendo σ_2 il valore k_2, resterà σ_1 inferiore a k_1. In tal caso si dovrà dunque calcolare M_2 per mezzo della (7) e si dedurrà poi M_1 dalla (1): risulterà $\sigma_1 < k_1$, ossia la resistenza della prima trave sarà soltanto parzialmente utilizzata; e ciò perchè la soverchia rigidità della seconda trave in confronto a quella della prima, impedisce a questa d'inflettersi quanto potrebbe senza che fosse oltrepassato il carico di sicurezza.

Finalmente se risulta

$$(9)\ldots\ldots \qquad \frac{v_1}{v_2} > \frac{k_1 E_2}{k_2 E_1}$$

si calcolerà M_1 per mezzo della (6) ed in seguito colla (1) si troverà M_2; in tal caso risulterà $\sigma_2 < k_2$ ossia la resistenza della seconda trave sarà soltanto utilizzata in parte.

4. È molto semplice estendere queste considerazioni al caso di una trave composta di più di due travi, p. e. di tre. In questo caso avremo, mantenendo le solite denominazioni,

$$(10)\ldots\ldots \qquad \frac{M_1}{E_1 I_1} = \frac{M_2}{E_2 I_2} = \frac{M_3}{E_3 I_3},$$

mentre il momento flettente totale a cui potrà resistere la sezione composta sarà $M = M_1 + M_2 + M_3$. Dalle (10) deduciamo le due equazioni

$$(11)\ldots \qquad \frac{M_1}{M_2} = \frac{E_1 I_1}{E_2 I_2}, \qquad \frac{M_2}{M_3} = \frac{E_2 I_2}{E_3 I_3} \qquad \ldots(12),$$

dalle quali si passa poi alle altre

$$(13)\ldots \quad \frac{v_1}{v_2}=\frac{\sigma_1 E_2}{\sigma_2 E_1}\,, \qquad \frac{v_2}{v_3}=\frac{\sigma_2 E_3}{\sigma_3 E_2} \quad \ldots (14)\,,$$

e come conseguenza

$$(15)\ \ldots\ldots \quad \frac{v_1}{v_3}=\frac{\sigma_1 E_3}{\sigma_3 E_1}\,.$$

Affinchè σ_1, σ_2, σ_3 possano raggiungere contemporaneamente i valori k_1, k_2, k_3 del carico di sicurezza, devono essere soddisfatte le due equazioni

$$(16)\ldots \quad \frac{v_1}{v_2}=\frac{k_1 E_2}{k_2 E_1}\,, \qquad \frac{v_2}{v_3}=\frac{k_2 E_3}{k_3 E_2} \quad \ldots (17)\,;$$

in tal caso si calcoleranno M_1, M_2 ed M_3 colle equazioni di stabilità

$$(18)\ldots \quad M_1=\frac{k_1 I_1}{v_1} \quad (19)\ldots \quad M_2=\frac{k_2 I_2}{v_2}\,, \quad M_3=\frac{k_3 I_3}{v_3} \quad \ldots(20)\,,$$

e la resistenza delle tre travi sarà utilizzata al massimo grado.

Che se però una soltanto o nessuna delle (16) e (17) è soddisfatta, sarà facile riconoscere, come nel caso di una trave composta di due, quali sono le due travi o quale la trave per la quale σ può raggiungere il valore k; per queste o per questa si calcolerà il momento flettente colla formola di stabilità, l'altro o gli altri due momenti flettenti si ricaveranno dalle (11) e (12).

Esempi.

5. Per la trave composta rappresentata nella Fig. 1 indicando coll'indice 1 le quantità relative alla trave di ferro e coll'indice 2 quelle relative alla doppia trave di legno, si ha (assumendo come unità il centimetro)

$$k_1=700^{\text{kg}}, \qquad I_1=\frac{1}{12}\left(10\cdot\overline{17,4}^{\,3}-9\cdot 15^3\right)=1859\,,$$

$$v_1=8,7\,, \qquad E_1=18\cdot 10^5\,,$$

$$k_2=70^{\text{kg}}\,, \qquad I_2=\frac{1}{12}\,9\cdot 15^3=2531\,,$$

$$v_2=7,5\,, \qquad E_2=1,1\cdot 10^5\,,$$

e quindi $\frac{v_1}{v_2} = \frac{87}{75}$, mentre $\frac{k_1 E_2}{k_2 E_1} = \frac{700 \cdot 1,1}{70 \cdot 18} = \frac{11}{18}$,

cosicchè ha luogo la disuguaglianza (9) e perciò si ha dalla (6)

$$M_1 = \frac{700 \cdot 1859}{8,7} = 149575^{\text{kgcm}} = 1496^{\text{kgm.}}$$

mentre dalla (1) si ricava

$$M_2 = 1496 \frac{1,1 \cdot 2531}{18 \cdot 1859} = 124^{\text{kgm.}}$$

Lo sforzo unitario massimo sopportato dalla trave di legno vien dato dalla (3)

$$\sigma_2 = \frac{12400 \cdot 7,5}{2531} = 37^{\text{kg.}} \quad ,$$

che risulta circa la metà di k_2; in questa trave composta, la resistenza delle due travi di legno a causa della loro piccola altezza viene adunque utilizzata circa per metà.

Il momento totale a cui può resistere la trave composta è dato da $M = M_1 + M_2 = 1496 + 124 = 1620^{\text{kgm}}$.

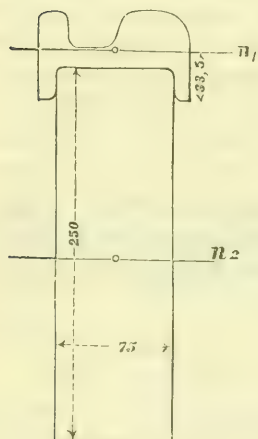
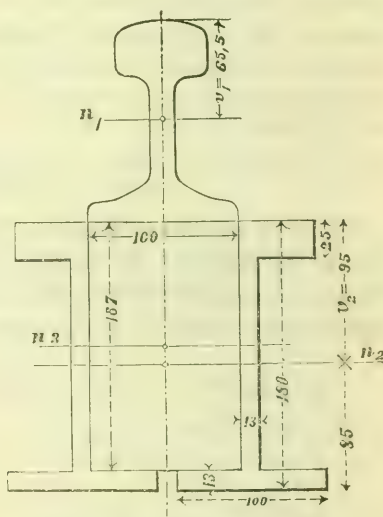



Fig. 3. Fig. 4.

6. Per la trave composta rappresentata nella Fig. 3 (armamento dei tramways con rotaje americane e sottoposte longherine

di legno) indicando ancora coll'indice 1 gli elementi relativi alla rotaia e coll'indice 2 quelli relativi alla longherina si ha (in centimetri)

$$k_1 = 700\ ,\quad I_1 = 59\ ,\quad v_1 = 3{,}35\ ,\quad E_1 = 18 \cdot 10^5$$
$$k_2 = 70\ ,\quad I_2 = 9774\ ,\quad v_2 = 12{,}5\ ,\quad E_2 = 1{,}1 \cdot 10^5$$

e quindi $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3{,}35}{12{,}5}$ mentre $\frac{k_1 E_2}{k_2 E_1} = \frac{700 \cdot 1{,}1}{70 \cdot 18} = \frac{11}{18}$,

cosicchè ha luogo la disuguaglianza (8) e perciò si ha dalla (7)

$$M_2 = \frac{70 \cdot 9774}{12{,}5} = 54734^{\mathrm{kgcm}} = 547^{\mathrm{kgm}}.$$

e applicando poi la (1)

$$M_1 = 547\ \frac{18 \cdot 59}{1{,}1 \cdot 9774} = 54^{\mathrm{kgm}}.$$

Lo sforzo unitario massimo sopportato dalla rotaia, secondo la (2) risulta

$$\sigma_1 = \frac{5400 \cdot 3{,}35}{59} = 307\ ;$$

come si vede, la resistenza della rotaia a causa della sua poca rigidità rispetto a quella della longherina di legno, viene utilizzata appena per metà.

7. La Fig. 4 rappresenta una trave composta (impiegata sovente sui nostri ponti in ferro) risultante di una rotaia in acciaio e di una longherina di legno racchiusa fra due longherine di ferro. Apponendo l'indice 1 agli elementi relativi alla rotaia, l'indice 2 a quelli della doppia longherina di ferro e l'indice 3 agli elementi della longherina di legno, si ha colle dimensioni indicate nel disegno ed assumendo al solito il centimetro come unità

$$k_1 = 2000\ ,\quad I_1 = 993\ ,\quad E_1 = 20 \cdot 10^5,\quad v_1 = 6{,}55$$
$$k_2 = 700\ ,\quad I_2 = 2 \cdot 1971 = 3942\ ,\quad E_2 = 18 \cdot 10^5,\quad v_2 = 9{,}5$$
$$k_3 = 60\ ,\quad I_3 = 3882\ ,\quad E_3 = 1{,}1 \cdot 10^5,\quad v_3 = 8{,}35$$

e quindi $\frac{v_1}{v_2}=\frac{6,55}{9,50}$, mentre $\frac{k_1 E_2}{k_2 E_1}=\frac{2000 \cdot 18}{700 \cdot 20}=\frac{18}{7}$,

» $\frac{v_2}{v_3}=\frac{9,5}{8,35}$, » $\frac{k_2 E_3}{k_3 E_2}=\frac{700 \cdot 1,1}{60 \cdot 18}=\frac{77}{108}$,

Si ha dunque in quest'esempio

$$\frac{v_1}{v_2}<\frac{k_1 E_2}{k_2 E_1} \qquad \text{e} \qquad \frac{v_2}{v_3}>\frac{k_2 E_3}{k_3 E_2} ;$$

si deve perciò dapprima calcolare M_2 colla (19), cioè

$$M_2=\frac{700 \cdot 3942}{9,5}=290\,463^{\text{kgcm}}=2905^{\text{kgm}} .$$

In seguito si ha dalla (11)

$$M_1=2905\,\frac{20 \cdot 993}{18 \cdot 3942}=813^{\text{kgm}} ;$$

e dalla (12)

$$M_3=2905\,\frac{1,1 \cdot 3882}{18 \cdot 3942}=174^{\text{kgm}} .$$

Il momento totale a cui può resistere la sezione composta risulta quindi

$$M=M_1+M_2+M_3=3892 .$$

Lo sforzo unitario massimo σ_1 sopportato dalla rotaia e quello σ_3 sopportato dalla longherina di legno sono dati dalle

$$\sigma_1=\frac{M_1 v_1}{I_1}=\frac{81300 \cdot 6,55}{993}=536 ,$$

$$\sigma_3=\frac{M_3 v_3}{I_3}=\frac{17400 \cdot 8,35}{3882}=37 ,$$

dalle quali apparisce quanto poco vengano utilizzate in questa trave composta la resistenza della rotaia e la resistenza della longarina di legno.

Commemorazione di Alessandro Dorna;
del Socio F. Siacci

Il 19 agosto di quest'anno cessava di vivere Alessandro Dorna, e la nostra Accademia perdeva in lui un socio antico e valoroso, l'Università di Torino un egregio professore, l'Osservatorio astronomico un operoso direttore, le scienze matematiche un cultore esimio, i colleghi un amico carissimo.

Alessandro Dorna nacque in Asti il 13 febbraio 1825; ivi fece i primi studi, e in questa Università si laureò, nel 1848, ingegnere idraulico. All'esercizio lucroso dell'ingegneria, il Dorna preferì lo studio delle matematiche pure e dell'astronomia, cui lo chiamavano le sue inclinazioni e il consiglio e la simpatia del Plana, che gli fu maestro; e che, apprezzando di quest'allievo l'intelligenza e l'operosità, lo propose nel 1850 per l'insegnamento della meccanica razionale all'Accademia militare.

Morto il Plana nel 1865, il Dorna fu scelto a succedergli nella Direzione dell'Osservatorio astronomico di Torino, e nominato in pari tempo professore d'astronomia nella R. Università. I mezzi dell'Osservatorio erano allora assai più scarsi che non adesso, ed egli ne promosse subito un primo incremento, ampliandone i locali, migliorandone il materiale scientifico, aumentandone il personale, e nel 1866 cominciò la pubblicazione di quel *Bullettino dell'Osservatorio*, che si stampa per cura della nostra Accademia e che giunge ora al suo ventesimo volume.

Malgrado la povertà de' suoi mezzi, l'Osservatorio astronomico di Torino produsse, sotto la direzione del Dorna, parecchi lavori assai pregevoli ed utili, fra cui noteremo il *Catalogo delle* 634 *stelle principali visibili alla latitudine media di 45° colle coordinate delle loro posizioni medie per l'anno* 1880, accompagnato da un atlante di 12 carte, in cui le stelle sono projettate stereograficamente di due in due ore siderali, coi circoli paralleli di declinazione di dieci in dieci gradi.

Nel 1874 il Dorna fece parte della spedizione italiana a Muddapur nelle Indie orientali per l'osservazione del passaggio

di Venere sul disco solare. Nel 1882 studiò di nuovo in Torino lo stesso passaggio, e le sue osservazioni e deduzioni, registrate nelle *Memorie degli Spettroscopisti Italiani*, furono, tra altre pochissime, riconosciute esatte.

Quando nel 1874 si costituiva in Torino un Consorzio tra Provincia e Comune per dare incremento all' Università e agli Istituti che ne dipendono, il Dorna, con pratiche perseveranti, riuscì a conseguire una migliore sistemazione dell' Osservatorio, che tanto stavagli a cuore: e i suoi amici ricordano la sua gioia, quando la specola ottenne un equatoriale di Merz con obbiettivo di 30 centimetri e quattro metri e mezzo di distanza focale. L'Osservatorio di Torino, unico nel Piemonte, è tuttavia ancora ben lungi da quel che dovrebb'essere; e finchè infaustamente riposerà su quel castello, per quante spese vi si facciano, non sarà mai degno di Torino e del Piemonte.

L'astronomia non fu la sola parte delle scienze matematiche, a cui si applicò. Gli *Annali di Matematica* di Roma, il *Giornale di Matematica* di Napoli, e più di tutti gli *Atti* e le *Memorie* dell'Accademia delle Scienze di Torino contengono molti lavori di matematica pura ed applicata, specialmente di meccanica. Per gli allievi dell'Accademia militare scrisse un *Trattato di Meccanica razionale*, che non fu una semplice compilazione, ma opera lungamente pensata ed ebbe più edizioni.

All'Accademia militare insegnò 36 anni, ed ebbe discepoli quasi tutti gli attuali uffiziali dell'Artiglieria e del Genio, che lo ricordano con rispetto e gratitudine.

Sentendosi omai stanco e non ben ristabilito da una recente gravissima malattia, prodottagli da una caduta per le difficili scale dell'Osservatorio, domandò riposo al Ministero della Guerra. Libero da una parte de' suoi doveri scolastici, desiderava di consacrare ormai tutte le sue forze all'Astronomia. Ma nel medesimo giorno in cui all'Accademia militare perveniva il Decreto che accoglieva la sua domanda, le giungeva la notizia della sua morte improvvisa, avvenuta la sera del 19 agosto nella sua villa a S. Pietro non lungi dalla Sagra di San Michele.

Alessandro Dorna apparteneva alla nostra Accademia dal 1869; al R. Istituto Lombardo dal 1867, e alla R. Accademia dei Lincei dal 1872. Ebbe molti incarichi scientifici ed amministrativi, fra cui noteremo, oltre la ricordata missione astronomica nell'India, la reggenza della Cattedra di Geodesia alla Scuola di Guerra,

ed il Consiglio direttivo della Scuola degli Ingegneri di Torino, presso cui rappresentava la nostra Accademia.

Alessandro Dorna fu una bella mente: e se nell'Astronomia non salì ai sommi gradi, la causa è da ricercarsene nella troppo lunga povertà dell'Osservatorio, e forse anche nella moltiplicità delle sue mansioni.

Alessandro Dorna fu anche un forte carattere ed un cuore eccellente. Della sua indole semplice, gioviale, generosa serberanno grato ricordo tutti coloro che lo ebbero maestro benevolo e premuroso, e quanti gli furono colleghi ed amici. Chi scrive ebbe, forse più di tutti, a sperimentare la sua bontà, e glie ne serba gratitudine incancellabile.

PUBBLICAZIONI DEL PROF. ALESSANDRO DORNA

Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino.

Memoria sulle pressioni sopportate dai punti d'appoggio di un sistema equilibrato ed in istato prossimo al moto, vol. XVIII (1857).

Catalogo delle 634 *stelle principali visibili alla latitudine media di* 45°, *colle coordinate delle loro posizioni medie per l'anno* 1880, *ed atlante di* 12 *carte contenenti le dette stelle proiettate stereograficamente sull'orizzonte di* 2 *in* 2 *ore siderali coi circoli paralleli di declinazione di* 10 *in* 10 *gradi*, vol. XXVI (1871).

Descrizione degli strumenti e dei metodi usati all'Osservatorio di Torino per la misura del tempo, vol. XXVII (1873).

Indicazioni, formole e tavole numeriche pel calcolo delle effemeridi astronomiche di Torino, vol. XXXI (1879).

Applicazioni dei principii della meccanica analitica a problemi. Quattro Note. Vol. XXXI (1879).

Nota quinta intorno alle funzioni elittiche ed agli integrali elittici di prima specie, vol. XXXII (1880).

Sulla rifrazione: Interpretazione matematica dell'ipotesi con cui Domenico Cassini *determinò la rifrazione astronomica, e teoria esatta che risulta libera da ogni supposizione arbitraria sulla costituzione dell'atmosfera per una proprietà di questa, che non era ancora stata indicata*, vol. XXXV (1883).

Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino.

Nota sulla media aritmetica nel calcolo di compensazione, vol. IV (1869).

Lettura di uno scritto intitolato: « Observation sur l'essaim d'étoiles filantes du 12 *au* 14 *novembre* 1869 », vol. V, (1869).

Sulla formola barometrica del Conte di Saint-Robert, vol. V, (1870).

Sull'importanza scientifica di Soperga e della Sacra di San Michele per l'Osservatorio di Torino e sulle loro rispettive differenze di livello, vol. V (1870).

Tavola logipsometrica, vol. V (1870).

Introduzione al Catalogo delle 634 *stelle principali visibili alla latitudine media di* 45°, *ecc.*, vol. V (1870).

Presentazione di una nota intorno ai Leoneidi ed ai Perseidi, vol. VI (1870).

Lettura di un lavoro sulle osservazioni meteorologiche dell'Osservatorio di Torino, vol. VI (1871).

Intorno ad alcune osservazioni sul diametro solare, vol. VII, (1872).

Intorno all'aurora boreale del 4 *febbraio* 1872, vol. VII (1872).

Sulle carte celesti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, vol. VII (1872).

Intorno alla priorità delle scoperte ed a qualche osservazione di aurore boreali e di perturbazioni magnetiche in riguardo alle supposte vicendevoli azioni elettro-magnetiche del Sole e dei pianeti. Stelle cadenti. Rondoni, vol. VII (1872).

Presentazione di tavole di misure termometriche, vol. VIII (1873).

Sulle altitudini della strada ferrata delle Alpi, vol. IX (1874).

Rettificazione di formole, vol. IX (1874).

Effemeridi del Sole, della Luna e dei principali pianeti calcolate per Torino in tempo medio civile di Roma per l'anno 1878, vol. XII (1877).

Annunzio di un'ecclisse lunare, vol. XII (1877).

Sulla cometa osservata il 7 *aprile* 1877 *a Milano*, vol. XII (1877).

Maniera di trovare le formole generali pel calcolo della parallasse nelle coordinate di un astro, con alcune semplici relazioni di trigonometria piana, vol. XIII (1878).

Sullo strumento dei passaggi, tascabile, di Steiger e sulle equazioni fondamentali da cui dipende l'uso di esso e degli strumenti dei passaggi in generale, vol. XIV (1879).

Della determinazione del tempo collo strumento dei passaggi, trasportabile, vol. XIV (1879).

Nuovo materiale scientifico e prime osservazioni con anelli micrometrici all'Osservatorio di Torino, vol. IX (1884).

Prime osservazioni con anelli micrometrici all'Osservatorio di Torino. Nota sulla determinazione dei raggi degli anelli micrometrici con stelle, vol. XIX (1884).

Sulla possibilità che il vulcano di Krakatoa possa aver proiettato materie fuori dell'atmosfera, vol. XIX (1884).

Osservazioni dell'eclisse totale di Luna del 4-5 ottobre 1884, *state fatte in Torino nel Palazzo Madama dalla Specola dell'Università*, vol. XX (1885).

Breve notizia delle osservazioni astronomiche e geodetiche eseguite nel 1885, *all'Osservatorio della R. Università di Torino, nel Palazzo Madama, per iniziativa e a spese della Commissione del Grado*, vol. XXI (1886).

Sulla mira meridiana dell'Osservatorio di Torino a Cavoretto, e formola per dedurne la posizione dalla sua altezza e dalle costanti dello strumento dei passaggi, vol. XXI (Tre note) (1886).

Nozioni intorno all'equatoriale con refrattore Merz di 30 *centimetri d'apertura e metri* 4 ½ *di distanza focale*, vol. XXI (Quattro note), (1886).

Presentazioni di effemeridi astronomiche meteorologiche dell'Osservatorio di Torino, vol. X-XXI (1885-1886).

Annali di Matematica pura ed applicata.

Memoria intorno ad alcune questioni di matematica, Roma, 1860.

Sopra un teorema di geometria. Roma, 1860.

Giornale di Matematica.

Sulla catenaria di uguale resistenza. Napoli, 1863.
Sulla dimostrazione del parallelogrammo delle forze. Napoli, 1864.
Sulla stabilità dell'equilibrio. Napoli, 1864.
Sulle trasversali nel triangolo. Napoli, 1865.
Nozioni teoriche sull'attrito. Napoli, 1865.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani.

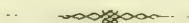
Circostanze del passaggio di Venere del 1874 *calcolate per la linea di Madras-Calcutta.* Palermo, 1874.
Il passaggio di Venere sul Sole, osservato a Muddapur il 9 *ottobre* 1874 Palermo, 1875.

Altre pubblicazioni.

Note sur la distribution des pressions dans les sistèmes élastiques. Turin, 1858.
Tavole delle latitudini e longitudini rispetto a Roma dei comuni delle provincie di Alessandria, Cuneo, Genova, Novara e Torino. Torino, 1867.
Elementi di meccanica razionale (3 edizioni). Torino, 1865, 1873, 1885.
Lezioni di astronomia e di meccanica celeste, lit. (Parecchie edizioni).

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 26 Dicembre 1886.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. ANGELO GENOCCHI
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, SOBRERO, LESSONA, BRUNO, SIACCI, BASSO, D'OVIDIO, BIZZOZERO, NACCARI.

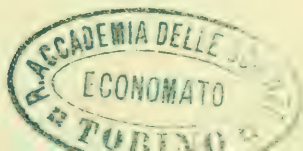
Le letture si succedono nell'ordine seguente:

Il Socio BIZZOZERO, anche a nome del condeputato Socio MOSSO, legge una sua Relazione sopra un lavoro del Dott. Livio VINCENZI « *Sui vizi congeniti del cuore* », che viene in seguito approvato dalla Classe per l'inserzione nei volumi delle *Memorie*.

Il Socio BRUNO presenta per la consueta pubblicazione nel *Bullettino* annesso agli *Atti* i seguenti lavori dell'Osservatorio astronomico di Torino, eseguiti dal professore Angelo CHARRIER, Assistente dell'Osservatorio stesso:

1° *Osservazioni meteorologiche fatte nei mesi di Gennaio, Febbraio, Marzo, Aprile, Maggio e Giugno* 1886, *colle rispettive medie decadiche e mensili;*

2° *Diagrammi di dette osservazioni*;

3° *Riassunti mensili.*

LETTURE

RELAZIONE sul lavoro del Dott. LIVIO VINCENZI, *Sui vizi congeniti del cuore.*

A contributo dei vizi congeniti del cuore l'A. descrive tre casi assai differenti l'uno dall'altro, e dei quali uno gli venne offerto da un caso clinico assai interessante a lui occorso; gli altri vi furono gentilmente dati a studiare dal chiarissimo Prof. v. Recklinghausen, presso il quale l'intero lavoro venne ultimato.

Dal 1° risultano alcuni fatti degni di nota, e cioè:

Che la stenosi gravissima verificatasi all'ostio polmonare non devesi, come nella pluralità dei casi, considerare quale causa del difettoso sviluppo dei setti, essendo nel caso in esame ben evidenti le valvole semilunari polmonari, che formansi quando già il *septum inferius* è iniziato.

Che l'unico ventricolo trovato non devesi ritenere per destro o per sinistro, ma deve essere considerato come ventricolo primitivo, che per un'unica valvola mettesi in rapporto col canale auricolare, il quale in questo caso è rappresentato dall' unica orecchietta riscontrata.

Che il conservarsi della cava sinistra devesi al mancato sviluppo del *sinus reuniens.*

Dal 2° caso:

Che l'impedito sviluppo del *septum ventriculorum* nella sua porzione anterio-superiore, come il rapporto primitivo dell'aorta rispetto all'orificio polmonare, condussero a rendere assai angusto il ventricolo destro, e a rendere imperfetta la separazione dei due ventricoli.

Che la stenosi del cono polmonare devesi a difetto nella parte posteriore del setto anteriore (Rokitansky).

Che la posizione anomala dell'aorta rispetto alla polmonare fu causata da deviazione del *septum trunci*.

Dal 3° possono dedursi le seguenti conclusioni:

Il difettoso sviluppo del ventricolo destro devesi ad un'infiammazione primitiva delle vele della tricuspide.

Il sostituirsi della polmonare in gran parte alla funzione dell'aorta è spiegato dalle condizioni più favorevoli, nelle quali si trovava la polmonare a ricevere il sangue dal ventricolo sinistro.

Che la stenosi aortica, come la deviazione del *septum trunci* non sono primitive, ma secondarie, e all'endocardite valvolare destra, e alla posizione anomala della polmonare.

La Commissione osserva che il 1° di questi casi venne già descritto dall'A. due anni fa. Tuttavia essa ritiene giustificata la sua pubblicazione nella presente memoria, perchè la descrizione fattane venne ritoccata in più punti, l'interpretazione notevolmente modificata, ed inoltre i dati da esso forniti vengono messi a raffronto con quelli risultanti dalle altre due osservazioni.

La Commissione propone che di questa memoria venga data lettura all'Accademia.

Torino, 26 dicembre 1886.

G. Bizzozero, *Relatore*
A. Mosso.

Lavori dell'Osservatorio astronomico di Torino, eseguiti dal Prof. Angelo CHARRIER

Osservazioni meteorologiche fatte nei mesi di Gennaio, Febbraio, Marzo, Aprile, Maggio e Giugno 1886, *colle rispettive medie decadiche e mensili.*
Diagrammi di dette osservazioni;
Riassunti mensili.

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI.

Gennaio 1886.

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è 31,85; essa è inferiore di mm. 7,90 al valor medio delle altezze barometriche osservate in Gennaio negli ultimi vent'anni. — Le variazioni dell'altezza barometrica furono ragguardevoli. — Il seguente quadro contiene i massimi e minimi delle altezze barometriche osservate.

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	42,36	3	37,46
4	43,62	9	21,39
15	38,90	20	18,28
25	37,58	29	31,60

Il valor medio della temperatura è + 0°,7; inferiore di 0°,2 alla media temperatura di Gennaio dell'ultimo ventennio. Le temperature estreme + 7°,9 e − 7°,1 si ebbero nei giorni 3 e 20. — Si ebbero otto giorni tra pioggia e neve, e l'altezza dell'acqua raccolta nel pluviometro fu di mm. 45,0.

Il quadro seguente dà il numero delle volte che spirò il vento nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
4	2	6	4	0	1	1	1	6	26	40	2	6	1	1	2

Febbraio 1886.

La media delle pressioni barometriche osservate nel mese è 38,26. Essa è inferiore di mm. 0,86 alla media pressione barometrica di Febbraio degli ultimi vent'anni. — Si ebbe una ragguardevole variazione della pressione nella prima decade; nelle due successive le variazioni furono leggerissime. — I valori estremi delle pressioni osservate sono dati dal seguente quadro:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	31,56	2	25,67
8	53,05	12	37,44
26	40,90	28	34,32 .

Le temperature estreme $-3^\circ,5$ e $+9^\circ,4$; si ebbero la prima nel giorno 7, la seconda nel giorno 27; la temperatura media $+2^\circ,7$ è inferiore alla media temperatura dell'ultimo ventennio di $2^\circ,2$.

Dieci furono i giorni con precipitazioni acquee, e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 37,3. — La frequenza dei singoli venti è data dalla tabella seguente:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
0	4	7	1	2	1	0	3	15	10	29	4	4	2	3	1 .

Marzo 1886.

Le variazioni della pressione barometrica furono ragguardevoli nelle due prime decadi. Il valor medio 37,75 è superiore di mm. 2,50 al valor medio della pressione barometrica del mese di Marzo degli ultimi vent'anni. — I valori estremi osservati sono:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	38,00	3	19,54
13	44,63	15	27,21
27	47,44	29	41,48 .
31	49,03		

La temperatura media $+ 7^\circ, 6$ è inferiore di $0^\circ, 5$ alla temperatura media di Marzo degli ultimi vent'anni. La temperatura minima del mese $- 3^\circ, 2$ si ebbe nel giorno 11; la massima $+ 20, 5$ nel giorno 30.

In sei giorni si ebbe pioggia e l'acqua caduta raggiunse l'altezza di mm. 64.

Il quadro seguente dà la frequenza dei singoli venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
4	6	22	13	4	4	2	2	1	7	17	2	4	3	0	1

Aprile 1886.

Il valor medio delle altezze barometriche osservate in questo mese è 35, 96, e supera di mm. 1, 73 la media delle altezze barometriche d'aprile dello scorso ventennio. — Le variazioni delle altezze barometriche furono considerevoli, come si può rilevare dalla seguente tabella:

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	44,84	2	49,35
7	35,44	8	40,05
10	25,00	13	36,48
16	29,57	18	36,29
21	30,61	24	43,06
29	30,52		

La temperatura variò fra $+ 3^\circ, 5$ e $+ 20^\circ, 6$; la prima fu la minima del giorno 11; la seconda la massima del giorno 28. — La media della temperatura fu $+ 12^\circ, 7$, inferiore di $0^\circ, 1$ dalla media temperatura d'Aprile degli ultimi vent'anni.

Si ebbero diciassette giorni con pioggia, e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 189, 5.

Nel quadro seguente è dato il numero delle volte che spirò il vento nelle singole direzioni.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
8	10	27	5	4	2	4	2	4	4	13	7	6	3	2	0

Maggio 1886.

Il valor medio della pressione barometrica dello scorso Maggio (37, 64) supera di mm. 1, 73 il medio della pressione barometrica di Maggio dell'ultimo ventennio.

La pressione barometrica variò considerevolmente nella seconda decade. La tabella seguente ne contiene i valori estremi.

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	35,09	2	31,41
5	43,32	7	35,85
8	40,78	14	23,47
18	45,64	27	35,01

La temperatura ha per valor medio + 17°, 5 ; superiore di 0°, 7 al medio di Maggio degli ultimi vent'anni. La minima temperatura + 7°. 3 si ebbe il giorno 6 ; la massima 29, 3 il giorno 22. — Si ebbero nove giorni piovosi, e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 56, 1.

La tabella seguente dà la frequenza dei venti.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
12	10	21	17	7	5	4	0	12	4	11	4	4	0	3	3

Giugno 1886.

La pressione barometrica variò poco nelle due prime decadi del mese. Il suo valor medio 34, 04 è inferiore di mm. 2, 43 al valor medio di Giugno degli ultimi vent'anni.

Il seguente quadro ne contiene i valori estremi.

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	38,65	6	28,83
8	34,48	9	29,58
12	35,45	13	31,19
15	36,82	20	25,60
25	42,97	30	34,25

La temperatura media del mese fu di + 20°, 2 inferiore di + 1°, 1 alla temperatura media di Giugno degli ultimi vent'anni. La massima temperatura + 27, 7 si ebbe il giorno 3; la minima + 11, 8 il giorno 20.

Si ebbero diciassette giorni con pioggia, e l'acqua caduta raggiunse l'altezza di mm. 98, 2.

Il seguente quadro dà il numero delle volte che spirò il vento nelle diverse direzioni.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
4	9	23	9	12	6	2	7	6	6	7	7	6	4	3	1

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXII, DISP. 5ª, 1886-87

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Gennaio 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, LESSONA, BERRUTI, CURIONI, SIACCI, BASSO, BIZZOZERO, NACCARI, MOSSO.

Il Presidente partecipa la morte del Dott. Conte Giuseppe DE CIGALLA, Socio Corrispondente (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata), avvenuta il giorno 18 novembre scorso a Santorino (Grecia).

Tra i libri presentati in dono vengono segnalati un opuscolo del Dott. Giuseppe FINESCHI, intitolato: « *Saggi sull'Eziologia* », ed un esemplare del *Bullettino della Società geologica italiana*, vol. IV, 1885, inviato in dono all'Accademia dal Prof. CAPELLINI, Presidente della Società stessa.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

« *Specie nuove o mal conosciute di Arion europei* », del signor Carlo POLLONERA, lavoro presentato dal Socio LESSONA.

« *Sull'attrito interno dei liquidi* ». Nota dei signori professore S. PAGLIANI e Dott. E. ODDONE, presentata dal Socio NACCARI.

« *Ricerche sopra le proprietà di alcuni composti ammoniacali del platino.* Memoria del Socio Cossa.

« *Sugli organi nervosi terminali muscolo-tendinei in condizioni normali, e sul modo di comportarsi in seguito al taglio delle radici nervose e dei nervi spinali;* Ricerche del Dott. Alfonso Cattaneo, presentate dal Socio Bizzozero. Questo lavoro essendo destinato per le *Memorie*, viene affidato all'esame di una Commissione speciale.

Specie nuove o mal conosciute di **Arion** *europei*,

di Carlo Pollonera

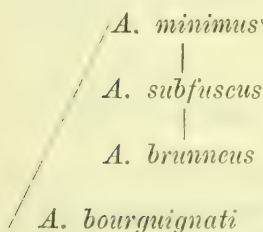
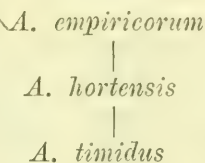
Da oltre due anni mi sono dato a studiare in particolar modo questo intricatissimo genere di molluschi terrestri, ed ho potuto, in grazia di alcuni benevoli corrispondenti, radunare un discreto materiale di studio. Tuttavia quasi nulla avendo potuto avere dalla penisola iberica, non mi trovo ancora in grado di pubblicare un lavoro complessivo sugli Arionidi europei, come sarebbe stato mio desiderio; mi limito perciò in queste poche pagine a riferire il risultato delle mie osservazioni sopra alcune specie soltanto.

Prima di entrare nell'argomento mi sento in dovere di rendere grazie pubblicamente alle gentili persone che mi procurarono il materiale extra-italiano che mi servì per questi studi; esse sono il Dott. Pini di Milano, dal quale ebbi le specie di Svezia che egli aveva ricevuto dal Dott. Westerlund; in Germania i Dott. Simroth e Borcherding, ed in Francia i signori Brevière, Bavay e Deladerrière. Questi ultimi due specialmente mi inviarono ripetutamente nel corrente anno degli Arionidi vivi da Brest il sig. Bavay, e da Valenciennes il signor Deladerrière, procurandomi così il mezzo di poterli studiare nel modo più proficuo.

Convinto che l'unico mezzo di sbrogliare la intricata matassa, che s'è formata nella sistematica di questo genere, possa offrircelo lo studio dell'anatomia, mi sono rivolto più specialmente a queste ricerche.

In questi ultimi anni il signor Simroth di Lipsia, trattò ripetutamente dei Limacidi ed Arionidi europei in parecchie brevi

comunicazioni ed in un diffuso lavoro pubblicato nei *Zeitschrift für Wissenschaftliche Zoologie* di Siebold e Kölliker, 1885, col titolo: *Versuch einer Naturgeschichte der deutschen Nacktschnecken und ihrer europäischen Verwandten.* Anch'esso dà una larghissima parte all'anatomia in questi suoi lavori, ma ciò malgrado non posso convenire con lui nè nell'idea che esso si fa della specie, nè sugli aggruppamenti che esso propone.

Nel succitato lavoro (pag. 290) il signor Simroth divide gli *Arion* in due gruppi. *Monatriidi* chiama quelli nei quali l'atrio inferiore (borsa comune) rivestita di ghiandole gialle resta la sola parte comune degli organi maschili e femminili: e *Diatriidi* quelli nei quali l'ovidotto, prima di sboccare nell'atrio inferiore, forma un rigonfiamento che è quasi un secondo atrio, superiore. In questo fatto il signor Simroth vi ravvisa il processo filogenetico delle specie di questo genere, e traccia il seguente albero genealogico.

Questa divisione è, a mio parere, completamente illusoria, ed il signor Simroth fu certamente indotto ad esagerare il valore di tale carattere dell'ovidotto, dall'aver limitato il suo esame alle poche forme germaniche dei gruppi degli *A. rufus* (*empiricorum*) ed *hortensis*. Un semplice sguardo alle figure degli apparati sessuali delle specie di cui sto per trattare dimostrerà, meglio di qualunque descrizione, che tanto nel gruppo dell'*A. hortensis*, quanto in quello dell'*A. empiricorum*, vi sono specie Monatriidae e Diatriidae. Così, per esempio, delle quattro specie nelle quali ho dovuto spezzare l'*A. hortensis* auct. due sono diatriidae: gli *A. hortensis* Fer. e *A. celticus* Poll., e due monatriidae, cioè gli *A. alpinus* Poll. e *A. nilssoni* Poll.,

inoltre l'*A. Brevièrei* Pollonera, specie dai malacologi confusa coll'*A. rufus* è monatriidae, mentre gli *A. rufus* e *ater* sono le specie più visibilmente diatriidae. Da queste poche parole e dalle figure 21 a 31 della mia tavola, mi sembra sufficientemente dimostrato che la divisione degli *Arion* europei data dal signor Simroth, non è basata su caratteri valevoli.

Tra le specie di *Arion* che finora ho potuto esaminare sono riuscito a distinguere quattro gruppi abbastanza nettamente circoscritti, come è esposto nel modo seguente:

Rispetto all'apparato sessuale le specie finora da me osservate dei gruppi 2° e 4° sono tutte monatriidae, quelle dei gruppi 1° e 3° sono monatriidae o diatriidae; i primi 2 gruppi però sono caratterizzati dalla posizione della borsa copulatrice (*receptaculum seminis*) che è dal ramo secondario del ritrattore dell'ovidotto più o meno strettamente congiunta all'ovidotto in prossimità del punto in cui il canale deferente inferiore sbocca nella matrice.

Il dente centrale della radula ha 3 aculei ed i campi mediani 2 in tutti gli *Arion;* però mentre i gruppi 3° e 4° (*Prolepis*) conservano quasi sempre l'aculeo secondario ben distinto tanto nei campi laterali che nei marginali, nei gruppi 1° e 2° (*Lochea*) l'aculeo secondario nei campi laterali scomparisce o si fonde coll'aculeo principale diventando una semplice dentellatura di questo, e riappare soltanto talvolta nuovamente distinto in alcuni denti marginali.

Una specie francese tuttavia fa eccezione a questa regola, ed è l'*A. rubiginosus* Baudon, che esternamente sembrerebbe

appartenere al gruppo dell'*A. subfuscus* (*Lochea*) mentre ha una radula di *Prolepis*: disgraziatamente non potei esaminare nessun individuo adulto, cosicchè nulla posso dire dei caratteri dell'apparato sessuale.

I. Gruppo dell'*A. rufus*.

Arion Da-Silvae, n. sp.

Fig. 8, 9, 10 e 29.

= ? *A. ater*, Morelet. *Moll. Portugal.*, 1845, p. 27.

A. (in alcool) *dorso valide et crebre verrucoso*, *clypeo amplo*, *gibboso*, *postice truncato*, *apertura pulmonea parum antica; fovea caudalis parvula. Supra omnino nigrum; solea olivacea, zonula media pallidiore, extremitate antica albida; margo pedis niger lineis transversis atrioribus; caput et tentacula nigra. Long.* 40, *lat.* 11 *mill.*

Hab. Il Portogallo.

Le lineette nere del margine esterno del piede non si possono scorgere distintamente che sullo spigolo della suola dove incomincia la tinta più chiara, perchè tanto il margine del piede quanto il dorso ed il cappuccio sono di un nero intensissimo.

Confrontato coll'*A. ater* L. di Svezia (Malm, *Limacina Scandin.*, pl. 1, f. 1), l'*A. Da-Silvae* è molto più piccolo, ad apertura respiratoria meno anteriore, ed a verrucosità del dorso molto più serrate le une contro le altre.

L'apparato sessuale poi si allontana notevolmente da quello degli *A. ater* e *rufus* per la guaina della verga conica, molto più lunga, ingrossata inferiormente, molto attenuata superiormente ed a canale deferente molto più lungo; inoltre l'ovidotto non presenta una dilatazione così voluminosa e tondeggiante come in quelli, ma ha una dilatazione ben visibile, meno grande e più oblunga. L'apparato sessuale dell'*A. Da-Silvae* somiglia assai a quello dell'*A. hispanicus* Simroth (*Jahrb. Malak. Ges.*, 1886,

p. 21, t. 1, f. 2), altra specie portoghese, ma questa specie è assai più piccola misurando soltando 29 millim. in alcool, ed inoltre ha la suola interamente nera anche nella zona mediana.

Ho dedicato questa specie al distinto malacologo portoghese signor I. Da Silva e Castro, il solo nella sua patria che si sia occupato dei molluschi terrestri nudi.

Arion Brevièrei n. sp.

Fig. 28 e 36.

A. hibernus? Mabille, Brevière, *Tabl. des Limaciens des envir. Saint-Saulge*, p. 1, in Journ. Conchyl., 1881 (non *A. hibernus* Mabille, *Rev. Zool.*, 1868).

A. corpore elongato, cylindrico, postice attenuato, rubiginoso-purpureo ad marginem pedis pallidiore: rugis dorsalibus exiguis, parum elongatis ac perspicuis: margo pedis albidulo-rubiginosus lineolis nigris transversis; collum sordide albidulum, tentacula maiora nigra: solea albida unicolor. Animal vivum unicolor videtur esse ut A. hibernus, *quum in alcool mersatur duae zonae obscurae in tergi et clypei lateribus apparent. Differt praeterea ab.* A. hiberno *maiore statura;* 70-75 *mill. pro* 50.

Hab. Saint-Saulge (Nièvre) in Francia.

Questa specie era dal signor Brevière (al quale sono lieto di dedicarla) riferita dubitativamente all'*A. hibernus* Mabille dei contorni di Parigi, facendo notare la grande differenza di statura tra la forma tipica (50 mill.) e questa (70-75 mill.), ma egli non osservò le fascie scure che appaiono allorchè l'animale è immerso nell'alcool. Questo fatto osservai più volte in parecchie varietà di *A. subfuscus*, che mentre l'animale era vivo parevano unicolori, si dimostravano zonate allorchè l'animale era immerso nell'alcool.

Nello stato giovanile l'*A. rufus* presenta frequentemente delle forme più o meno fasciate o bicolori, ma allo stato adulto è sempre unicolore e senza la benchè minima traccia di fascie. Tra le specie di questo gruppo finora descritte il solo *A. lusitanicus* Mabille conserva le fascie anche adulto.

L'*A. Brevièrei* oltre che per la presenza di fascie, differisce dall'*A. rufus* per la statura minore, per la suola unicolore, per le rugosità del dorso più serrate, e più brevi, ed infine per l'apparato sessuale, che si distingue per la mancanza totale del fortissimo ingrossamento dell'ovidotto chiamato dal Simroth *atrio superiore*, e per il forte rivestimento di ghiandole gialle che avviluppa la borsa comune (*atrio inferiore* di Simroth) sino al punto in cui vi si immettono gli organi maschili e femminili: infine la borsa copulatrice non è tenuta così strettamente aderente all'ovidotto dal ramo secondario del legamento di questo.

Questa specie è invernale, trovandosi essa per tutto l'inverno a cominciare da ottobre pei tempi umidi e meno rigidi. Ne ricevetti 3 esemplari dal signor Brevière della forma tipica, ed uno della seguente varietà.

Var. NIGRA, Brevière in schedis.

Aliquantulum minor, omnino nigricans, obscuriores zonae fere non spectabiles.

Hab. Saint-Saulge (Nièvre) in Francia.

II. Gruppo dell'*A. subfuscus*.

Non posso condividere l'opinione di quasi tutti gli autori tedeschi, i quali fanno una sola specie di tutte le varie forme di questo gruppo, e non posso adattarmi a considerare identici specificamente animali così diversi tra loro per statura e modo di colorazione.

In questo gruppo la massima parte delle forme è ornata di due fascie longitudinali sul dorso e sul cappuccio; queste fascie sono più marcate e più frequenti nei giovani che negli adulti (poichè sovente col crescere dell'animale esse si perdono), e nelle specie piccole più che nelle grandi, cosicchè le forme grandi ed unicolori si possono considerare come derivate dalle specie fasciate e più piccole, come mi sembra pensi il signor Simroth: e questa opinione è ancora avvalorata dalla frequenza di stadi giovanili fasciati nell'*A. rufus* (la specie unicolore per eccellenza) e dal trovarsi fascie confuse e poco visibili negli *A. lusitanicus*

e *Brevièrei*, nei quali sussisterebbe ancora il carattere atavico delle fascie dorsali. Assai spesso oltre le fascie laterali, la parte mediana del dorso e del cappuccio è di una tinta più scura, la quale talvolta suddividendosi in due fa apparire l'animale quadrifasciato.

Talvolta ancora il dorso è sparso di macchiette scure irregolari, ma anche questo è un modo di colorazione poco frequente. Le lineette scure trasversali del margine esterno del piede sono più o meno visibili in quasi tutte le specie di questo gruppo. Il muco è sempre giallo.

La specie meglio conosciuta di questo gruppo è l'*A. subfuscus* Dreparnaud, il quale ne ha data una buona descrizione ed una figura mediocre alquanto esagerata nella grossezza. Il colore fondamentale di questa specie, varia dal grigio al nero intenso, passando per varie gradazioni di giallo, ranciato e castagno, ma non è mai nelle gradazioni del rosso. La forma tipica è scura nella parte centrale del cappuccio e del dorso con una fascia scura ben decisa da ambo i lati; il margine esterno del piede è grigio con lineette nere trasversali. Io potei osservare questa forma nella colorazione grigia ed in quella bruno-giallastra su esemplari mandati vivi dal signor Brevière da Port-S[te]-Marie (Lot et Garonne) in Francia, e mi sembra concordare perfettamente coll'*A. Mabillianus* Bourguignat (1) del dipartimento dell'Aube; ricevetti pure la corolazione ranciata da Valenciennes (nord), ma in questa il margine esterno del piede era giallognolo come nell'*A. subfuscus* delle Alpi.

Come dalle colorazioni grigie e giallognole è insensibile il passaggio a quelle ranciate e brune, e da queste alle nere, così per leggerissime gradazioni si passa dalle colorazioni a fasce a quelle unicolori che furono descritte col nome di *A. Gaudefroyi* Mabille (2). La varietà nera me la mandò da Port-S[te]-Marie, il signor Brevière; questa si distinguerà dalla var. NIGRA dell'*A. Brevièrei*, descritta più sopra, per la sua colorazione di

(1) *Mollusques nouv. litig. ou peu connus;* fasc. VI, Janvier, 1866, p. 173, pl. XXIX, f. 1-4; non *A. Mabillianus* Baudon, Trois. cat. moll. dép. Oise in *Journ. Conchyl.*, 1881.

(2) MABILLE, *Hist. Mal. bass.* Paris, p. 12, 1870, Limac. français in *Ann. de Malacologie*, n. 2, pag. 110, 1870. — JOUSSEAUME, *Faune malac. envir.* Paris, in Bull. Soc. Zool. France, 1870, p. 28 (*Limax Gaudefroyi*) pl. III, f. 6-7.

un nero meno intenso e più freddo sul dorso, pe' suoi fianchi più pallidi, pel margine del piede grigio-chiaro sul quale spiccano bene le lineette nere trasversali e per le fascie del dorso e del cappuccio più visibili: anatomicamente poi l'apparato sessuale non lascia alcun dubbio.

Parecchie altre forme affini all'*A. subfuscus* furono descritte; dirò delle tre che potei osservare, esse sono l'*A. aggericola* Mabille, *A. Pollonerae* Pini ed *A. Pegorarii* Lessona e Pollonera.

Dell'*A. aggericola* Mabille (1) possiedo due esemplari in alcool di Port-S[te]-Marie, mandati dal signor Brevière; esso è delle dimensioni dell'*A. subfuscus*, al quale somiglia moltissimo, il mezzo del dorso e del cappuccio è scuro e le fascie laterali sono alquanto sfumate; forse un accurato confronto dell'animale vivo con l'*A. subfuscus*, potrà farvi ravvisare caratteri differenziali che non è possibile scorgere allorchè essi hanno soggiornato qualche tempo nell'alcool. Le sole differenze che potei trovare tra queste due specie sono anatomiche; nell'apparato sessuale dell'*A. aggericola* la borsa copulatrice è tenuta meno strettamente vicina all'ovidotto dal retrattore di questo, ed il percorso dell'ovidotto dalla borsa comune al punto in cui il canale deferente inferiore sbocca nella matrice è molto più lungo che nell'*A. subfuscus*. La radula poi dell'*A. aggericola* manca, nei campi laterali, completamente dell'aculeo secondario, che si vede sempre nell'*A. subfuscus*, avvicinandosi così per questo carattere alle specie del gruppo dell'*A. rufus*.

Il signor Pini descrisse col nome di *A. Pollonerae* (2) una forma vicinissima all'*A. subfuscus*, dalla quale si distingue per maggiore statura (lung. 70-80 mill. viva) per l'apertura respiratoria un po' più anteriore e per la quasi totale mancanza di lineette trasversali scure sul margine esterno del piede: inoltre questa specie è confusamente quadrifasciata. Fu trovata presso Intra in Piemonte.

Il signor Simroth è nell'errore allorchè parlando dell'*A. Pegorarii* (3), che egli considera semplice mutazione dell'*A. sub-*

---

(1) Mabille, *Hist. Mal. bass.* Paris, p. 16, 1870, et *Ann. Malac.*, 1870 p. 113.

(2) Pini, *Novità Malac.* in Atti Soc. Ital. Scienze Nat., 1884.

(3) Lessona e Pollonera, *Monogr. Limac. ital.* in Mem. Acc. Sc. di Torino, p. 62, 1882.

fuscus, dice che il carattere distintivo su cui è basata è la disposizione in 4 zone della tinta scura del dorso e del cappuccio. Questo non è che un carattere secondario, ma le differenze fondamentali stanno nella rugosità del dorso e del cappuccio, più minuta nell'*A. Pegorarii*; nella tinta fondamentale rosso rugginoso e non gialla o ranciata, nel margine esterno del piede grigio, mentre nell'*A. subfuscus* esso è sempre bianchiccio o giallognolo e sempre assai più chiaro; oltre a ciò un altro carattere distintivo ce lo presenta la radula, nei campi marginali della quale oltre il piccolo dentino che si osserva nell'*A. subfuscus* alla base dell'aculeo principale (che è l'aculeo secondario ridotto a minime proporzioni), si osserva un secondo dentino che cessa soltanto nelle 5 o 6 ultime serie.

Queste sono le *forme grandi* di questo gruppo che io ho potuto osservare negli *Arion* francesi ed italiani, e che io credo per maggior chiarezza della classificazione di dover separare specificamente dalle *forme piccole* dello stesso gruppo. Ma prima di passare all'esame di queste ultime, debbo far notare che anche tra gli *A. subfuscus* che ricevetti da Vegesack presso Brema, dal Dott. Borcherding, ho potuto nettamente separare due forme ben distinte quanto a statura (1). La forma più grande, sebbene sia sempre un po' più piccola che l'*A. subfuscus* della Francia meridionale e delle Alpi, pure credo possa ancora ascriversi a questa specie; essa è sempre gialla o ranciata ed ornata di fascie poco marcate, che in alcuni esemplari pallidi non si vedono affatto, allorchè l'animale è vivo, ma compaiono (sebbene debolissime) appena questo abbia soggiornato nell'alcool. La forma piccola invece è sempre a fascie più marcate, e mi sembra rispondere perfettamente al *Limax fuscus* di Müller; di questa si ha una eccellente figura in Malm (loco cit.) tav. 2, fig. 4, ed anch'esso la riferisce alla specie di Müller, cosicchè io credo si possa a questa conservare il nome di *A. fuscus* Müller; le lineette trasversali del margine esterno del piede sono assai poco marcate in entrambe queste forme della Germania settentrionale.

---

(1) Queste due forme vivono pure ben distinte nella Scandinavia come si può vedere chiaramente nel lavoro di Malm *Skandinaviska Land-Sniglar*, Göteborg, 1868 il quale sotto il nome di *Prolepis fuscus* figura molto bene nella tav. 2, fig. 3 la forma grande (*A. subfuscus* Drap.) e nella fig. 4 quella piccola (*A. fuscus* Müll.).

È questa una forma essenzialmente nordica che non ho mai ricevuto dalla Francia nè dalle Alpi italiane, dove è rappresentata dal mio *A. Stabilei* (1) di Macugnaga ai piedi del Monte Rosa e che forse non è che una varietà dell'*A. fuscus* a dorso confusamente quadrifasciato, a zone laterali assai più scure ed a margine del piede molto più distintamente lineolato di nero.

Il 16 aprile 1886 il signor Bavay mi mandò da Brest alcuni individui, tra i quali uno solo adulto, di una forma di *Arion* assai affine all'*A. fuscus* di Vegesack, ma il muco che trasudavano dal dorso era incoloro, ed immersi nell'alcool emettevano dal muso e dalla parte anteriore del cappuccio un muco giallo-vivo e dal resto del corpo bianco; le fascie laterali erano più nettamente segnate; i tentacoli superiori ed il disopra del collo bruno-unicolori, mentre nell'*A. fuscus* il collo è assai più pallido ed i tentacoli più scuri e grigio-plumbeo. L'apparato sessuale è come negli *A. fuscus* e *subfuscus*. È questa forma da considerarsi come specie distinta o come semplice varietà dell'*A. fuscus*? Io non mi sento in grado di decidere questa questione, perciò presento le figure fatte da me sugli animali vivi di Vegesack e di Brest (fig. 14 e 15), designando quest'ultimo col nome di:

Arion Bavayi, nova species?

Fig. 15.

A. minute rugosum, postice attenuatum; sordide ochraceum, medio fuscatum, utrinque nigro-fasciatum; lateribus albidum; clypeo minute granuloso, ochraceo, medio fusco, utrinque zonula nigricante, antice aurantiaco; collo tentaculisque superis fuscis; pedis margo albido-flavescens, transverse nigro-lineolatus; solea albido-flavescens. Longit. max. 53 *mil. Mucum sine colore e tergo emittit (qui, quum in alcool mersatur, lacteum fit), et e solea, e capite atque e clypei anteriore parte flavum.*

Hab. Brest (Finistère) in Francia.

---

(1) C. Pollonera, *Elenco dei Moll. terr. viventi in Piemonte*, p. 28; in Att. Acc. Sc. di Torino, 1885.

Altre due forme da me osservate si collegano strettamente coll'*A. fuscus*, ma contrariamente all'opinione del dottor Simroth le ritengo specie distinte: esse sono l'*A. brunneus* Lehmann (1) e l'*A. flavus* Nilsson (2).

L'*A. brunneus* è una forma esclusivamente germanica a cappuccio sparso di larghe macchie scure sfumate senza traccia alcuna di fascie, mentre il dorso interamente scuro lascia intravedere talvolta, sebbene confusamente, le fascie laterali. Questo non accade mai negli *A. subfuscus* e *fuscus*, nei quali per poco che siano accennate le fascie dorsali, queste si ritrovano sui lati del cappuccio.

L'*A. flavus* poi è una specie delle dimensioni del *fuscus*, interamente gialla e al tutto priva di fascie sul dorso e sul cappuccio e di lineette trasversali scure sul margine esterno del piede. La citata figura 5 di Lehmann rappresenta una colorazione pallida di questa specie, mentre la fig. 5 *b* è molto probabilmente quella di un giovane dell'*A. rufus*. L'*A. campestris* Mabille (3) è una colorazione tendente al ranciato dell'*A. flavus*.

Queste sono le specie del gruppo dell'*A. subfuscus* delle quali ho potuto osservare individui adulti; qualunque sia la loro statura esse hanno sempre maggiori affinità col gruppo dell'*A. rufus* che non con quello dell'*A. hortensis*, era quindi molto più ragionevole la classificazione di Moquin Tandon che comprendeva l'*A. subfuscus* nel suo sottogenere *Lochea* che non quelle dei signori Malm, Westerlund e Kobelt che lo trasportano al sottogenere *Prolepis*. Del resto con gli *A. Brevièrei* e *aggericola* il passaggio tra i due gruppi, di cui ho parlato sinora, è quasi insensibile.

Riassumo quello che ho detto sulle specie di questo gruppo nella seguente tabella.

(1) Lehmann, *Die leb. Scheneck. u. Musch. d. Umgeg.* Stettins, 1873, p. 20. — Pollonera, *Ueber ein. Arion aus. d. Umgeg.* Bremens, in Abhandl. Naturwiss. Ver. Bremen, 1884, p. 62, fig. 1-2.

(2) Nilsson, *Hist Moll. Sueciae,* 1822, p. 5. — Lehmann, loc. cit., p. 24, tav. 2, fig. 5 (non 5b).

(3) Mabille, *Limac. d'Eur.*, in Rev. Zool., 1868, p. 135. — *Limac. français,* in Annales de Malacologie, 1870, p. 109.

A. SPECIES MAIORES.

α Radulae dentes lateralium zonarum aculeo minore carentes.

A. aggericola MABILLE.

Hab. I dipartimenti dell'Aisne, Seine-et-Oise e Nièvre in Francia.

β. Radulae dentes lateralium zonarum aculeo minore muniti, qui in harum zonarum interiore parte, aculeo maiore miscetur quamquam semper pervisibilis manet.

A. Pegorarii LESSONA e POLLONERA, Fig. 12 e 13.

Rufo-nigricans, confuse quadrifasciatus; pedis margo obscure griseus, nigrolineolatus; long. max 75 *mill.*

Hab. Étrouble in Val d'Aosta (Piemonte).

A. Polloneræ PINI.

Maior (long. max. 80 *mill.), confuse quadrifasciatus; pedis margo pallidus, flavescens, lineolis transversis obsoletis.*

Hab. Intra sul Lago Maggiore (Piemonte).

A. subfuscus DRAP. = *A. Mabillianus* BOURG.

Griseus, flavescens, aurantiacus, castaneus, plus minusve fuscatus, utrinque fascia nigra: pedis margo pallidus, cinerascens vel flavescens, transverse nigro-lineolatus. Long. 70-75 *mill.*

Hab. La Francia, la Germania, il Belgio, la Svezia ? e le Alpi italiane.

Var. *atripunctatus* Dumont et Mortillet (1).

Dorso nigromaculato.

Hab. Le Alpi della Savoia e del Piemonte e la Germania del Nord.

Var. *Gaudefroyi* = *A. Gaudefroyi* Mabille, fig. 16, 17, 18.

Unicolor vel fasciis inconspicuis.

Hab. La Francia e le Alpi del Piemonte.

Var. *nigricans* mihi.

Omnino nigricans, zonis lateralibus atrioribus; pedis margo griseus nigro-lineolatus.

Hab. Saint-Saulge nella Francia meridionale.

---

(1) DUM. et MORT., *A. cinctus* var. *atripunctatus*, Moll. Savoie, 1857, p. 7.

B. SPECIES MINORES.

A. fuscus Müll. = *Prolepis fuscus* Malm, tav. 2, f. 4. *Flavescens vel aurantiacus, dorso et clypeo medio fuscatis utrinque nigro-fasciatis; pedis margo pallide flavus, transverse plus minusve nigrolineolatus: tentacula nigra. Long. max.* 40. 55 *mill.*

Hab. La Germania e la Scandinavia.

Var. *Boettgeri*, Pollonera, fig. 14.

Dorso nigromaculato.

Hab. I contorni di Brema nella Germania del Nord.

Var. *Stabilei*, Pollonera = *A. Stabilei*, Poll.

Confuse quadrifasciatus, zonis lateralibus atrioribus; pedis margo distinctius nigro-lineolatus.

Hab. Maccugnaga in Val Anzasca (Piemonte).

A. Bavayi Pollonera, Fig. 15.

A. fusci similis, sed postice magis attenuatus; tentaculis fuscis; muco dorsi albido. Long. max. 53 *mill.*

Hab. Brest in Francia.

A. brunneus Lehmann.

Clypeus maculis fuscis nebulosis obscuratus, fasciis carens; dorsum fuscatum, interdum confuse zonatum. Long. max. 40-45 *mill.*

Hab. La Germania centrale e settentrionale.

A. flavus Nilsson = *A. Campestris* Mabille.

Omnino flavus, absque maculis vel fasciis; pedis margo flavescens unicolor, lineolis nigrescentibus nullis; caput et tentacula nigra. Long. max. 40 *mill.*

Hab. La Germania e la Francia settentrionale.

III. Gruppo dell'*A. hortensis*.

Per togliere qualche poco della enorme confusione che regna sulle specie di questo gruppo è necessario tornare ad esaminare le descrizioni e le figure primitive date dal fondatore della specie tipica, il Ferussac.

Nella sua grande *Histoire Naturelle générale et particulière des Mollusques Terrestres et Fluviatiles* (Paris, 1819) alla pa-

gina 65 il Ferussac descrive il suo *A. hortensis* colla seguente frase : « D'un noir foncé ou bleuâtre, orné de petites bandes longitudinales grises. Bords du plan locomoteur orangés » pl. 2 (per errore 12), f. 4-6. Dopo la frase latina esso cita la varietà *α. griseus unicolor; fasciis nigris*, fig. 6. Passando alla descrizione più particolareggiata, dopo aver parlato della forma e delle rugosità, esso dice : « Toute cette limace est d'un noir foncé ou bleuâtre. Deux fascies longitudinales grisâtres, bien distinctes, ornent la cuirasse et le dos. Et comme cette cuirasse est aussi bordée de gris, et que les côtés du corps sont pâles, cette limace semble être partagée en sept bandes alternativement noires et grises, qui sont plus marquées sur la cuirasse. Cette décoration est encore augmentée par la belle couleur orangée ou vermillon des bords du plan locomoteur. Quelquefois, sur les plus vieux individus, cette couleur est simplement jaunâtre ou pâle, et tout le corp est d'un gris nébuleux sur lequel les bandes sont peu distinctes. Le plan locomoteur est jaune ou orangé ; le pied proprement dit est pâle. Lorsque l'animal est contracté, ce pied est d'une couleur très éclatante, et les fascies du corps sont plus prononcées ». Aggiunge ancora qualcosa di altri caratteri, ma non una parola di lineette scure sul margine del piede, delle quali non vi è traccia nelle belle fig. 4 e 5 della tav. 2 che rappresentano la sua forma tipica che egli dice abbondare nei contorni di Parigi.

Dall'esame accurato delle parole e delle figure del Ferussac se ne deve conchiudere che l'*A. hortensis* è una specie scura, con due fascie chiare sul dorso e sul cappuccio, al di sotto di queste da ciascun lato una fascia nerastra nettamente limitata superiormente e sfumantesi inferiormente nel fianco di colore pallido; la suola è gialla ; il margine esterno del piede giallo, ranciato o rosso, sempre privo di lineette trasversali scure ; testa e tentacoli superiori neri. Muco giallo.

Oltre le due succitate figure di Ferussac, c'è quella data dal Simroth (*Nacktschn. europ.*, tav. VII, fig. 42) che rappresenta molto bene questa specie, sebbene il margine esterno del piede sia un po' troppo scuro.

Il signor Deladerrière mi mandò da Valenciennes 12 esemplari vivi di questa specie che corrispondevano benissimo alla descrizione di Ferussac, e che misuravano nella massima estensione 35 mill. ; alla fig. 23 io dò la figura della parte inferiore

dell'apparato sessuale di uno di questi esemplari, esso è quasi identico a quello descritto e figurato dal Simroth (l. c., tav. XI, fig. 17) dell'*A. hortensis* della Germania, cosicchè anch'io ritengo questo per il vero *A. hortensis* Ferussac.

A parer mio debbono pure far parte di questa specie gli *A. pelophilus* e *distinctus* Mabille; il primo è così descritto dal suo autore: (1) « Cette espèce diffère de l'*hortensis* par son corps noir; par ses bandes très-foncées; par la marge de son pied d'un rouge vif; par la forme de ses rugosités, etc... Hab. dans les environs de Paris ». La colorazione rossa del margine del piede è già citata dal Ferussac pel suo *hortensis* tipico, tutta la diversità si riduce quindi ad una colorazione più scura nel *pelophilus*, carattere troppo lieve per potere stabilir su esso una distinzione specifica. L'*A. distinctus* (2) è così caratterizzato (*Ann. Malac.*, 1870 p. 119): « Diffère de l'*hortensis* par sa taille plus petite; par sa coloration d'un gris jaunâtre; par ses rides dorsales à peine allongées; par *l'absence de linéoles transverses sur les bords du pied.* Hab. Sèvres ». Queste poche linee provano che il signor Mabille ritiene che l'*A. hortensis* Ferussac abbia il margine del piede lineolato di scuro, il che vedemmo che non è; per contro egli ritiene l'*A. leucophæus* Normand (3) come sinonimo dell'*A. hortensis*; ma, come giustamente fece osservare il dottor Baudon (4), bastano le parole « dessous du pied blanchâtre; mucus incolore » per escludere ogni idea di identità tra le due forme.

Moquin-Tandon ed altri autori hanno ritenuto come sinonimo dell'*A. hortensis* il *L. fasciatus* Nilsson (5) di Svezia; ma la frase seguente: « Dorsum teres, linea longitudinali media, pallida, subelevata » dimostra esser questo sinonimo dell'*A. Bourguignati* Mabille, che io ritrovai tra gli *Arion* svedesi che il Dottor Pini aveva ricevuto dal Dottor Westerlund col nome di *A. hortensis.* Tuttavia siccome il Nilsson confonde altre specie (probabilmente l'*A. fuscus* Müll.) nella sua descrizione, così credo

(1) *A. pelophilus* Mabille (= *L. fasciatus* Kick. *Moll. Brab.*, p. 4, 1830), Ann. de Malacologie, 1870, p. 117.

(2) Mabille, *Arch. mal.* in Rev. et Mag. zool., 1868, p. 137. — *Ann. de Malac.*, 1870, p. 119.

(3) Normand, *Descr. de six limaces nouv. obs. aux envir. de Valenciennes*, 1852, p. 6.

(4) Baudon, *Trois catal. Moll. Dép. de l'Oise*, 1884, p. 6.

(5) Nilsson, *Hist. Moll. Sueciae*, 1822, p. 3.

debba conservarsi il nome dato dal Mabille che primo distinse nettamente la forma adulta di questa specie dalle altre affini.

Il Ferussac nel *Supplement à la famille des Limaces* (juillet, 1823), che fa seguito al già citato lavoro, a pagina 96 α, aggiunge al suo *A. hortensis* una nuova varietà con questa sola frase: « γ. Griseo-rufus; fasciis nigris; margine rufescente. *Alpicola*, nobis, pl. VIII, A, fig. 2, 3, 4. *Hab.* les Alpes. Comm. Charpentier ». (1). Ma anche in questo caso credo si debba trascurare la denominazione del Ferussac (come è già stato fatto per quella di Nilsson), perchè mentre la fig. 4 rappresenta indubbiamente l'*A. Bourguignati*, la fig. 3 dà un'idea assai giusta dell'*hortensis* delle Alpi piemontesi, ma è in disaccordo colla descrizione, poichè il margine del piede è leggermente giallognolo e non *rufescente*. Ora avendo io trovato nella forma piemontese differenze anatomiche notevoli, credo bene distinguerla dall'*A. hortensis* col nome di

Arion alpinus n. sp.

Fig. 25-26.

? **A. hortensis** Fer. var. *Alpicola* (partim) Fer. l. c., t. VIII A. f. 3 (*tantum*).

A. hortensis Lessona e Poll., *Monogr. Limac. Ital.*, 1882, pag. 63, tav. III, f. 11.

A. hortensi *similis, sed dorso crassior verrucoso; clypeo paululum minore; fasciis lateralibus minus latis, inferne non evanescentibus; limacella fere perfecta* (2). *Animal griseo-flavescens; dorso clypeoque medio fuscatis, utrinque nigro-zonatis; pedis margo flavus nunquam lineolatus; solea flava; caput et tentacula nigra. Mucus flavus. Long. max.* 35 *mill.*

Hab. Le Alpi del Piemonte e della Lombardia, e probabilmente anche quelle francesi e svizzere.

---

(1) Queste tre figure furono riprodotte dal sig. Bourguignat nella *Malac. de la G.de Chartreuse*, 1864, tav. I, fig. 9, 10, 11, mutando solamente la colorazione della fig. 9 (fig. 2 di Fer.) che fece uguale alla fig. 11 (fig. 3, Fer.) mentre in Ferussac è uguale alla fig. 4 (fig. 10, Bgt.).

(2) *A. hortensis* Lessona, *Arion del Piemonte*, p. 9, fig. 3, 4, 6, 7, 19, 21, in Atti Acc. Sc. di Torino, 1881.

L'apparato sessuale differisce notevolmente da quello dell'*A. hortensis* per la borsa comune grande, larga, e rivestita da un forte strato ghiandolare giallo: per la guaina della verga più volte ripiegata, fortemente ingrossata prima del suo sbocco nella borsa comune, ed a canale deferente breve; pel collo della borsa copulatrice pure ingrossato prima del suo sbocco nella borsa comune; infine per l'ultima parte dell'ovidotto brevissima e non assottigliata superiormente.

Esternamente si distingue per le rughe del dorso più grossolane e più larghe, pel cappuccio un po' più piccolo e per le zone nerastre laterali non sfumate inferiormente sui fianchi. Inoltre in essa si trova una limacella quasi perfetta (specialmente nei giovani), quale non si trova mai nell'*A. hortensis*.

Arion Nilssoni n. sp.

Fig. 31 e 34.

Prolepis hortensis Malm, *Skandinariska Land-Sniglar*, 1868, pag. 49, tav. 2, fig. 5.

Differt a praecedente, statura valde majori (long. max. 55 *mill.), clypeo breviori, rugis angustioribus.*

Hab. La Svezia.

Nell'apparato sessuale si avvicina assai più all'*A. alpinus* che all'*A. hortensis*, ma ne differisce per la borsa comune più piccola e meno larga; per la guaina della verga assai più lunga, meno ingrossata presso il suo sbocco ed a canale deferente molto più lungo; per la borsa copulatrice in forma di berretto frigio, a collo meno ingrossato presso lo sbocco e con un altro leggero ingrossamento verso la sua metà.

L'esame delle figure rende superfluo il confronto coll'apparato sessuale dell'*A. hortensis*.

Arion celticus n. sp.

Fig. 11, 22, 33 e 37

A. ***hortensis*** *affinis: dorsum mediocriter rugosum; clypeus minute granulosus; olivaceo-nigricans, utrinque nigro-zonatum, minutissime aureo-punctatum, lateribus pallide-griseis nigro-variegatis: solea pallide-flava; pedis margo pallide flavus imperfecte griseo-lineolatus; caput et tentacula nigricantia. Mucus soleae et pedis aurantiacus. Long. max.* 30 *mill.*

Hab. I contorni di Brest (Finistère) in Francia.

Vicinissimo all'*A. hortensis*, ne differisce per le lineette o macchiettature grigio-chiare del margine esterno del piede (talvolta tuttavia appena visibili), per le sue dimensioni un po' più piccole, ma sopratutto pei caratteri degli organi sessuali e della radula. Dal confronto delle figure si vede come la borsa comune, l'ovidotto, la guaina della verga, la borsa copulatrice ed il suo collo siano ben diverse da quelle dell'*A. hortensis*. Come in quest'ultima specie, ho trovato sotto il cappuccio dell'*A. celticus* una minutissima polvere calcare, e nessuna traccia di limacella. Nell'alcool prende una colorazione bruno-rossastra ben diversa dalla colorazione cinerognola dell'*A. hortensis*.

Questa specie sembra assai abbondante nei contorni di Brest (donde ne ricevetti buon numero di individui dal signor Bavay) dove sembra sostituire l'*A. hortensis*, come l'*A. alpinus* lo sostituisce nelle Alpi italiane.

Rispetto alla radula queste quattro specie, così intimamente congiunte, presentano alcune differenze. Negli *A. alpinus* e *Nilssoni* la base d'inserzione dei denti centrale e dei campi mediani è più lunga che la base riflessa col suo aculeo, invece negli *A. hortensis* e *celticus* essa è più breve. Nelle prime due specie l'aculeo secondario si conserva ben distinto dall'aculeo principale in tutti i campi, e non scomparisce che negli ultimissimi marginali, mentre nelle altre due specie nei campi lateromarginali l'aculeo secondario si fonde col principale, diventando una semplice dentellatura di questo come accade nell'*A. subfuscus*. Nell'*A. celticus* questa dentellatura dell'aculeo principale dopo essersi innalzata alquanto, torna a discendere verso il basso dell'aculeo, e negli ultimi denti marginali torna a formare un aculeo secondario indipendente; nell'*A. hortensis* invece essa si innalza meno, poi torna ad abbassarsi, ma non torna più indipendente, e negli ultimissimi marginali scompare.

Pei caratteri della radula dunque gli *A. hortensis* e *celticus* accennano ad una tendenza verso il gruppo dell'*A. subfuscus*, mentre gli *A. alpinus* e *Nilssoni* si avvicinano all'*A. Bourguignati*.

A questo gruppo appartiene pure l'*A. verrucosus* Brevière (1)

---

(1) Brevière, *Tableau des Limaciens des env. de Saint-Saulge* (Nièvre) in Journ. Conchyl., Octobre, 1881, pl. 13.

che vive nei dipartimenti della Nièvre e del Puy-de-Dôme nella Francia centrale, molto bene descritto e figurato nel citato lavoro. Tanto per l'apparato sessuale come per la radula, si palesa più prossimo all'*A. alpinus* che all'*A. hortensis;* ma pei caratteri esterni è facilmente riconoscibile alla sua statura minore (20-25 mill.), all'aspetto più delicato, alla pallidezza della suola e sopratutto alle sporgenze verrucose dei tubercoli dorsali.

Al gruppo dell'*A. hortensis* appartiene ancora l'*A. intermedius* (1) dei contorni di Valenciennes nella Francia settentrionale descritto da Normand con queste parole: « Animal gris-jaunâtre pâle. Extrémités, surtout la postérieure, d'un beau jaune d'or, Côtés, blanchâtres, marqués antérieurement de quelques petits points noirs, un peu espacés en ligne près du bord du pied. Tête, cou et tentacules gris-foncé ou noirâtres. Plan locomoteur d'un beau jaune d'or pâle, à l'exception de la partie médiane. Bouclier légèrement granuleux. Mucus jaune. Limacelle blanche, opaque et rugueuse. Longueur de l'animal 15 à 20 millimètres ».

Moquin-Tandon lo considerò come sinonimo dell'*A. flavus* Müller, e più tardi nel 1867 Mabille con molta ragione gli restituì il suo grado di specie, ma ebbe il torto di collocarla nel genere *Geomalacus:* il Dott. Heynemann infine nel *Catalogo dei Molluschi europei* del Kobelt la considera come un giovane dell'*A. empiricorum.*

Io ricevetti ripetutamente dal signor Deladerrière da Valenciennes, e specialmente dal « bois de Raismes » nei contorni di questa città, dei piccoli *Arion*, alcuni dei quali corrispondono perfettamente alla descrizione di Normand: l'esame anatomico di essi li dimostrò perfettamente adulti, malgrado la loro piccolezza (16-18 mill.), cosicchè la supposizione del Dott. Heynemann è evidentemente erronea: solamente osservai che la colorazione di essi non si limitava a quella notata dal Normand, ma variava dal giallognolo pallido al bruno intenso; inoltre frequentemente il dorso ed il cappuccio erano più scuri nel mezzo e presentavano da ciascun lato una fascia leggermente segnata, ed infine mancavano qualche volta i piccoli punti neri al di sopra del margine del piede. Come accade sempre negli *Arion* le fascie diventavano più visibili allorchè l'animale era immerso

(1) NORMAND, *Descr. de six limac. nouv.*, etc., 1852, p. 6.

nell'alcool. Confrontati questi animali con la descrizione, le figure ed alcuni esemplari autentici, in alcool, dell'*A.* (*Geom.*) *Mabilli* Baudon, mi convinsi che questo non è che la forma pallida e fasciata dell'*A. intermedius*, della quale specie debbono pure far parte i *Geomalacus hiemalis* Drouet, e *G. Bourguignati* Mabille; io credo dunque che la sinonomia di questa specie si debba stabilire nel modo seguente:

Arion intermedius Normand.

Fig. 1-5.

A. **intermedius**, Norm., *Descr. six. lim. nouv.*, 1852, p. 6.
Geomalacus **intermedius**, Mabille, *Rev. Zool.*, 1867, p. 57.
» **Bourguignati**, Mabille, *Rev. Zool.*, 1867, p. 58.
» **hiemalis**, Drouet, *Moll. Côte-d'Or*, 1867, p. 27;
» Baudon, *Limac., du Dép. de l'Oise*, 1871, pl. 2, f. 2-4.
» **Mabilli**, Baudon, *Limac. Oise*, 1871, p. 11, pl. 1, f. 8-12.
A. **Mabillianus**, Baudon, *Trois. catal. Moll. Oise*, 1884, p. 8.

Il signor Bavay mi mandò pure questa specie dall'Ile Molène (Finistère).

Nell'animale vivo non ho potuto osservare la posizione dell'apertura sessuale, ma in quelli in alcool si vede assai bene; essa è posta a seconda della diversa contrazione del corpo, sia immediatamente al di sotto dell'apertura respiratoria, sia leggerissimamente più innanzi, precisamente come lo osservai nei due esemplari di *A. minimus* (1) che devo alla gentilezza del signor Simroth (fig. 6). Nè a ciò soltanto si limita la somiglianza tra queste due specie, poichè oltre la statura, la colorazione e l'aspetto simili, trovai in entrambi l'apparato sessuale identico, ed in un giovane *A. minimus* una piccola limacella rudimentale più solida ancora di quella da me trovata nell'*A. intermedius* (fig. 7). Molto probabilmente un accurato studio di confronto di queste due specie potrà condurre alla riunione di esse in una sola. Approfitto di questa circostanza per dichiarare che l'*A. minimus* è un vero *Arion* e non ha nulla a che fare con gli *Ariunculus* del Piemonte, riservandomi a dimostrarlo in un altro mio lavoro.

---

(1) *A. minimus*, Simroth, *Vers. Naturg. deuts. Nacktschn.*, 1885, p. 289, tav. VII, fig. 41 = *A. flavus* Clessin (non *A. flavus* Nilss.), *Deut. Excurs. Moll. Fauna*, 1884, p. 116.

Un'altra delle specie francesi dal Dott. Heynemann dichiarate stadi giovanili dell'*A. empiricorum* è l'*A. tenellus* Millet (1). Io non ne vidi che esemplari non ancora adulti, ma il signor Baudon in una lettera dei 15 marzo 1886 mi scrive a proposito di questa specie: « Il commence à se montrer à cette époque (le mois de Mai) dans la forêt de Hez et c'est aussi peu de temps après qu'il commence à pondre des œufs diaphanes, gros comme un petit grain de pavot ». Provato lo stato adulto di questo *Arion*, bisogna anche ammettere la validità della specie, poichè non è possibile identificarla con nessun'altra dello stesso genere.

IV. Gruppo dell'A. *Bourguignati*.

Questo gruppo si distingue dal precedente per la serie mediana delle rughe del dorso più elevata dalle altre, in modo che il dorso appare lievemente carenato. Pei caratteri della radula e dell'apparato sessuale si accostano agli *A. alpinus* e *Nilssoni*.

Oltre il *L. fasciatus* Nilsson, io credo si debba mettere come sinonimo di *A. Bourguignati* anche l'*A. leucophaeus* Normand; infatti se nella sua descrizione accennasse alla carena essa converrebbe perfettamente alla specie di Mabille, ma come passò inosservata a tanti altri malacologi questa carena, così non è improbabile sia accaduto lo stesso a Normand. Ma quello che mi fa quasi certo di questa identità è che nei ripetuti invii di *Arion* mandatemi da Valenciennes dal signor Deladerrière al solo *A. Bourguignati* si potevano adattare i caratteri dell'*A. leucophaeus*; tuttavia la descrizione di questo essendo troppo incompleta, il nome dato dal Mabille deve avere la preferenza.

Arion Bourguignati Mabille.

Fig. 24.

Limax fasciatus, Nilsson (partim), *Hist. Moll. Sueciae*, 1822, p. 3.
Arion hortensis, var. Feruss. *Hist. Moll.*, 1823, pl. 8 A. fig. 4.
» ***leucophaeus***, Norm., *Descr. six. lim.*, 1852, p. 6, (descrizione insufficiente).

---

(1) Millet, *Moll. Maine-et-Loire*, 1859, p. 11. — Bourguignat, *Moll. nouv. lit.*, VI, 1866, p. 175, pl. 29, fig. 5-7. — Baudon, *Limac. Oise*, p. 7, pl. 1, f. 4-7.

Arion hortensis var. **grisea**, Bourg. *Malac. Gr. Chartr.*, 1864, pl. 1, f. 10.
» **Dupuyanus**, Bourg. *Malac. Gr. Chartr.*, 1864, p. 30, pl. 1, f. 1-4 (*pullus*).
» **Bourguignati**, Mabille, *Rev. et Mag. Zool.*, 1868, p. 138. — Baudon, *Limac. Oise*, 1871, p. 9, pl. 3, f. 6-9, — Simroth, *Naturg. deut. Nacktschn.*, 1885, p. 287, t. 7, f. 37-39.

Hab. La Francia, la Germania, la Svezia, ed in Piemonte le valli della Dora Baltea e del Malone.

α. Var. *Neustriacus* = *A. Neustriacus*, Mabille, l. c., p. 138. *Griseo-rubescens, fasciis brunneis, pedis margo lineolis nullis vel fere inconspicuis.*

β. Var. *Miser* mihi. *Pallide cinereus vel albidus, pedis margo lineolis nullis vel fere inconspicuis.*

Ho già dato il disegno della radula e dell'apparato sessuale di questa specie nella *Monografia dei Limacidi italiani* a pag. 65. Qui torno a figurare una parte dell'apparato sessuale per facilitare il confronto con quello dell'*A. subcarinatus*. La borsa comune è di una forma allungata che non si riscontra in alcuna delle specie più sopra esaminate, è tutta ricoperta dal rivestimento ghiandolare: la borsa copulatrice, a collo mediocre, è piriforme, assai allungata ed assottigliata alla sua estremità libera.

Arion subcarinatus Poll.

Fig. 27.

A. **subcarinatus**, Pollonera, *Elenco dei Moll. terr. viv. in Piemonte*, p. 19; in Atti Acc. Sc. Torino, 1885.

Praecedenti similis, statura tamen maiore, clypeo minore, carina debiliore. Long. in alcool 20, *clyp.* 8 *mill.*

Hab. Rosazza nella Valle del Cervo in Piemonte.

Non posso dare nessun particolare sulla colorazione e sul muco di questa specie, non avendola potuto osservare viva. Somiglia assai alla precedente, della quale forse non è che una varietà locale; debbo notare però che mentre il suo apparato presenta le differenze che sto per accennare, quello dell'*A. Bourguignati* del Piemonte trovai perfettamente uguale a quello degli individui francesi di Brest e di Saint-Saulge. Nell'*A. subcari-*

natus la borsa comune è più grande e di forma più irregolare; la guaina della verga forma presso il suo sbocco un gomito angoloso che non si osserva nell'*A. Bourguignati*, infine la borsa copulatrice è a collo più sottile e molto più lungo, ed in forma di cappuccio con un prolungamento più sottile e in direzione laterale e non terminale come nell'*A. Bourguignati*.

La conclusione di questo mio breve studio è che l'esame anatomico dimostra che le specie di *Arion* in Europa sono molto più numerose di quello che credano molti malacologi, poichè se anche tutte le specie finora stabilite non sono ammissibili, siamo tuttavia già molto lungi dalle 3 sole che il Westerlund ammette nella sua *Fauna Europaea*.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Arion intermedius, Normand.

Fig. 1-5 (Valenciennes).

Fig. 1. Colorazione pallida; fig. 2, Suola; fig. 3, Colorazione bruno-scura; figura 4, Colorazione bruno-chiara; fig. 5, animale in alcool molto ingrandito.

Arion minimus, Simroth.

Fig. 6-7 (Lipsia).

» 6. Parte anteriore del corpo (in alcool) molto ingrandita; fig. 7, Limacella di un individuo giovane.

Arion Da-Silvæ, Pollonera.

Fig. 8-10 (Portogallo).

» 8. Animale in alcool, di grandezza naturale; fig. 9, Cappuccio veduto dal di sopra; fig. 10, Parte anteriore della suola.

Arion celticus, Pollonera.

Fig. 11 (Brest).

» 11. Animale ingrandito, non completamente disteso.

Arion Pegorarii, Lessona e Pollonera.

Fig. 12-13 (Valle d'Aosta).

» 12. Parte anteriore del corpo, veduta di fianco; fig. 13, Animale di grandezza naturale.

Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 15
Fig. 17
Fig. 36
Fig. 35
Fig. 32
Fig. 31
Fig. 30
Fig. 29

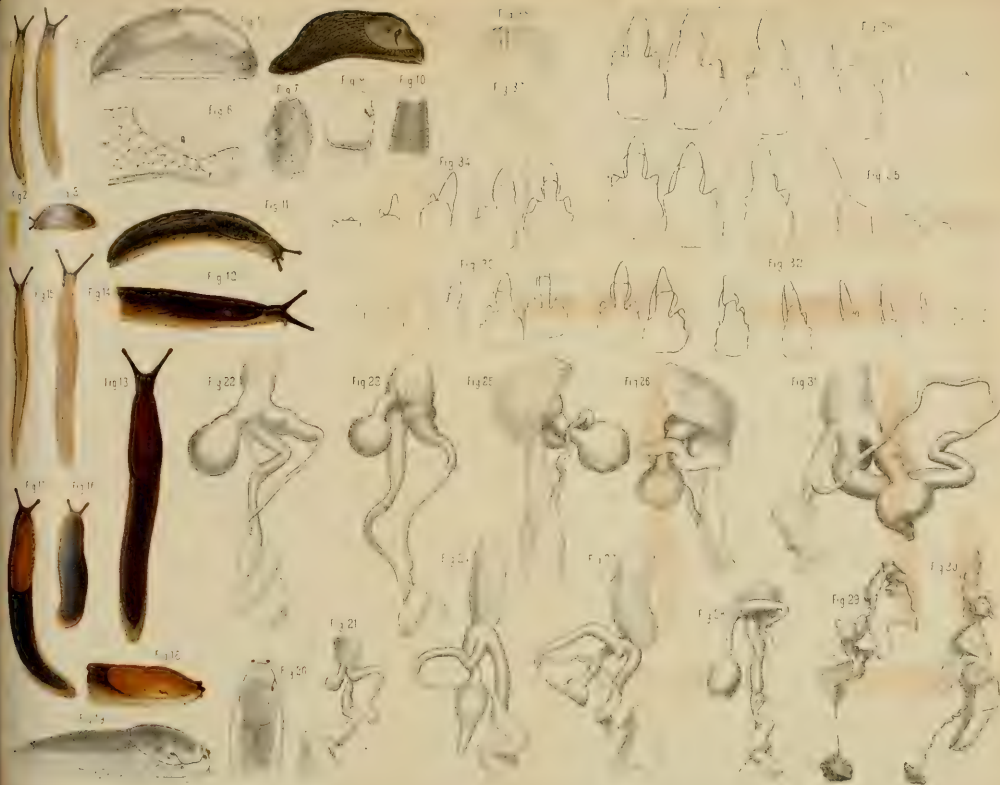
Tav III

Arion fuscus, Müll.

Fig. 14 (Vegesack).

Fig. **14**. Animale (var. *Boettgeri* Poll.) completamente disteso, di grandezza naturale.

Arion Bavayi, Pollonera.

Fig. 15. (Brest).

» **15**. Animale di grandezza naturale, completamente disteso.

Arion subfuscus, Drap.

Fig. 16-18 Gr. S. Bernardo).

» **16**. Individuo giovane delle var. *Gaudefroyi* Mabille; fig. 17, Individuo adulto della stessa varietà di grandezza naturale, non completamente disteso; fig. 18, Parte anteriore dello stesso veduta di fianco.

Arion brunneus, Lehmann.

Fig. 19-20 (Karlsbad).

» **19**. Animale in alcool, ingrandito; fig. 20, Cappuccio dello stesso individuo veduto dal di sopra.

Organi sessuali.

» **21**. *A. verrucosus*, Brevière (Saint-Saulge); fig. 22, *A celticus* Poll. (Brest); fig. 23, *A. hortensis*, Fer. (Valenciennes); fig. 24, *A. Bourguignati*, Mabille, (Aosta); fig. 25 e 26, *A. alpinus*, Poll. veduto da due parti (Rivarossa Canavese); fig. 27, *A. subcarinatus*, Poll. (Rosazza); fig. 28, *A. Brevièrei*, Poll. (Saint-Saulge); fig. 29, *A. Da-Silvae*, Poll. (Portogallo); fig. 30, *A. minimus*, Simroth (Lipsia); fig. 31, *A. Nilssoni*, Poll. (Svezia).

Radule.

» **32**. *A. hortensis*, Fer. (Valenciennes); fig. 33, *A. celticus*, Poll. (Brest); fig. 34, *A. Nilssoni*, Poll. (Svezia); fig. 35, *A. aggericola*, Mabille (Saint-Saulge); fig. 36, *A. Brevièrei*, Poll. (Saint-Saulge).

Mandibole.

» **37**. *A. celticus*, Poll. (Brest); fig. 38, *A. Nilssoni*, Poll. (Svezia).

Sull' attrito interno nei liquidi;

Nota dei signori S. PAGLIANI e Dott. E. ODDONE

In uno studio sperimentale precedente fatto da uno di noi col dottore A. Battelli sull'attrito interno nei liquidi (*), si era giunti al risultato, che le soluzioni acquose degli alcoli presentano un massimo nel coefficiente di attrito, che questo massimo non corrisponde alla stessa ricchezza procentica a tutte le temperature, che questa ricchezza procentica, a cui corrisponde il massimo, aumenta (**) col crescere della temperatura e che non esiste relazione generale fra le ricchezze procentiche delle soluzioni dei diversi alcoli, alle quali corrisponde il massimo di attrito interno alla stessa temperatura, e la composizione chimica. Mentre invece Graham (***) avendo trovato che la massima durata della traspirazione nelle soluzioni di alcool etilico corrispondeva, alla temperatura di 20°, alla composizione $C^2H^6O+3H^2O$, in quelle di acido acetico a $C^2 H^4 O^2 + H^2 O$, in quelle di acido nitrico a $2 HNO^3 + 3 H^2 O$, in quelle di acido solforico a $H^2 S O^4 + H^2 O$, ne aveva dedotto esistere una relazione fra il massimo di attrito e la composizione chimica.

Delle ricerche, pubblicate posteriormente alle più sopra accennate da K. Noak (****) nel maggio 1885, ne hanno confermato pienamente i risultati. Noak, avendo studiato la influenza della temperatura e della concentrazione sulla fluidità nei miscugli

(*) Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XX, p. 615 adunanza dell'8 marzo 1885.

(**) Nella nota suaccennata a pag^e. 621, 626 e 632 venne stampato per errore *diminuisce* invece di *aumenta*.

(***) *Chem. a. phys. res.*, 1861, pag. 600.

(****) K. NOAK, *Wied. Ann.* XXVII, 289, 1886. *Festschrift der* 38 *Versammlung deutschen Philologen und Schulmänner*, *gewidmet vom Lehrcollegium des Gymnasium zu Giessen, Mai* 1885, pag. 53.

di liquidi, trovò che nelle soluzioni dell'alcool etilico essa presenta un minimo, il quale non corrisponde alla stessa composizione percentuale alle diverse temperature, ma questa va precisamente diminuendo col crescere della temperatura. e le sue esperienze furono estese fino a 60°. Anche i risultati numerici da lui ottenuti sono molto concordanti con quelli trovati in quelle prime ricerche.

In una breve serie di determinazioni abbiamo voluto verificare se anche per le soluzioni degli acidi si presenta lo stesso fatto dello spostamento del massimo di attrito colla temperatura. I due acidi da noi studiati, furono l'acido acetico e l'acido nitrico, le cui soluzioni, come già si disse, furono pure sperimentate da Graham, soltanto però alla temperatura di 20°. È vero che per le soluzioni di acido acetico si hanno già delle determinazioni di Wÿkander (*), il quale si era già occupato della stessa questione; ma, come già si disse nella nota sopra accennata, i suoi risultamenti presentano tali irregolarità, da non potere veramente considerarla come da essi risolta.

Le nostre esperienze erano già terminate, quando nel n° 8 degli Annali del Wiedemann di quest'anno, trovammo pubblicata una memoria di K. Noak, il quale pure aveva avuto l'idea di studiare le soluzioni di acido acetico, come aveva già fatto per quelle di alcool etilico. In essa trovammo che egli giunse agli stessi risultati, ai quali noi pure eravamo arrivati nelle nostre ricerche; che cioè il massimo coefficiente di attrito per le soluzioni di acido acetico è presentato da quella che ne contiene circa 77 per 100, come già aveva trovato pure Graham per la temperatura di 20°; che la ricchezza procentica, a cui corrisponde il detto massimo, è la stessa per tutte le temperature, che non si osserva cioè spostamento nel massimo, come per i miscugli alcoolici. Avendo poi anche confrontati i risultati numerici da noi ottenuti, con quelli del Noak e trovatili concordanti, crediamo inutile di riportare i primi, tanto più che i limiti di temperatura entro i quali il Noak ha determinata la fluidità delle dette soluzioni, sono più estesi, cioè fra 0° e 60°. Ci limiteremo quindi ad esporre le determinazioni fatte sulle soluzioni di acido nitrico.

---

*) Lund Physiogr. Sällsk, *Jubelschrift*, 1878, Beiblätter, III, 8.

L'apparecchio da noi adoperato è quello già descritto nella accennata Nota, e modificato nel modo indicato nella seconda nota sull'attrito delle soluzioni dei gas (*), per spostare il liquido nel recipiente, in cui avviene l'efflusso dei liquidi. Quando si operava cogli acidi concentrati si disponevano dall'una e dall'altra parte del recipiente due bottiglie di Wolf con entro acido solforico per diseccare l'aria che serviva a produrre l'efflusso.

La formola adoperata per calcolare il valore del coefficiente di attrito è quella di Poiseuille, modificata da Hagenbach, quantunque qui la correzione, dovuta al secondo termine, fosse pressochè trascurabile, essendo stato in tutte le determinazioni il tempo d'efflusso piuttosto grande.

Nelle tabelle seguenti raccogliamo i risultati ottenuti.

Soluzioni di acido nitrico.

Soluzione n° 1 - HNO^3 puro. P. s. = 1,566 a 0°

t^0	p	T	η	$t^{\prime}$	p	T	η
0°	46.18	602″.2	0.00002321	16°.77	46.30	409″.0	0.00001574
0°	46.18	602″.2	2321	16°.78	46.08	409″.1	1567
0°	45.98	603″.8	2317	16°.80	45.93	409″.8	1564
0°		medio η =	0.00002320	16°.78		medio η =	0.00001568

Da questi dati si calcola la seguente espressione per η'_t espresso in dine fra 0° e 17°

$$\eta'_t = \frac{0.02275}{1 + 0.02256\, t}.$$

(*) Pagliani e Battelli, *Sull'attrito interno dei liquidi*, Nota seconda, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, Vol. XX, aprile 1885.

Soluzione n° **2** - HNO^3 72,85 % P. s. = 1,457 a 0°

$t°$	p	T	η	$t°$	p	T	η
0°	46.2	867″.0	0.00003348	16°.82	46.05	557″.7	0.00002138
0°	46.2	864″.5	3339	16°.82	46.30	557″.2	2148
0°	46.22	863″.1	3335	16°.82	46.30	554″.4	2138
0°		medio η =	0.00003341	16°.82		medio η =	0.000021405

Donde si calcola fra 0° e 17°

$$\eta'_t = \frac{0.03276}{1 + 0.03338\, t} .$$

Soluzione n° **3** - HNO^3 71,24 % P. s. = 1,450 a 0°

$t°$	p	T	η	$t°$	p	T	η
0°	46.51	863″.7	0.00003358	16°.87	46.16	560″.6	0.00002158
0°	46.46	864″.0	3356	16°.87	46.41	556″.2	2153
0°	46.51	860″.1	3344	16°.88	46.86	552″.0	2157
0°		medio η =	0.00003353	16°.87		medio η =	0.00002156

Quindi si calcola fra 0° e 17°

$$\eta'_t = \frac{0.03288}{1 + 0.03337\, t}$$

Soluzione n° 4 - HNO^3 67,82 % P. s. = 1,434 a 0°

t^o	p	T	η	t^o	p	T	η
0°.08	46.54	897″.0	0.00003490	15°.84	46.14	589″.3	0.00002269
0°	46.56	896″.8	3491	15°.96	46.69	580″.5	2262
0°.04	46.44	896″.0	3478	16°.00	46.94	577″.1	2261
0°.04			medio η = 0.00003486	15°.93			medio η = 0.00002264

Donde si calcola fra 0° e 16°

$$\eta'_t = \frac{0.03422}{1+0.03226t}.$$

Soluzione n° 5 - HNO^3 66,6 % P. s. = 1,405 a 15°

t^o	p	T	η	t^o	p	T	η
0°	46.73	908″.0	0.00003547	16°.43	46.73	578″.2	0.00002255
0°	46.68	909″.7	3549	16°.44	46.73	580″.0	2262
0°	46.38	912″.0	3536	16°.44	46.73	577″.0	2250
0°			medio η = 0.00003544	16°.44			medio η = 0.00002256

Donde si calcola fra 0° e 17°

$$\eta'_t = \frac{0.03475}{1+0.03473t}.$$

Soluzione n° **6** - HNO^3 64,3 % P. s. = 1,416 a 0°

t^o	p	T	η	t^o	p	T	η
0°	50.57	858″.2	0.00003628	16°.31	51.30	552″.1	0.00002363
0°	50.67	856″.7	3629	16°.37	51.35	549″.4	2354
0°	50.87	855″.0	3636	16°.45	51.32	549″.2	2352
0°	medio $\eta = 0.00003631$			16°.37	medio $\eta = 0.00002356$		

Donde si calcola fra 0° e 16°.5

$$\eta'_t = \frac{0.03560}{1 + 0.03305\,t}\,.$$

Soluzione n° **7** - HNO^3 61,56 %

t^o	p	T	η	t^o	p	T	η
0°	51.39	821″.0	0.00003527	18°.28	51.64	511″.8	0.00002204
0°	51.41	821″.6	3531	18°.30	51.74	511″.0	2205
0°	51.39	821″.0	3527	18°.40	51.64	510″.0	2196
0°	medio $\eta = 0.00003528$			18°.33	medio $\eta = 0.00002202$		

Donde si calcola fra 0° e 18°

$$\eta'_t = \frac{0.03459}{1 + 0.03285\,t}\,.$$

Soluzione n° 8 - HNO^3 58,1 % P. s. = 1,365 a 15°

t^0	p	T	η	t^0	p	T	η
0°	46.36	867″.4	0.00003361	17°.86	46.16	548″.4	0.00002103
0°	46.56	863″.2	3360	17°.88	46.46	544″.0	2108
0°.03	46.54	862″.6	3356	17°.88	46.66	541″.0	2105
0° 01			medio η = 0.00003359	17°.88			medio η = 0.00002105

Donde si calcola fra 0° e 18°

$$\eta'_t = \frac{0.03295}{1 + 0.03335\,t}\,.$$

Soluzione n° 9 - HNO^3 53,9 % P. s. = 1,358 a 0°

t^0	p	T	η	t	p	T	η
0°.03	46.50	771″.5	0.00002998	16°.57	46.55	536″.3	0.00002083
0°	46.25	776″.3	3001	16°.60	46.30	538″.7	2081
0°	46.55	772″.9	3007	16°.60	46.25	539″.0	2080
0°.01			medio η = 0.00003002	16°.59			medio η = 0.00002081

Donde si calcola fra 0° e 17°

$$\eta'_t = \frac{0.02945}{1 + 0.02668\,t}\,.$$

Per mezzo delle formole di interpolazione sopra indicate si possono calcolare i valori di η' per le dette soluzioni di acido nitrico alla temperatura di 10°. Nella seguente tabella si trovano raccolti questi valori e quelli per la temperatura di 0°.

HNO^3	η'	
%	0°	a 10°
100,0	0,02275	0,01770
72,85	0,03276	0,02456
71,24	0,03288	0,02465
67,82	0,03422	0,02579
66,6	0,03475	0,02584
64,3	0,03560	0,02676
61,56	0,03459	0,02604
58,1	0,03295	0,02470
53,87	0,02945	0,02324
0	0,01775	0,01309

Si vede adunque come anche le soluzioni di acido nitrico presentano un massimo nel coefficiente d'attrito, il quale non corrisponde alla stessa composizione centesimale alle diverse temperature. Costruendo graficamente i valori sopraindicati e quelli ottenuti dal Graham, dalle curve che si ottengono, si deduce che mentre alla temperatura di 20° il detto massimo corrisponde alla soluzione contenente 69,6 % di acido nitrico, a 10° corrisponde alla composizione 64,4 %, a 0° alla composizione 63,4 %.

Si vede quindi che anche per le soluzioni di acido nitrico, come per quelle degli alcoli, la ricchezza centesimale in HNO^3 della soluzione alla quale corrisponde il massimo del coefficiente di attrito, aumenta col crescere della temperatura, per cui si può dedurre che ad una data temperatura, non si avrà più un massimo, ma il coefficiente di attrito di tali soluzioni andrà aumentando in modo continuo col crescere della quantità di acido in esse contenuto.

Il diverso comportamento delle soluzioni di acido nitrico e di acido acetico si può spiegare con ciò che la composizione delle soluzioni del primo acido sia meno stabile alle varie temperature che quelle del secondo, che tendano a formarsi nelle prime delle nuove combinazioni. Diffatti si sa che la luce decompone l'acido nitrico, dando luogo alla formazione di perossido di azoto ed ossigeno, mentre l'acido si colora in rosso, e che soltanto le soluzioni di acido nitrico di densità uguale od inferiore ad 1,30 non si colorano alla luce. Ora le soluzioni da noi studiate, hanno tutte una densità superiore alla detta. La produzione poi di sostanze gassose ha anche per effetto di aumentare il coefficiente di attrito dei liquidi (*), quindi si comprende come il massimo di quel coefficiente corrisponda a soluzioni, che contengono sempre più acido col crescere della temperatura.

Laboratorio di Fisica del R. Istituto Tecnico di Torino,
Dicembre, 1886.

(*) Pagliani e Battelli, *Sull'attrito interno nei liquidi*, Nota seconda, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, Vol. XX.

Ricerche sopra le proprietà di alcuni composti ammoniacali del platino; Memoria del Socio A. Cossa

I.

Cloroplatinato di platosodiammina e cloroplatinito di platinodiammina.

In una breve notizia preliminare, comunicata all'Accademia dei Lincei il 3 maggio 1885 (1), ho accennato che lo studio della memoria di Quintino Sella sulle forme cristalline di alcuni sali del platino, che ho dovuto intraprendere per redigere la commemorazione sui lavori scientifici dell'illustre cristallografo italiano, mi ha suggerito l'idea di accingermi a nuove ricerche sulle proprietà di alcuni dei derivati ammoniacali del platino. Incomincio la pubblicazione delle ricerche eseguite con questa nota, la quale comprende i risultati relativi ai prodotti che si ottengono quando si fa agire il tetracloruro di platino sul cloruro di platosodiammina.

Da principio fui obbligato ad impiegare molte cure nel purificare il platino che doveva servire come materia prima nelle mie indagini, giacchè il platino delle capsule, dei crogiuoli ecc. usati nei laboratorii di chimica contiene, oltre ad iridio, quantità relativamente grandi di rame e di ferro, la cui eliminazione completa riesce non difficile, ma richiede molto tempo. In seguito ho potuto avere del platino sufficientemente puro dalla fabbrica di prodotti chimici della Ditta Kahlbaum in Berlino. Ho l'obbligo di ricordare che il Ministero della Pubblica Istruzione, ed il Direttore del R. Museo Industriale Italiano di Torino, agevolarono i miei studi fornendomi con assegni straordinari i mezzi per acquistare un mezzo chilogrammo di platino.

(1) Rendiconti. Serie IV, Vol. 1°, pag. 318.

In questa nota e nelle successive, adopererò per i derivati ammoniacali del platino, la nomenclatura adottata da Cleve (1), il quale è senza dubbio il chimico che ha più diffusamente e profondamente trattato di questo capitolo assai interessante della chimica generale.

I. Reiset nelle sue ricerche sopra le basi platiniche-ammoniacali (2), ha affermato che quando si aggiunge ad una soluzione di cloruro di platosodiammina un eccesso di tetracloruro platinico, si depone una materia rossa, pesante, cristallina, costituita da cloroplatinato di platosodiammina $Pt\,(NH_3)_4\,Cl_2$, $Pt\,Cl_4$. Invece, sempre secondo lo stesso autore, quando il cloruro di platosodiammina è in quantità eccedente rispetto a quella del cloruro platinico, si forma una materia verde egualmente formata da un cloroplatinato, ma contenente due molecole di cloruro di platosodiammina $(Pt\,(NH_3)_4\,Cl_2)_2$, $Pt\,Cl_4$.

P. T. Cleve (3) ha dimostrato in modo evidente che la materia verde ottenuta da Reiset è costituita da sale verde del Magnus (cloroplatinito di platosodiammina) mescolato probabilmente a cloruro di platinodiammina (cloruro del Gros). Provò inoltre che il sale rosso non è costituito da cloroplatinato di platosodiammina, ma bensì dal suo isomero, il cloroplatinito di platinodiammina $[Pt\,Cl_2\,(NH_3)_4\,Cl_2,\,Pt\,Cl_2]$, basandosi sulla possibilità di ottenere il sale rosso del Reiset direttamente per sintesi, combinando il cloruro di platinodiammina (cloruro del Gros) col cloruro platinoso o con un cloroplatinito alcalino; e sul fatto che il sale rosso del Reiset trattato col nitrato d'argento, dà origine a cloroplatinito d'argento ed al clorodinitrato del Raewsky.

Secondo Cleve poi il cloroplatinato di platosodiammina non può esistere perchè il cloruro platinico si scompone convertendo il sale di platosodiammina nel corrispondente sale di platinodiammina.

II. Le asserzioni di Cleve sono esattissime per quanto esse si riferiscono alla costituzione dei due sali descritti da Reiset; ma studiando accuratamente le reazioni che avvengono tra il

(1) *On ammoniacal Platinum Bases.* Mem. della R. Acc. delle Scienze di Svezia, 1871, Vol. X.

(2) *Ann. de Chim. et de Phys.* 3e Serie Vol. IX (1844), pag. 417.

(3) *Nova Acta Soc. Scient. Upsaliensis.* Serie 3a Vol. VI, mem. Va, pagina 27 (1866).

tetracloruro platinico od il cloroplatinato sodico ed il cloruro di platosodiammina, mi sono convinto della possibilità di ottenere un vero cloroplatinato di platosodiammina. Questa possibilità è sfuggita a chi mi ha preceduto in queste ricerche forse perchè si sono considerati *solamente* i fenomeni che avvengono quando si fanno tra loro reagire le soluzioni *calde* dei due sali ora nominati.

Dalle numerose esperienze che ho eseguito, risulta che quando si aggiunge *alla temperatura ordinaria* una soluzione, per quanto è possibile neutra, di tetracloruro di platino o meglio di cloroplatinato sodico ad una soluzione di cloruro di platosodiammina (cloruro della prima base, del Reiset), si forma sempre un corpo insolubile di colore giallo, amorfo, avente la composizione e le proprietà del cloroplatinato di platosodiammina. Questo corpo in tempo più o meno lungo alla temperatura ordinaria, immediatamente a quella dell'ebollizione, si cangia:

a) In cloroplatinito di platinodiammina (cloroplatinito di Cleve), quando i due corpi reagenti, cloruro platinico e cloruro della prima base del Reiset, sono impiegati in quantità equimolecolari, oppure predomina il cloruro platinico.

b) In sale verde del Magnus e cloruro di platinodiammina (cloruro del Gros), allorchè delle due sostanze impiegate predomina in quantità il cloruro di platosodiammina.

La formazione del cloroplatinato di platosodiammina è subordinata soltanto alla temperatura e non dipende affatto dalle quantità reciproche delle materie prime adoperate, e nemmeno dal grado di concentrazione delle loro soluzioni acquose. A conferma di quanto asserisco, trascrivo i dati numerici delle mie esperienze, le quali si possono dividere in due gruppi; cioè in quelle eseguite alla temperatura ordinaria (*A*), coll'intento di produrre il cloroplatinato di platosodiammina, ed in quelle fatte a temperature relativamente alte (*B*).

A.

Esperienze con quantità equimolecolari (1).

Esper. 1ª — Grammi 14,25 di cloroplatinato sodico		Sciolti
» 8,77 di cloruro del Reiset		in 500 cm³. di acqua
» 2ª — Grammi 5,86 di cloroplatinato sodico		in
» 3,60 di cloruro del Reiset		50 cm³. di acqua
» 3ª — Grammi 13,90 tetracloruro di platino		in
» 14,46 di cloruro del Reiset		100 cm³. di acqua

Esperienze con numero diseguale di molecole.

Esper. 4ª — Grammi 1,42 (2 mol.) di cloroplatinato sodico		in
» 0,43 (1 mol.) di cloruro di Reiset		40 cm³. di acqua
» 5ª — Grammi 7,10 (10 mol.) di cloroplatinato sodico		in
» 0,43 (1 mol.) di cloruro di Reiset		20 cm³. di acqua
» 6ª — Grammi 1,42 (1 mol.) di cloroplatinato sodico		in
» 8,77 (10 mol.) di cloruro di Reiset		50 cm³. di acqua
» 7ª — Grammi 6,95 (10 mol.) di tetracloruro di platino		in
» 0,72 (1 mol.) di cloruro di Reiset		100 cm³. di acqua
» 8ª — Grammi 0,69 (1 mol.) di tetracloruro di platino		in
» 7,23 (10 mol.) di cloruro di Reiset		100 cm³. di acqua

In tutte queste esperienze, eseguite a temperature comprese tra 15° e 20° gradi, si ottenne come primo prodotto il corpo

(1) I pesi molecolari del cloroplatinato sodico ($Na_2 Pt Cl_6$, $6 aq$), del cloruro della 1ª base del Reiset ($Pt (NH_3)_4 Cl_2$, aq), del tetracloruro di platino ($Pt Cl_4$) stanno tra loro come i numeri: 570,28; 351,04 e 335,78.

$Pt = 194,30$; $0 = 15,96$.

giallo amorfo, che per i motivi che addurrò in seguito ritengo formato da cloroplatinato di platosodiammina. Nelle prime cinque esperienze e nella settima, questo corpo, dopo un tempo vario alla temperatura ordinaria, si è cangiato nel cloroplatinito di platinodiammina (cloroplatinito di Cleve). Nelle esperienze 6ª ed 8ª, si è trasformato in un miscuglio di sale verde del Magnus, e di cloruro della base del Gros, che si poterono separare quasi completamente approfittando dell'insolubilità del primo di questi due corpi nell'acqua bollente.

Se il rapporto differente nel quale furono impiegati i corpi reagenti non ha influito sul prodotto immediato della reazione, esso però ha esercitato una influenza sui limiti di tempo entro i quali il cloroplatinato della prima base del Reiset si conserva senza trasformarsi nel cloroplatinito della base del Gros. Il cloroplatinato ottenuto nelle prime tre esperienze si conservò inalterato per un tempo più lungo di quello osservato nelle esperienze nelle quali eccedevano in quantità il tetracloruro di platino od il cloroplatinato sodico.

B.

Esperienza 9ª. — Mescolando due soluzioni riscaldate a 94° gradi, e contenenti rispettivamente in 60 cm³ d'acqua molecole eguali di tetracloruro di platino (grammi 2,07) e di cloruro del Reiset (grammi 2,167) non si forma immediatamente alcun precipitato; la soluzione coloritasi in rosso carico, raffreddandosi depone il cloroplatinito di Cleve in cristalli distinti (1).

Esperienza 10ª. — Due soluzioni riscaldate a 95° e contenenti l'una in 60 cm³ d'acqua grammi 4,14 (1 mol.) di tetracloruro di platino, e l'altra in 120 cm³ d'acqua grammi 8,67 (2 mol.) di cloruro di Reiset, producono appena mescolate un

(1) Questi cristalli esaminati col microscopio polarizzante sono costituiti da prismi monoclini. Essi presentano un dicroismo marcato; il raggio che vibra parallelamente all'asse del prisma è colorato in rosso, e apparisce colorito in giallo aranciato quello che vibra in una direzione normale alla precedente.

precipitato di colore verdastro, il quale esaminato al microscopio risulta composto di cristalli verdi di sale verde del Magnus, e di una polvere cristallina costituita da cloruro di Gros.

Esperienze 11ª e 12ª. — In ambedue queste esperienze, nelle quali si mescolarono due soluzioni riscaldate a 60° gradi e contenenti, in 60 cm³ di acqua, molecole eguali di tetracloruro di platino (grammi 4,14) e di cloruro di Reiset (gr. 4,32), si ottenne il precipitato giallo di cloroplatinato di platosodiammina, il quale mantenuto per dieci minuti alla temperatura di 70 gradi si trasformò integralmente nel cloroplatinito rosso di Cleve.

Esperienza 13ª. — Mescolando due soluzioni riscaldate all'ebollizione e contenenti, come nelle esperienze precedenti, molecole eguali dei due sali, ma in grado diverso di concentrazione, cioè grammi 4,14 di tetracloruro di platino in 200 cm³ di acqua e grammi 4,32 di sale del Reiset in 80 cm³ di acqua, non si ottenne immediatamente il sale giallo: ma il cloroplatinito di Cleve, depostosi per il raffreddamento, era in cristalli molto più distinti di quelli formatisi nell'esperienza 9ª.

Esperienza 14ª. — Versando l'una nell'altra due soluzioni bollenti, che contenevano, l'una grammi 4,14 di tetracloruro di platino (1 mol.) in 100 cm³ di acqua, l'altra grammi 8,67 (2 mol.) di cloruro del Reiset in 350 cm³ di acqua, dopo qualche tempo si depone prima il sale verde del Magnus in cristallini prismatici di un colore verde cupo fortemente dicroici, e poscia una polvere bianco giallognola formata da cristalli piccolissimi dimetrici di cloruro del Gros, la di cui composizione fu comprovata determinando le quantità di platino e di cloro.

Queste esperienze provano quanto ho affermato nel principio di questo paragrafo. Dalle esperienze 10ª e 11ª risulterebbe inoltre che il limite massimo di temperatura alla quale può ancora ottenersi il cloroplatinato di platosodiammina si trova verso i 60° gradi.

III. Il cloroplatinato di platosodiammina che servì per trovarne la composizione centesimale, fu ottenuto facendo reagire soluzioni acquose diluite raffreddate a 0° gradi e contenenti molecole eguali di cloroplatinato sodico e di cloruro di platosodiammina. Il precipitato fioccoso giallo fu immediatamente raccolto su di un filtro e lavato completamente per aspirazione con acqua raffreddata, ed essiccato nel vuoto sull'acido solforico.

Il precipitato secco esaminato al microscopio non presentava alcuna traccia di trasformazione.

Grammi 1,1487 fornirono grammi 0,6660 di platino.

Grammi 0,230 diedero col metodo di Volhardt gram. 0,0725 di cloro.

Dalla combustione di grammi 0,2542, si ebbe un volume di azoto corrispondente a grammi 0,0216.

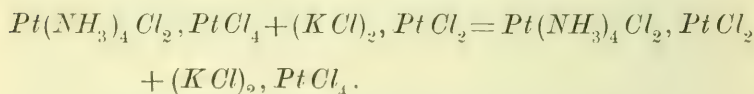
Pertanto in cento parti in peso:

		Composizione teorica
		$Pt(NH_3)_4Cl_2, PtCl_4$.
Pt	57,97	58,09
Cl	31,57	31,72
N	8,49	8,37.

IV. È evidente che il cloroplatinato di platosodiammina ha teoricamente una composizione centesimale eguale a quella del cloroplatinito di platinodiammina. Pertanto la sola analisi chimica non fornisce alcun criterio per stabilire la sua struttura molecolare: giacchè rimane sempre il dubbio che il corpo amorfo giallo che ottiensi a bassa temperatura, possa essere un *isomero fisico* del sale rosso cristallino che si ottiene direttamente a temperature superiori ai 60° gradi, o nel quale esso si trasforma spontaneamente a poco a poco anche alla temperatura ordinaria. Per asserire sicuramente che il corpo giallo da me ottenuto, è realmente un cloroplatinato della prima base del Reiset, è necessario ricorrere a qualche reazione che dimostri nel corpo in questione la presenza del tetracloruro di platino e del cloruro di platosodiammina. Per risolvere il quesito proposto è chiaro che non si può trar partito dell'azione che il permanganato potassico deve esercitare sul corpo giallo sospeso nell'acqua leggermente acidulata con acido cloridrico, perchè la quantità di permanganato potassico scolorita da un dato peso del corpo giallo è eguale in ambedue le ipotesi possibili sulla sua struttura molecolare. Invero la quantità di cloro che si richiede per convertire una molecola di cloroplatinato di platosodiammina nel sale corrispondente di platinodiammina, è precisamente eguale a quella necessaria per trasformare in cloroplatinato una molecola di cloroplatinito di platinodiammina. Si aggiunga a ciò che l'azione del permanganato potassico sopra il corpo giallo sospeso e non disciolto

nell'acqua acida, non è completa alla temperatura ordinaria e si compie solamente a temperature alle quali il sale giallo si trasforma nel cloroplatinito di Cleve.

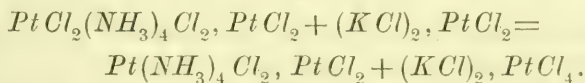
Si trova invece, a mio parere, una soluzione facile ed elegante del problema proposto studiando come si comporta il sale giallo quando lo si lascia in contatto con una soluzione di cloroplatinito potassico. Se il sale giallo è realmente un cloroplatinato di platosodiammina dovrebbe per l'azione del cloroplatinito potassico dare origine, per doppia decomposizione, a cloroplatinito di platosodiammina (sale verde del Magnus) ed a cloroplatinato potassico.

$$Pt(NH_3)_4Cl_2, PtCl_4 + (KCl)_2, PtCl_2 = Pt(NH_3)_4Cl_2, PtCl_2 + (KCl)_2, PtCl_4 .$$

L'esperienza ha confermato questa previsione. Mescolai due soluzioni raffreddate a 0° gradi e contenenti l'una grammi 2,85 (una molecola) di cloroplatinato sodico cristallizzato e l'altra grammi 1,90 (poco più di una molecola) di cloruro della prima base di Reiset cristallizzato. Il deposito giallo amorfo fu subito raccolto su di un filtro e quindi lavato con acqua fredda fino ad eliminazione totale del cloruro sodico. Il precipitato fu quindi versato in una capsula ed agitato continuamente con una soluzione acquosa fredda di grammi 2,07 di cloroplatinito potassico. Immediatamente il precipitato cominciò a colorirsi in verde e dopo mezz'ora la trasformazione era completa. Aggiunsi nuova acqua e riscaldai all'ebollizione per sciogliere il cloroplatinato potassico. La materia verde raccolta su di un filtro, lavata completamente ed essiccata, pesava grammi 2,86; essa era omogenea, ed esaminata al microscopio, presentava la forma ed il dicroismo caratteristico del sale verde del Magnus (1); colla calcinazione lasciava un residuo di platino puro corrispondente a 64,86 per cento. Il liquido filtrato, evaporato a secchezza, lasciò un residuo che pe-

(1) Il sale verde del Magnus si presenta colla forma di minuti prismi rettangolari colorati in verde cupo quando l'asse maggiore del prisma coincide colla sezione principale del Nicol, e quasi incolori in una posizione normale alla precedente.

sava grammi 2,40 e che esaminato al microscopio, risultò composto di ottaedri isotropi di cloroplatinato potassico: colla calcinazione (in un miscuglio di carbonato di sodio e d'acido ossalico) questi cristalli lasciavano un residuo, che lisciviato fornì una quantità di platino puro corrispondente a 39,53 per cento. La determinazione approssimativa dei prodotti ottenuti in questa reazione conferma che essa avviene nettamente nel modo indicato nella equazione suesposta: infatti teoricamente con grammi 1,75 di cloruro di Reiset: 2,85 di cloroplatinato sodico e 2,07 di cloroplatinito potassico si avrebbero dovuto ottenere grammi 2,99 di sale verde del Magnus e grammi 2,42 di cloroplatinato potassico.

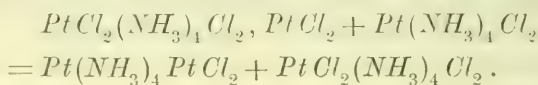
Non ritengo che si possa ragionevolmente obbiettare alla interpretazione da me proposta per spiegare i risultati ottenuti, che eguali risultati si potrebbero avere da quest'altra reazione:

$$PtCl_2(NH_3)_4Cl_2, PtCl_2 + (KCl)_2, PtCl_2 = Pt(NH_3)_4Cl_2, PtCl_2 + (KCl)_2, PtCl_4.$$

In primo luogo non è logico l'ammettere che il cloroplatinito di platinodiammina, il quale si forma appunto per la riduzione del cloruro platinico o del cloroplatinato di sodio, possa facilmente perdere metà del proprio cloro per trasformare in cloroplatinato il cloroplatinito potassico. D'altra parte l'esperienza mi ha dimostrato che alla temperatura ordinaria il cloroplatinito rosso di Cleve rimane inalterato in presenza di una soluzione di cloroplatinito potassico, mentre a quella temperatura la trasformazione del cloroplatinato giallo si compie in un tempo brevissimo. È solamente quando si tiene per molto tempo alla temperatura dell'ebollizione il cloroplatinito rosso di Cleve, in contatto con una soluzione di cloroplatinito potassico che può avvenire la declorurazione parziale del sale di platinodiammina con formazione di piccole quantità di sale verde del Magnus e di cloroplatinato potassico.

Si può pure argomentare che il sale giallo da me ottenuto non è un isomero fisico del cloroplatinito di Cleve dal fatto che quando si aggiunge una soluzione di cloroplatinito potassico ad una soluzione *fredda* di cloruro di platinodiammina si ottiene sempre immediatamente il sale rosso di Cleve.

V. Le mie esperienze accennate nel paragrafo II, confermano la giusta previsione di Cleve, che allorquando si fa reagire il cloruro platinico con un eccesso di cloruro di Reiset al sale verde del Magnus, trovasi associato il cloruro di platinodiammina.

Credo che si possa rettamente interpretare la formazione di questi due corpi, ammettendo che il cloroplatinito di Cleve, prodottosi direttamente alla temperatura dell'ebollizione, o per successiva trasformazione del cloroplatinato giallo, prima si scinda in cloruro della base di Gros e cloruro platinoso, e poi il cloruro platinoso si combini col sale del Reiset in eccesso per formare il sale verde del Magnus; in modo che la reazione finale può essere rappresentata dalla equazione seguente:

$$PtCl_2(NH_3)_4Cl_2, PtCl_2 + Pt(NH_3)_4Cl_2$$
$$= Pt(NH_3)_4PtCl_2 + PtCl_2(NH_3)_4Cl_2 .$$

La determinazione approssimativa della quantità dei prodotti ottenuti nelle esperienze nelle quali si è cercato di separarli e di raccoglierli il più completamente che fu possibile, concordano sufficientemente colle quantità calcolate in base alla formola suesposta.

	SALE DEL MAGNUS		CLORURO DEL GROS	
	Quantità		Quantità	
	trovata	calcolata	trovata	calcolata
Esperienza 10ª	3,72	3,68	2,07	2,16
» 14ª	7,21	7,36	4,45	4,32

Si hanno risultati eguali facendo agire direttamente il cloroplatinito di Cleve col cloruro di Reiset. Due grammi di cloroplatinito di platinodiammina preparato per l'azione del cloroplatinito potassico sul cloronitrato del Gros, fatti bollire con una soluzione di grammi 1,50 di cloruro del Reiset, fornirono grammi 1,67 di sale verde del Magnus, quantità che differisce appena di un decigrammo da quella indicata dalla teoria.

VI. Nel paragrafo precedente per spiegare la reazione che si manifesta tra il cloroplatinito di Cleve ed il cloruro della prima base del Reiset, ammisi che il primo di questi due corpi si scompone nei due cloruri che lo compongono. L'esperienza giustifica questa ipotesi; basta infatti sottoporre per breve tempo il cloroplatinito di Cleve alla temperatura dell'ebollizione in presenza di acqua leggermente inacidita con acido cloridrico, perchè la scomposizione accennata sia completa. Il sale rosso si scolora trasformandosi in una polvere bianco giallognola cristallina che ha la composizione e tutte le proprietà caratteristiche del cloruro di Gros. Il liquido invece si colora in rosso bruno, e convenientemente concentrato dopo l'aggiunta di cloruro potassico, fornisce del cloroplatinito di potassio puro. Questa scomposizione non è molto probabilmente accompagnata da formazione di altri prodotti, come risulta dalla determinazione approssimativa della quantità di cloruro di Gros che si può ottenere per l'azione dell'acqua bollente da un dato peso di cloroplatinito di Cleve.

Due grammi di cloroplatinito di Cleve ottenuto per l'azione del tetracloruro di platino sul sale verde del Magnus, scomposto per l'azione dell'acqua bollente inacidita leggermente con acido cloridrico, fornì grammi 1,14 di cloruro di Gros, mentre la teoria ne indicherebbe grammi 1,20.

Due grammi di sale della prima base del Reiset cristallizzato, tenuti per mezz'ora alla temperatura dell'ebollizione con una soluzione acquosa contenente grammi 3,30 di cloroplatinato sodico, fornirono grammi 2,25 cioè il 97,8 per cento della quantità teorica di cloruro di Gros. Da questa seconda esperienza risulta ancora che quando si vuole preparare il cloroplatinito di Cleve, partendo da quantità equimolecolari di cloruro di Reiset e di tetracloruro di platino, non bisogna prolungare di troppo l'ebollizione, onde impedire la scomposizione del prodotto che si vuole ottenere.

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. A questa dispensa va unita la Tav. I relativa alla Memoria: *Ricerche intorno alle specie italiane del Genere* Gordius, del Dott. L. Camerano, inserita nella disp. 2ª (1886-87).

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Gennaio 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, LESSONA, BRUNO, BERRUTI, BASSO, D'OVIDIO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, MOSSO, SPEZIA.

Fra le opere pervenute in dono all'Accademia vengono avvertiti i numeri 15, 16, 17 e 18 del *Bollettino dei Musei di Zoologia ed Anatomia comparata della Regia Università di Torino.*

Il socio BIZZOZERO, condeputato col Socio MOSSO, legge una sua Relazione sopra un lavoro del Dottor Alfonso CATTANEO « *Sugli organi nervosi terminali muscolo-tendinei in condizioni normali e sul loro modo di comportarsi in seguito al taglio delle radici nervose e dei nervi spinali* »; che viene in seguito approvato dalla Classe per l'inserzione ne' volumi delle *Memorie.*

LETTURE

RELAZIONE sul lavoro del Dott. ALFONSO CATTANEO: *Sugli organi terminali nervosi muscolo-tendinei in condizioni normali e sulle loro alterazioni in seguito al taglio delle radici nervose e dei nervi spinali.*

La presente Memoria si può considerare come un complemento di quella pubblicata nei nostri volumi, in cui il professore Golgi dava conto della sua scoperta di nuovi organi nervosi nel corpo dell'uomo e dei mammiferi superiori, ai quali dava nome, pei loro rapporti anatomici, di organi muscolo-tendinei.

Il lavoro che ci sta dinanzi è diviso in due parti.

Nella 1ª, dopo un cenno storico ed un'esposizione dei metodi di indagine, descrive gli organi muscolo-tendinei normali, la loro forma, i rapporti colle lamine tendinee e coi muscoli, la loro struttura ed il rivestimento endoteliale di cui sono forniti, il modo di terminazione delle loro fibre nervose, la circolazione sanguigna; ed accenna all'accidentale ma non infrequente loro rapporto con le clave od i corpuscoli pacinici e coi fusi muscolari di Kühne.

Nella 2ª dimostra sperimentalmente che la loro terminazione nervosa è in relazione colle radici sensitive del midollo spinale e non con quelle motrici; e descrive le loro alterazioni in seguito al taglio dei nervi spinali.

L'autore ha istituito le sue ricerche nel Laboratorio del nostro S. C. Prof. Golgi. Ciò è sufficiente malleveria della loro serietà; i risultati ottenuti sono importanti, e quindi noi non dubitiamo di proporre la lettura di questa Memoria nella presente seduta.

A. Mosso.
Bizzozero, *Relatore.*

Il Direttore della Classe
Alfonso Cossa.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXII, DISP. 7ª, 1886-87

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 6 Febbraio 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. ANGELO GENOCCHI
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Sobrero, Lessona, Salvadori, Bruno, Berruti, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia, Gibelli.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, il Presidente ricorda con parole di vivo rammarico la inattesa morte del Socio Curioni. Incarica quindi il Socio Berruti di redigere il discorso commemorativo.

Tra i libri presentati in dono vengono segnalati: 1° il volume II dei « *Mélanges mathématiques* » del Socio Corrispondente E. Catalan; 2° due Memorie del Socio Corrispondente Prof. Augusto Righi, delle quali una è intitolata: « *Studi sulla polarizzazione rotatoria magnetica* », e l'altra: « *Sui fenomeni che si producono colla sovrapposizione di due reticoli e sopra alcune loro applicazioni* ».

Viene letta una lettera della Presidenza dell'Accademia di Scienze ed Arti di Agram, la quale annunzia la commemorazione che colà avrà luogo il 14 del mese corrente del centenario della morte di Ruggero Boscovich.

Le letture si succedono nell'ordine seguente:

Illustrazione della Cyphella endophila Cesati del Dott. Oreste Mattirolo, presentata dal Socio Prof. Gibelli.

« *Nuovi risultati sulle rigate algebriche di genere qualunque* », del Dott. Corrado Segre, presentati dal Socio Prof. D'Ovidio.

« *Sui Molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria;* Monografia delle *Mitridi* » 2ª parte, del Socio Prof. Bellardi.

Questo lavoro, che fa seguito ad altro dello stesso autore già prima d'ora pubblicato, viene dalla Classe approvato per l'inserzione nei volumi delle *Memorie*.

Vengono pure presentati per la consueta pubblicazione nel *Bollettino* annesso agli *Atti*, i seguenti lavori dell'Osservatorio astronomico di Torino, eseguiti dal Professore Angelo Charrier:

1. *Osservazioni meteorologiche fatte nel* 2° *semestre dell'anno* 1886;
2. *Riassunti mensili:*
3. *Diagramma di dette osservazioni per ogni mese;*
4. *Riassunto annuale.*

LETTURE

Illustrazione della Cyphella endophila Cesati;

del Dott. ORESTE MATTIROLO

Nell'anno 1881, dal compianto Professore Vincenzo Cesati, ricevevo un interessante fungillo da lui raccolto in Napoli sui fusti fracidi di *Phytolacca dioica* Lin., e mi impegnavo a studiarne l'intima struttura a complemento e rettifica della primitiva descrizione datane circa il 1865 dall'illustre autore al n. 1513 della Collezione Rabenhorst « Fungi Europaei ».

Oggi, dopo sei anni, adempio finalmente all'obbligo contratto, e con animo riverente dedico alla memoria del compianto botanico l'illustrazione della sua *Cyphella endophila*, nella speranza che il mio qualunque lavoro possa avere qualche interesse pel micologo, e servire a far meglio conoscere i confini di un interessante genere di Funghi, di diagnosi difficile per la piccola dimensione delle specie che lo compongono.

Il genere *Cyphella* di cui i membri erano anticamente confusi sotto generi diversi, venne riconosciuto e stabilito da Elia Fries (1) nel 1823 e da lui posto nell'ordine dei *cupulati* in seguito alle *Pezizae*, fra le *Stictis* e le *Soleniæ*. Nelle opere posteriori lo stesso autore ritolse questo genere dal gruppo delle *Pezizae* per porlo prima fra i *Funghi Tremellinei* (2) e per classificarlo poi definitivamente, riconosciutone il modo di sporificazione, fra gli *Hymenomycetes Thelephorei* (3), coi quali concordano tanto i caratteri morfologici quanto la maniera di svi-

(1) E. FRIES, *Systema Mycologicum*, vol. II, 1823. Lund., pag. 29 e 201.
(2) E. FRIES, *Systema orbis vegetabilis* (cit).
(3) E. FRIES, *Epicrisis systematis mycologici*. Upsal, 1836-38, pag. 566.
— *Hymenomycetes Europaei*. Upsal, 1874, pag. 661.

luppo; posizione già riconosciuta naturale da Léveillé (1) (1841) e conservata ancora dai moderni classificatori (2).

Il Léveillé particolarmente appoggiandosi a che le specie piccole del genere *Cantharellus Adans.* (*C. muscigenus* Bull. - *C. bryophilus* - *C. retirugus* Bull.) presentano nella consistenza, nella struttura, nella stessa disposizione delle spore, molte analogie colle Cyphelle, vorrebbe che queste ultime fossero avvicinate al genere *Cantharellus* (3), dal quale soltanto essenzialmente differiscono per le lamine e le pieghe imeniali. La sola presenza di queste è già, a mio avviso, sufficiente carattere per determinare una separazione netta tra questi due generi (4) e per mantenere le Cyphelle ad imenio levigato in vicinanza ai *Corticium* ed alle *Thelephoræ* coi quali pure esse presentano comuni importantissimi caratteri e numerose forme di passaggio.

La *Cyphella endophila* Cesati, quale si incontra nel Napolitano particolarmente sul tessuto corticale dei rami morti e già fracidi della *Phytolacca dioica* Lin. è rappresentata da un fungillo gregario; da una associazione cioè di un numero indeterminato di minutissimi individui disposti in serie più o meno regolarmente (V. Tav. fig. 1).

Ciascuno di questi individui, tra i quali i meglio sviluppati, i giganti della specie, non sorpassano la lunghezza di 1 millimetro (5) forma un tutto separato, un apparato fruttifero, completo, proveniente dal micelio (6) continuo, bissoide, feltrato (fra-

---

(1) Léveillé, *Espèces nouvelles de Champignons.* Ann. Scien. Nat., serie II, tomo XVI, 1841, pag. 239.

(2) G. Winther. Rabenhorst, *Kryptogamen-Flora*, *Die Pilze*, 1 Abth., pag. 322.

(3) La parentela tra il genere *Cyphella* ed il genere *Cantharellus* è già d'altronde anche espressa dal Fries nel 1823 (*System. Mycol.*, vol. II, p. 201) « *Genus a forma τω χηφαλη dictum a Pezizis veris certe diversissimum et ad Pileatos speciatim Cantharellos accedit, praecipue singulare cupula cernua unde in hymenio semi-infero mox sporidia Pileatorum more secedunt* ».

(4) L'uno dei quali *(Cantharellus)* ad *imenio infero* in tutte le specie, l'altro ad *imenio supero (Cyphella)*, che diventa *infero* in certi casi, solo perchè il corpo fruttifero, sviluppandosi, si fa pendulo.

(5) Per quanto mi fu dato conoscere dalle descrizioni nei Manuali di Micologia, poche *Cyphelle* hanno dimensioni uguali a quelle della *C. endophila* Ces. Le *Cyphelle: nivea* Fuckel, *abieticola* Karst., *filicina* Karst., *solenoides* Karst., se hanno press'a poco uguali dimensioni alla nostra, ne differiscono poi per molti altri riguardi.

(6) Il micelio ha circa 3 microm. di diametro.

gile se secco), di color ferrugineo, che si espande e vive sopra i predetti rami di Phytolacca.

Sviluppo dei ricettacoli fruttiferi. — I corpi fruttiferi della *Cyphella endophila* Ces. si svolgono dal micelio (almeno per quanto mi fu dato osservare non avendo potuto far delle colture) come si svolgono in generale i funghi a basidii.

Nelle ricerche fatte sopra disparati esemplari (1), nè i filamenti micelici, nè i giovanissimi stadii iniziali rappresentati da glomeruli, di ife strettamente intrecciate lasciavano scoprire traccia alcuna di apparato sessuale o di qualsiasi altra disposizione relativa ad un atto sessuale presumibile.

I glomeruli dapprincipio non lasciano nemmeno scorgere una regolare disposizione delle ife che li compongono; ma a poco a poco svolgendosi, e mentre i primitivi fili scuri del glomerulo, provenienti dal micelio fondamentale, formano il punto basale del pedicello, si originano da questi nuovi filamenti che si dirigono verticalmente in alto disponendosi in modo da formare una specie di cilindro cavo aperto superiormente (V. Tav., fig. 2, 3). Alla superficie interna si forma il tessuto imeniale, mentre alla parte esterna un'altra serie di elementi dà luogo all'involucro corticale.

I numerosissimi corpi fruttiferi che in questo modo si svolgono dal micelio, si dispongono perpendicolarmente al substratum che li porta, senza contrarre aderenze fra di loro: gli uni agli altri avvicinati, senza ordine apparente in un numero grandissimo, tanto che in esemplari bene sviluppati ho potuto contare 5, 6, 8 individui nel solo spazio di un millimetro quadrato.

I corpi fruttiferi, sono sferici in principio di sviluppo, quindi si fanno cilindrici muniti di un'apertura superiore, che è contratta, puntiforme nel maggior numero dei casi, ma che non raramente si presenta anche un po' allargata (V. Tav., fig. 7).

Il cilindretto di color biancastro (per cui va distinta l'*endophila* dalle altre congeneri) (2) nella cui cavità si contiene

---

(1) Oltre agli esemplari ricevuti direttamente dal compianto prof. Cesati di Napoli, ho esaminato ancora le specie contenute al N. 1513 delle collezioni Rabenhorst « *Fungi europaei* » esistenti nei Musei botanici di *Strassburg*, *Roma*, *Pavia*, gentilmente concessimi per esame dai Professori A. De Bary, R. Pirotta e P. Baccarini.

(2) Per quanto ho potuto osservare, la sola *Cyphella solenioides* Karsten (*Mycolog. Fenn.*, pars III. Helsingfors 1876, pag. 325 presenta una forma

l'imenio, va attenuandosi verso la base in un pedicello, da cui partono numerosi filamenti di color ferrugineo.

Il colore biancastro del complesso delle ife corticanti è dato, come vedremo, da deposito di ossalato di calce, mentre il colore scuro delle ife esterne del pedicello, proviene dal colore proprio ai filamenti micelici dai quali ha origine il concettacolo fruttifero (V. Tav., fig. 5, 0).

Il piccolo cilindretto della *Cyphella endophila* esaminato alla lente in principio di sviluppo appare bianco in tutto il tratto imeniale, ferrugineo invece nel tratto basale; poi il color bianco del cilindro si fa leggermente roseo per assumere definitivamente un color biancastro leggermente ocraceo quando lo sviluppo suo è completo.

Imenio — L'imenio della *Cyphella endophila* Cesati è paragonabile a quello delle altre congeneri (*nivea* Fuck., *villosa* Pers., *ampla* Lév., *Currey* Berk., *ochroleuca* Berk.) ed ha tutti i caratteri di quelli proprii alle tipiche Thelephoreae (*Hypocnus* spec.) poichè in esso non si incontrano quegli organi particolari conosciuti dai Micologi coi nomi di *Cistidii* (Lév.), *Corpi del Micheli* (Corda) (1) così frequenti invece in molte specie di vicini generi *Corticium* Pers., *Stereum* Pers., *Hymenochaete* Lév.

L'imenio che tappezza tutta la cavità del cilindretto fruttifero (V. Tav., fig. 5, 6, 7) è affatto liscio, formato da uno strato non interrotto di fili aventi dimensioni alquanto maggiori di quelli che formano il corpo stesso del fungillo, disposti perpendicolarmente all'asse del ricettacolo.

---

cylindracea vel digitaliformis, mentre in generale tutte le *Cyphelle* descritte dagli autori hanno il ricettacolo fruttifero di forma cupulare, campanulata, sferica o raramente appianata, in molti casi stipitato e pendulo. Per riguardo alle forme che distinguono le *Cyphelle* dai generi vicini, potrebbero fra le *Ciphelle* ragionevolmente trovar posto alcune specie annoverate finora fra i *Corticii*, e fra queste il noto *Corticium amorphum* Pers.

(1) *Borsten*, *Haarbildungen*, De Bary, *Morph. Biolog. der Pilze*, 1884, pag. 327. Winter, loc. cit., pag. 318. Léveillé, loc. cit., volume V, serie III, pag. 150; II serie, tom. VIII, ecc. A questi elementi che impropriamente sono conosciuti sotto il nome di *Cistidi*, finora fu accordata poca attenzione. Studi particolari da me fatti in proposito (e non ancor compiuti), mi convinsero dell'interesse grandissimo che potranno avere questi organi, particolarmente in riguardo alla distinzione delle differenti specie di questi generi così uniformi nella loro struttura

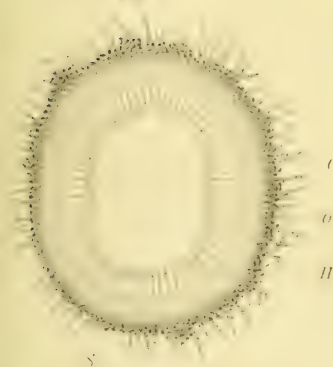



Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 6
Fig 7
Fig 8
Fig.9

I *basidii* non differenziati nell'imenio e tra i quali non è dato osservare distinte parafisi (come si osserva in molte altre *Thelephoreae* pure mancanti dei veri corpi del Micheli (*cistidii*) (Corticium ad es.) tappezzano tutta la cavità del cilindretto e portano, come nelle altre *Cyphelle* descritte, quattro spore sopra quattro distinti sterigmi (V. Tav., fig. 9).

Spore. — Le spore (1) sono numerosissime e riempiono quasi la cavità imeniale. Hanno forma presso a poco ovoidea con apice appuntato, mediante il quale stanno in continuazione collo sterigma.

La loro colorazione ocraceo-subferruginea (V. Tav., fig. 8) è diversa assai dalla colorazione propria alle spore delle altre *Cyphelle*. Le dimensioni desunte dalla media delle misurazioni variano da 7 a 9 micromillimetri nell'asse longitudinale maggiore; e sono di 5 a 6 microm. nell'asse trasversale maggiore incrociato col primo.

Le spore sono munite di episporio resistente e nelle sezioni si staccano facilmente e scorrono nel liquido del preparato.

La struttura descritta, ed i basidii tetraspori, escludono quindi completamente il dubbio espresso dal Cesati con queste parole (2) *Num sub ipso lateat quaedam Peziza Tapesia Autorum quis mihi dicet?* e resta così dimostrata ed assicurata la posizione da assegnarsi alla *Cyphella endophila* Ces.

Strati subimeniale e corticale. — Mentre lo strato subimeniale non presenta all'esame alcunchè di particolare (V. Tav., fig. 5, 6, 7) essendo, come nel maggior numero di funghi formato dallo intreccio dei filamenti che vanno ai basidii, lo strato corticale invece lascia scorgere particolarità (meno evidenti in altri congeneri) che meritano qualche parola di menzione.

Le ife, che formano la parete del cilindretto, decorrono longitudinalmente, continuandosi con quelle del pedicello e mentre le più interne vanno a costituire l'imenio, le più esterne serrandosi strettamente come le prime l'una contro all'altra, formano così la corteccia del ricettacolo, nella quale già durante i primi stadii di evoluzione, si osservano depositi di ossalato di

---

(1) Trovai solamente descritte due specie di *Cyphelle* a spore *lutescenti* l'una (*C. digitalis* Alb. et Schwein), a spore brune l'altra (*C. muscicola* Fr.).
(2) Rabenhorst, *Fungi Europaei* (Exic.), N. 1513).

calce, che vanno ivi aumentando sino a che il fungillo abbia raggiunto il suo completo sviluppo (V. Tav., fig. 5, 6, 7).

L'ossalato di calce al quale in parte si deve il colore biancastro opaco proprio al ricettacolo fruttifero, si trova quivi sotto due forme; sotto l'aspetto di granulazioni cioè, e di aggregati cristallini irregolari cristallograficamente male definiti, i quali (depositati nelle ife superficiali o fra di esse) costituiscono un involucro esterno al cilindretto; involucro che troviamo abbozzato in altre specie (*C. nivea* Fuck.) ma che qui (nelle sezioni specialmente) (1) si dimostra evidentissimo (V. Tav., fig. 5, 6, 7, O, C).

Dalla superficie esterna ricoperta così dal deposito cristallino, sporgono a mo' di peli numerosissime le terminazioni dei filamenti micelici rigonfiati, clavati alla loro estremità (V. Tav., fig. 4) aventi la superficie ricoperta, granulata pel deposito di numerosi granuli diversamente sviluppati di ossalato di calce.

Questi peli, più o meno numerosi che un po' diversamente foggiati, in generale si incontrano in quasi tutte le specie del genere (2), dànno alla superficie esterna del cilindretto fruttifero della *Cyphella endophila* Ces. un aspetto villoso che concorre a conferire al fungillo quel particolare colore ocraceo non splendente che gli è proprio.

La *Cyphella endophila* Ces. la cui descrizione può adattarsi (fatte poche varianti particolarmente in riguardo alla forma ed alle dimensioni) (3) a tutti i rappresentanti del genere, troverebbe posto naturale fra le specie *caulicole* minime, in vicinanza alla *C. nivea* di Fuckel e alla *villosa* di Persoon, dalle quali mentre conserva importanti caratteri comuni, va esattamente distinta.

Regio Orto Botanico di Torino,
6 Febbraio 1887.

---

(1) Nelle figure i depositi di ossalato di calce sono riprodotti in scuro.

(2) Come nella *C. nivea* Fuck., *Currey* Berk., *villosa* Pers., e in molte altre; e non mancano anche nel gen. *Corticium*.

(3) Mentre quasi tutte le *Cyphelle* hanno dimensioni minime, troviamo alcune specie che fanno eccezione alla regola generale; ad. es. la *C. digitalis* Alb. et Schwein. può raggiungere anche 12 cent., mentre la *C. infundibuliformis* Fries. e la *C. Rubi* Fuck. hanno dimensioni di circa 7 centimetri.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. Aspetto generale della *Cyphella endophila* Cesati. — Le punteggiature indicano i ricettacoli fruttiferi.

» 2. Giovane ricettacolo in via di sviluppo (ingrand. circa 40).

» 3. Cyphella endophila Ces. matura (ingrand. id.).

» 4. Filamenti con granulazioni di ossalato di calce sporgenti dalla superficie esterna del cilindretto fruttifero (ingrandimento circa 450).

» 5. Particolari della sezione trasversale della porzione imenifera. I. Imenio sul quale si osservano i basidii. S. Strati subimeniale e corticale. O. Depositi di ossalato di calce.
(Ingrand. circa 450).

» 6. Sezione trasversale della porzione imenifera.
H. Imenio. — *S*. Spore.
O. Filamenti con granulazioni di ossalato di calce.
C. Cristalli (deposito di).
T. Tessuto subimeniale.
(Ingrand. circa 100).

» 7. Sezione longitudinale del ricettacolo intero. *P*. Filamenti scuri basali. (Spiegazione delle parti c. s. ingrand. c. s.)

» 8. Spore (ingrand. 450 circa).

» 9. Basidio tetrasporo (ingrand. circa 750).

Nuovi risultati sulle rigate algebriche di genere qualunque;

di Corrado Segre

In una memoria intitolata *Recherches générales sur les courbes et les surfaces réglées algébriques*, che verrà pubblicata nei *Mathematische Annalen*, mi sono occupato, per quanto riguarda le rigate algebriche di genere p di qualunque spazio, di alcune questioni generali che per i casi di $p=0$ e $p=1$ avevo già risolto in lavori sulle rigate razionali ed ellittiche comparsi negli Atti di quest'illustre Accademia (vol. XIX e XXI). Mi pare perciò opportuno l'enunciare qui brevemente alcuni dei principali risultati ottenuti, tanto più che ragioni di salute mi fanno ritardare la pubblicazione della suddetta memoria.

In questi enunciati le rigate considerate si suppongono sempre *di genere* p *e di ordine* n *non minore di* $4p$; questa restrizione non è sempre necessaria, come si vedrà in quella memoria; qui la faccio solo per semplificare gli enunciati. Inoltre supporrò sempre esclusi i coni.

1. *(Le rigate di genere* $p>0$ *appartenenti ad* S_{n-p+1} *sono coni). — Le rigate di genere* $p>1$ *appartenenti ad* S_{n-p} *hanno una retta direttrice doppia. — Le rigate di genere* $p>2$ *appartenenti ad* S_{n-p-1} *hanno una conica doppia, oppure una retta direttrice doppia o tripla, od infine (se* $p=3$*) una curva semplice piana del* 4° *ordine.* — E così via.

2. In generale: *Una rigata appartenente ad* $S_{n-p-i+1}$ *dove* $0<i<p$, *contiene sempre una curva direttrice appartenente ad un* S_h, *dove* $h\leq i$, *e il cui ordine (tenendo conto della sua multiplicità) è* $\leq i+h$. — *Se* $2i\leq p$ *e quella curva è semplice, i moduli di tale rigata non possono essere generali. — Nel caso più generale che possa presentare tale rigata, cioè quando* $i+1$ *qualunque delle sue generatrici sono indipendenti, si ha* $h=i$ *e la rigata è iperellittica, avendo per*

curva direttrice doppia una curva razionale normale d'ordine i *appartenente ad un* S_i. *Va solo eccettuata la rigata appartenente ad* S_{n-2p+2}, *cioè il caso estremo di* $i = p - 1$: *per tale rigata il caso più generale è quello in cui vi sia una curva direttrice semplice di genere* p *e ordine* $2p - 2$ *appartenente ad un* S_{p-1}.

3. *Le rigate appartenenti ad* S_{n-2p+1} *dànno colle loro proiezioni tutte le rigate d'ordine* n, *genere* p *degli spazi inferiori.*

Questa proposizione riduce lo studio delle rigate appartenenti a spazi inferiori, per esempio di quello dello spazio ordinario, specialmente per quanto riguarda la geometria delle curve tracciate su esse, a quello delle rigate appartenenti ad S_{n-2p+1}. Citerò qui soltanto la seguente conseguenza:

4. *Ogni rigata contiene curve direttrici d'ordine* $\leq \frac{n+p}{2}$.

Le *curve minime* delle rigate d'ordine n e genere p dànno col loro ordine un nuovo criterio di classificazione di queste. *Nel caso più generale, a seconda che* $n+p$ *è pari od impari, le curve minime sono* ∞^1 *curve d'ordine* $\frac{n+p}{2}$ *ovvero un certo numero finito di curve d'ordine* $\frac{n+p-1}{2}$ (*numero che per* $p = 0, 1, 2$ *vale risp.* 1, 2, 4) (*).

Tralascio per brevità risultati relativi a quelle *particolari* rigate che contengono due curve i cui ordini m, m' sono tali che $m + m' = n$.

Torino, Gennaio 1887.

(*) Pei *coni di genere* p *ed ordine* $n > 2p - 2$ le curve minime sono una ∞^{n-p+1} *lineare* di curve d'ordine n. In un tal cono vi sono poi ∞^{n-p+3} curve d'ordine $n+1$ ed una tal curva è individuata dandone $n - p + 2$ punti qualunque e la generatrice del cono che le è tangente nel vertice.

Riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte nel secondo semestre dell'anno 1886, *nell'Osservatorio astronomico di Torino*, dall'Assistente Prof. A. CHARRIER.

Luglio 1886.

La media delle pressioni barometriche osservate in questo mese è 37,17, di poco differente dalla media delle pressioni osservate in Luglio negli ultimi vent'anni. — Le variazioni della pressione non furono numerose e generalmente furono lente. — Il quadro seguente dà i valori massimi e minimi della pressione.

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
3	43,87	9	30,98
12	42,38	15	30,96
21	43,54	27	27,50
30	41,63		

La temperatura ha per valor medio + 24°,0, uguale al valore medio della temperatura di Luglio dello scorso ventennio. — Le temperature estreme + 15°,7 e + 32°,5 si ebbero nei giorni 1 e 20.

Otto furono i giorni con pioggia, e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 22,0.

Il seguente quadro dà la frequenza dei venti nelle singole direzioni.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
10	17	32	10	10	4	2	6	8	1	4	0	6	0	0	0

Agosto 1886.

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è 37,08; essa supera di mm. 0,33 la media delle altezze barometriche osservate nell'ultimo ventennio. — Le altezze estreme osservate sono contenute nel seguente quadro.

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	33,59	8	43,01
11	31,74	16	39,50
18	33,39	18	38,34
25	32,12		

La temperatura variò fra $+29^{\circ},9$ e $+14^{\circ},9$: temperature avute nei giorni 11 e 18. — Il valor medio $+22^{\circ},3$ è inferiore di $0^{\circ},4$ al valor medio delle temperature osservate in Agosto negli ultimi vent'anni.

Dodici furono i giorni con pioggia, e l'acqua raccolta nel pluviometro raggiunse l'altezza di mm. 85,4.

Il quadro seguente dà la frequenza dei venti.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
3	7	23	10	7	7	1	1	6	5	3	3	2	1	2	0

Settembre 1886.

La pressione barometrica ha in questo mese per media 39,87, che supera appena di mm. 0,08 la media delle pressioni barometriche osservate in Settembre nell'ultimo ventennio.

Le pressioni estreme osservate sono date dalla seguente tabella:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
3	42,99	11	37,83
14	44,35	24	29,26
28	47,50		

La temperatura in questo mese ha per media + 20°, 1 ; essa supera di 1°, 3 la media temperatura di Settembre degli ultimi vent'anni. — La massima temperatura + 28°, 4 si ebbe nei giorni 1 e 2; la minima + 11°, 1 nel giorno 28. — Dieci furono i giorni con pioggia, e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 65, 1.

Il seguente quadro dà la frequenza dei venti nelle singole direzioni.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
9	5	19	3	2	1	3	2	6	7	13	4	1	0	0	4

Ottobre 1886.

In questo mese le altezze barometriche osservate hanno per valor medio 38, 11 ; valore che supera di mm. 1, 05 il valor medio delle altezze barometriche osservate in Ottobre negli ultimi vent' anni. — I valori massimi e minimi osservati sono i seguenti :

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	38,57	4	43,81
7	35,83	12	41,41
14	30,57	15	34,68
17	18,63	20	38,73
21	32,00	25	47,07
27	35,77	29	48,80

La temperatura massima + 23°, 0 si ebbe nel giorno 3; la minima + 5°, 7 nel giorno 17. — Il valor medio della temperatura + 13°, 8 supera di 1°, 1 il valor medio delle temperature osservate in Ottobre negli ultimi vent'anni.

Si ebbe pioggia in tredici giorni e l'acqua caduta raggiunse l'altezza di mm. 178.

Nel seguente quadro è registrata la frequenza dei singoli venti.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
10	12	23	3	8	1	1	0	1	1	4	2	4	0	1	0

Novembre 1886.

La pressione barometrica media di questo mese è 37, 98; superiore di mm. 0, 98 alla media pressione di Novembre degli ultimi vent'anni. — Essa ebbe variazioni abbastanza considerevoli, che si possono rilevare dal quadro che segue:

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	45,03	2	47,26
6	29,98	8	32,45
9	25,17	12	35,05
14	29,49	19	41,90
22	37,80	25	45,53
27	39,84	28	47,89

La temperatura media + 7°,4 supera di 1°,1 la media della temperatura di Novembre dello scorso ventennio. — La temperatura massima + 14°, 4 si ebbe il giorno primo del mese; la minima — 0°, 3 il giorno 26.

Si ebbero dieci giorni piovosi, e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 94, 2.

La frequenza dei venti è data dal seguente quadro:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
5	7	5	3	4	0	1	1	3	13	15	9	2	0	0	1

Dicembre 1886.

Le altezze barometriche osservate hanno per media 33, 19. Questo valore è inferiore di mm. 4, 19 alla media delle altezze barometriche osservate in Dicembre negli ultimi vent'anni.

Molte furono le variazioni dell'altezza barometrica, ed alcune anche considerevoli, come si può scorgere dalla tabella seguente:

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
2	24,54	3	33,82
4	27,20	6	41,51
9	18,10	11	38,68
12	33,23	15	38,79
16	25,43	18	36,04
21	19,46	22	37,17
25	31,75	26	40,85
30	31,90		

La temperatura massima $+8°,3$ si ebbe nel giorno 13; la minima $-7°,3$ nel giorno 28. — La media $+2°,2$ è inferiore di $0°,3$ alla media temperatura di Dicembre degli ultimi vent'anni. — Si ebbero otto giorni piovosi ed uno con neve. L'acqua caduta raggiunse l'altezza di mm. 33,8.

Il quadro seguente dà la frequenza dei venti.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
3	6	6	4	1	0	1	0	6	16	28	0	3	2	3	2

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

N. B. *La Tavola che accompagna la Memoria del Dottore* O. MATTIROLO, *pag.* 239, *si pubblicherà in una prossima dispensa.*

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXII, DISP. 8ª, 1886-87

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 20 Febbraio 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, LESSONA, SALVADORI, BRUNO, BASSO, D'OVIDIO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, SPEZIA, GIBELLI.

Si legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Tra i libri presentati in dono vengono segnalati i seguenti:

1° « *Bibliotheca mathematica* » pubblicata da Gustavo Eneström, Stoccolma, 1886;

2° « *Rassegna dei Milabridi della Fauna europea e regioni finitime*, per Flaminio BAUDI »;

3° Diversi opuscoli del Dott. F. SACCO, fra cui il seguente: « *Nuove specie terziarie di Molluschi terrestri d'acqua dolce e salmastra del Piemonte* ».

Le letture si succedono nel modo che segue:

« *Determinazione della latitudine della stazione astronomica di Termoli, mediante passaggi di stelle al piano verticale* »: Nota del Dott. F. PORRO, presentata dal Socio COSSA a nome del Socio SIACCI.

« *Sulla fusibilità dei minerali* ». Nota del Socio Spezia;

« *Studio geologico dei dintorni di Voltaggio* »; del Dott. F. Sacco, presentato dal Socio Spezia.

« *Sopra due punti della « Theorie der binären algebraischen Formen » del* Clebsch; Nota del Socio E. D'Ovidio.

« *Integrazione per serie delle equazioni differenziali lineari* ». Nota del Dott. Giuseppe Peano, presentata dal Socio D' Ovidio.

« *Una questione di ottica ed un apparecchio per raddrizzare le immagini nei cannocchiali terrestri* »; Nota del Professore N. Jadanza, presentata dal Socio Naccari.

LETTURE

Determinazione della Latitudine della Stazione Astronomica di Termoli mediante passaggi di Stelle al primo verticale; Nota di Francesco Porro

La presente determinazione, eseguita mediante osservazioni di passaggi di stelle al primo verticale, forma parte di una serie di operazioni ordinate nell'autunno 1885 dalla *Commissione Geodetica Italiana*, allo scopo di fissare astronomicamente il punto più boreale italiano dell'arco di meridiano che da Capo Passaro corre attraverso a tutta l'Europa, ed è oggetto precipuo degli studii e delle misure che si istituiscono dall'*Associazione Internazionale per la misura dei gradi dell'Europa Centrale*. A tali operazioni io partecipai per incarico del prof. G. V. Schiaparelli, direttore dell'Osservatorio Reale di Milano; ed ebbi la fortuna di dipendere in quell'occasione dal dottor Michele Rajna, astronomo dell'Osservatorio medesimo, il quale, colla sua singolare perizia in siffatto genere di lavori, cooperò non poco al felice esito dell'opera mia.

Lo strumento da me adoperato è il notissimo trasportabile di Repsold a cannocchiale spezzato, appartenente alla Commissione Geodetica Italiana, ed indicato con (C) nell' « Elenco degli strumenti posseduti od utilizzati » dalla predetta Commissione (1). Sono ormai tante le operazioni cui tale ottimo istrumento ha servito, che reputo assolutamente inutile ripeterne la descrizione, data più volte nelle Pubblicazioni della Commissione dai precedenti osservatori. Il reticolo constava di 21 fili di ragno, a gruppi di tre ciascuno, simmetrici rispetto al filo di mezzo, ed illuminati da una lampada ad olio, sospesa all'asse di rotazione dell'istrumento, sul braccio opposto all'oculare.

L'istrumento era collocato sopra un robustissimo pilastro in

(1) Allegato B al processo verbale delle sedute della Commissione Italiana per la misura dei gradi, tenutesi in Firenze il 14 e 15 giugno 1880.

muratura, costrutto da alcuni soldati del Genio, sotto la direzione del Dott. Federigo Guarducci, ingegnere geografo all'Istituto Geografico Militare, il quale fece pure la riduzione dal centro di questo pilastro, sorgente nel mezzo di una vasta campagna, al segnale trigonometrico sulla vecchia torre di Termoli, distante dalla nostra stazione 284,51 metri verso NNW.

Il valore di una parte del livello fu determinato rigorosamente dal dottor Rajna e da me nell'anno stesso delle osservazioni, sopra un eccellente esaminatore dei livelli, costrutto dal signor Leonardo Milani sul modello di Pulkova, e collocato alla Specola di Brera, sopra una robusta mensola di granito infissa nel muro della sala dei quadranti murali. Queste misure, che concordano abbastanza con quelle fatte negli anni precedenti dallo stesso Rajna, dal professore Celoria e dal signor Struve, diedero i seguenti risultati:

Data.	Valore di una parte.	Lunghezza della Bolla.	Temperatura centigr.
12-22 febbraio	$1'',5570$	$42^p,1$	$+\ 6^0,1$
18 aprile	$1\ ,5540$	$38\ ,4$	$+12\ ,8$
27-28 luglio	$1\ ,5015$	$29\ ,3$	$+26\ ,0.$

Rappresentando questi valori colla formula

$$1^p = a + b\ (l - 35^p,0),$$

il dottor Rajna trova i seguenti valori delle costanti a e b, e dei loro errori probabili:

$$a = \quad 1'',5300 \pm 0,0043$$

$$b = +0\ ,0046 \pm 0,0008.$$

Nel corso delle osservazioni di latitudine, dal 3 al 23 di ottobre, la temperatura si è sempre mantenuta regolare, benchè le condizioni atmosferiche abbiano presentato cambiamenti notevoli; nelle ore notturne, la lunghezza della bolla, desunta dalle livellazioni, oscillò sempre fra 35 e 38 parti. Ho creduto quindi conveniente adottare un valore unico per tutte le osservazioni, e cioè il valore

$$1'',537.$$

corrispondente alla lunghezza media 36,5 della bolla. Tale numero è indubbiamente molto preciso, nè le massime escursioni della temperatura possono averlo aumentato o diminuito di una quantità superiore ad alcuni millesimi di secondo. D'altra parte, ebbi cura nel corso delle operazioni di tenere la inclinazione dell'asse piuttosto piccola, e di far sì che la somma totale delle inclinazioni positive osservate non differisse molto da quella delle inclinazioni negative, come dimostrano i seguenti numeri:

Somma delle inclinazioni positive = 30",562

Somma delle inclinazioni negative = 23 ,407.

La differenza è di soli 7"155, che ripartita sopra trentacinque osservazioni, non avrebbe alcun effetto, anche ammesso un errore nel valore di una parte.

Il livello fu lasciato permanentemente appeso all'asse orizzontale di rotazione dell'istrumento, e fu letto con molta frequenza durante le ore di osservazione. Si è preferita l'inversione dell'asse all'inversione del livello per le ragioni esposte dal dottor Rajna nella sua *Determinazione della latitudine degli Osservatorii di Milano e di Parma* (1), avendo anche la pratica successiva di differenti osservatori confermata la superiorità di quel metodo sull'antico. Non meno di quattro letture del livello si eseguirono col cannocchiale puntato a ciascuna stella; una cioè prima, l'altra dopo il passaggio a ciascun verticale; e nel caso di stelle assai vicine al zenit l'osservazione più lunga, ed il passaggio più lento della stella fra i fili permisero sempre di sorvegliare le possibili variazioni accidentali di questo elemento, mediante letture intermedie. Nè si ommise l'altra precauzione raccomandata di invertire una volta la posizione dei guanciali, sui quali riposa l'asse di rotazione, di guisa che il guanciale che in una parte delle osservazioni era al Nord, si trovò poi al Sud e viceversa. Questa inversione fu eseguita il giorno 11 ottobre, cosicchè 19 stelle furono osservate nella prima, 16 nella seconda posizione dell'istrumento.

Ecco ora i risultati desunti da tutte le letture, donde appare il regolare andamento e la sempre limitata grandezza dell'inclinazione durante tutto il corso delle operazioni.

(1) Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera, n. XIX, pag. 5.

I periodi nei quali è divisa ogni sera sono determinati dalle inversioni; ed è bene avvertire che seralmente si fece al principio ed al termine delle osservazioni un'inversione per il livello.

Quadro delle inclinazioni dell'asse orizzontale.

Data	Dalle ore	Alle ore	Inclinazione	Data	Dalle ore	Alle ore	Inclinazione
Ottobre 3	23,2	0,9	−1",011	Ottobre 16	22,1	23,2	+2",396
»	1,0	2,9	−1,151	»	23,3	2,3	+2,703
»	3,0	3,5	−1,541	»	2,4	3,1	+2,866
Ottobre 4	21,4	23,2	−0,946	Ottobre 17	22,2	23,1	+2,641
»	23,3	1,9	−0,670	»	23,2	1,9	+2,712
»	2,0	4,2	−0,848	»	2,0	4,3	+2,594
Ottobre 5	23,4	1,7	−1,124	Ottobre 21	1,8	4,0	+1,090
»	1,9	2,6	−1,048	»	4,1	4,2	+0,951
Ottobre 6	23,4	0,7	−2,006	Ottobre 22	21,7	1,4	−0,881
»	0,8	3,3	−1,930	»	1,5	3,4	−1,394
Ottobre 8	23,3	1,8	−0,722	»	3,5	4,3	−2,004
»	1,9	4,1	−0,645	Ottobre 23	21,8	22,6	+2,445
»	4,2	5,0	−0,942	»	22,7	1,2	+2,657
				»	1,3	1,7	+2,915
				»	1,8	2,5	+2,868
				»	2,6	4,0	+2,888

Dai numeri contenuti nell'ultima colonna del quadro precedente. ho dedotto le inclinazioni spettanti a ciascuna stella. e

le ho introdotte nel calcolo della latitudine risultante da ciascuna.

Quanto agli altri errori istrumentali, ho potuto riconoscere che la loro influenza non è sensibile sopra la latitudine; e ciò emerge facilmente dall'assenza di un andamento qualsiasi nelle latitudini dedotte dalla medesima stella a diversi fili, e dai confronti fra sera e sera. Per ottenere la maggior esattezza possibile, ho applicato a tutte le latitudini la correzione suggerita dall'Albrecht (1);

$$d\varphi = -0{,}000273\, d^2 \cos\varphi \sin\delta \sec(\varphi-\delta),$$

dove d rappresenta la differenza, espressa in secondi di tempo, fra l'angolo orario della stella sul filo di mezzo a verticale est ed a verticale ovest.

Il dottor Rajna volle che io seguissi il metodo di Bessel, anzichè quello di Struve, per avere la possibilità di compiere un numero maggiore di osservazioni in tempo relativamente più breve. Potei così osservare quasi tutte le stelle a 21 fili: ma ciò non aggiunse grande precisione ai risultati, avendo io ottenuto valori egualmente buoni della latitudine da stelle osservate ad un numero assai minore di fili. È quindi erroneo, a creder mio, il basare sull'accordo dei fili la determinazione dell'error probabile del risultato, ed illusoria la estrema riduzione che tale errore subisce sopra una massa abbastanza grande di osservazioni.

Fu mia cura di alternare le inversioni, in guisa che una medesima stella non fosse osservata sempre nella medesima posizione del circolo: così se una stella era osservata una sera a circolo nord, verticale est, circolo sud, verticale ovest, cercai possibilmente di osservarla un'altra sera nelle posizioni opposte del circolo, sempre quando ciò non risultasse di danno ad altre più efficaci precauzioni. Il numero delle osservazioni a verticale est circolo nord è di 16, e di 19 quello delle osservazioni a verticale est circolo sud.

In ogni caso si è invertito lo strumento fra l'osservazione a verticale est e quella a verticale ovest; tutte le osservazioni, nelle quali non si avesse la stella osservata ai medesimi fili in posizione invertita nei due verticali, furono respinte. Respinsi pure

(1) *Astronomisch-Geodätische Arbeiten in den Jahren* 1881 *und* 1882.

due osservazioni troppo discordanti dalla media, avendole riconosciute erronee per cause perturbatrici notate nel registro d'osservazione.

I passaggi furono sempre stimati col metodo della vista e dell'udito, prendendo il tempo sopra un buon cronometro Frodsham di proprietà della Commissione, che era ogni sera almeno due volte confrontato direttamente col pendolo, collocato nella casa di abitazione adiacente alla stazione astronomica. Essendosi adottato il metodo di Bessel, era necessario che l'andamento di questo pendolo fosse rigorosamente conosciuto; ed a ciò provvide il dottor Rajna, con una serie numerosa di osservazioni ad un istrumento universale di Repsold, collocato nel verticale della stella polare. In ogni determinazione del tempo furono osservate almeno due stelle orarie, una in ciascuna posizione del circolo; e si passò dai tempi del cronometro a quelli del pendolo mediante confronti cronografici, contemporanei alle osservazioni. In base all'andamento del pendolo così riconosciuto, si dedusse la correzione del pendolo stesso, e quindi quella del cronometro per ciascuna delle comparazioni dirette o cronografiche dei due orologi. E poichè tali comparazioni erano abbastanza numerose, non fu difficile ricavarne la curva rappresentante l'andamento degli errori del cronometro sera per sera, dalla quale si dedussero con grande precisione le correzioni corrispondenti ad ogni ora intiera.

La determinazione di latitudine si basa sopra 35 osservazioni di 13 stelle; e se il numero di queste può sembrare soverchio, mentre altri osservatori avrebbero preferito accumulare le osservazioni sopra un numero minore di stelle, io credo che il metodo da me seguito abbia giovato a rendere più esatto il risultato finale, diminuendo le incertezze dovute ai valori delle declinazioni adoperate. Naturalmente i materiali incompleti ed eterogenei dei quali ho dovuto appagarmi per dedurre queste coordinate, e fors'anche la disgrazia di essermi imbattuto in parecchie stelle non bene determinate, e dotate di un forte moto proprio, mi hanno obbligato a presentare parecchi risultati non troppo sicuri: ma non è da ritenersi che questi possano esercitare un'influenza veramente dannosa sul risultato finale.

Tre di queste stelle, γ *Andromedae*, *o Andromedae* e β *Persei*, appartengono al *Catalogo Fondamentale* di Auwers (1), del quale

(1) *Publicationen der Astronomischen Gesellschaft*, n. XIV.

è riconosciuta l'indiscutibile superiorità sugli altri consimili, risultanti dalla discussione di Cataloghi di Osservazione (Boss, Safford): ne dedussi perciò immediatamente l'ascensione retta e la declinazione apparente per le sere d'osservazione dalle Effemeridi pubblicate nel *Berliner Astronomisches Jahrbuch* per il 1885, al Capitolo: *Mittlere und Scheinbare Stern-Oerter*, applicando solamente alle declinazioni la correzione dovuta ai piccoli termini lunari di corto periodo, dei quali era sensibile l'influenza sulla seconda, e talora anche sulla prima cifra decimale.

Non così facile fu la determinazione dei luoghi apparenti occupati dalle rimanenti 10 stelle: 23 *Andromedae*, ν *Andromedae*, 39 *Andromedae*, υ *Andromedae*, τ *Andromedae*, 55 *Andromedae*, 727 *BAC*, 12 *Persei*, 1305 *BAC* e 16 *Lacertae*. Quanto all'ascensione retta, necessaria col metodo di Bessel per il calcolo degli angoli orarii, ritenni sufficientemente esatto dedurla da quella data nel primo catalogo di Radcliffe (1845). Ottenni così le ascensioni rette medie per il 1885,0, e le apparenti per le singole sere d'osservazione, che risultano dal quadro seguente:

Ascensioni rette delle Stelle fondamentali.

γ Andromedae			*β Persei*		
1885,0		$1^h\ 56^m\ 50^s,548$	1885,0		$3^h\ 0^m\ 41^s,279$
Ottobre	4	55,23	Ottobre	21	46,15
»	5	55,25	»	22	46,17
»	6	55,26			
»	8	55,30			
»	23	55,46			

ο Andromedae		
1885,0		$22^h\ 56^m\ 37^s,862$
Ottobre	4	41,80
»	16	41,67
»	17	41,66
»	23	41,57

Ascensioni rette delle Stelle di Radcliffe I.

*	AR 1845,0	AR 1885,0	AR apparente	
23 Andromedae	$0^h\ 5^m\ 28^s,55$	$0^h\ 7^m\ 32^s,71$	Ottobre 17	$0^h\ 7^m\ 37^s,02$
ν Andromedae	0 41 17,05	0 43 28,28	» 3	0 43 32,76
			» 5	32,77
			» 6	32,78
			» 8	32,78
39 Andromedae	0 54 12,73	0 56 26,83	» 17	0 56 31,43
υ Andromedae	1 27 43,24	1 30 3,54	» 3	1 30 8,14
			» 16	8,27
			» 22	8,31
τ Andromedae	1 31 27,06	1 33 47,52	» 6	1 33 52,12
			» 8	52,14
			» 16	52,22
			» 17	52,22
			» 22	52,26
			» 23	52,26
55 Andromedae	1 44 0,92	1 46 23,73	» 4	1 46 28,32
			» 8	28,34
727 BAC	2 13 12,86	2 15 41,28	» 3	2 15 45,81
			» 22	46,08
12 Persei	2 32 29,14	2 34 59,55	» 4	2 35 4,12
			» 8	4,17
1305 BAC	4 7 25,36	4 10 10,55	» 8	4 10 14,96
16 Lacertae	22 49 19,65	22 51 8,65	» 4	22 51 12,52
			» 23	12,28

Di gran lunga maggiore è il grado di esattezza che mi sforzai di raggiungere nelle declinazioni apparenti delle stelle, perchè un errore di queste si porta per intero sulle latitudini, e non può essere in verun modo eliminato. Scelsi pertanto per ciascuna stella i valori della declinazione dati dai più importanti cataloghi, e trasportai colla precessione annua rigorosamente calcolata tutte le declinazioni all'epoca media 1885,0, tenendo conto del termine dipendente dalla terza potenza del tempo, nell'applicare le posizioni determinate innanzi al 1810. Poscia ridussi tutti i valori così trovati al sistema medio di Auwers, e da questo a quello del Catalogo Fondamentale, che è pur quello del Catalogo di Pulkova, 1865, applicando le correzioni sistematiche date dallo stesso Auwers nel volume LXIV delle *Astronomische Nachrichten* e nell'introduzione al Catalogo Fondamentale (1). Avendo così ottenuto per ciascuna stella un sistema, per quanto è possibile, uniforme di declinazioni, determinate a molti anni di distanza, ne dedussi il valore più probabile della declinazione 1885,0 e del moto proprio, risolvendo per ciascuna stella col metodo dei minimi quadrati un sistema di equazioni della forma

$$\delta = x - (1885{,}0 - t)\, y\,,$$

dove δ è la declinazione 1885,0 da me desunta come dissi precedentemente, x la declinazione più probabile risultante dall'insieme dei cataloghi, y il moto proprio annuo, e t l'epoca media delle osservazioni di declinazione. Per la determinazione dei pesi spettanti a ciascun catalogo, si è seguito l'avviso di di Argelander nelle *Osservazioni di Bonn* (tomo VII, pag. 45), attribuendosi il peso $\frac{1}{2}$ alle declinazioni risultanti da una sola osservazione, il peso $\frac{2}{3}$ a quelle risultanti da due, il peso 1 a quelle da tre a dieci, il peso $1 + \frac{1}{2}$ a quelle da dieci a quindici, il peso 2 a quelle da almeno quindici osservazioni.

(1) Per i Cataloghi di data posteriore queste correzioni sono pubblicate nel *Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft;* il Catalogo di Pulkova è già ridotto al sistema di quello del 1865, e quello di Respighi presenta una differenza trascurabile, come dimostra in esso il chiarissimo suo autore.

I quadri seguenti riassumono i risultati di tutte queste operazioni; la loro significazione è resa chiara da quanto si è detto, nè altro mi resta se non avvertire che le posizioni delle zone osservate a Bonn ed a Lund per la Società Astronomica (tuttora inedite), mi furono comunicate gentilmente dai professori Schönfeld e Dunèr.

Declinazioni delle Stelle fondamentali.

γ Andromedae		*β Persei*		*c Andromedae*	
1885,0	41°46′38″,15	1885,0	40°30′41″,96	1885,0	41°42′28″,97
Ottobre 4	48 ,84	Ottobre 21	48 ,41	Ottobre 4	57 ,23
» 5	49 ,05	» 22	48 ,56	» 16	59 ,59
» 6	49 ,26			» 17	59 ,77
» 8	49 ,63			» 23	60 ,60
» 23	52 ,78				

Declinazioni delle Stelle non fondamentali.

23 ANDROMEDAE

Catalogo	Epoca	t	Osserv.	Peso	δ 1885,0	Oss.-Cal.
Fundamenta	1755	1756 ±	4	1	40° 24′ 18″,75	− 0″,09
Groombridge	1810	1809,9	6	1	13 ,37	+ 2 ,10
Taylor	1835	1835 ±	8	1	8 ,29	+ 0 ,19
Armagh I	1840	1841,77	9	1	8 ,13	+ 0 ,88
Radcliffe I	1845	1846,2	3	1	6 ,84	+ 0 ,15
Pulkova	1855	1847,02	4	1	5 ,40	− 1 ,18
Yarnall	1860	1853,8	2	⅔	5 ,62	− 0 ,11
Glascow	1870	1863,79	5	1	4 ,40	− 0 ,06
Greenwich	1864	1867,2	5	1	3 ,64	− 0 ,39
Respighi	1875	1875,84	15	2	2 ,89	− 0 ,05
Bonn AGZ	1875	1878,30	2	⅔	2 ,69	+ 0 ,06

ν Andromedae

Catalogo	Epoca	t	Osserv.	Peso	δ 1885,0	Oss.-Cal.
Fundamenta	1755	1756 ±	3	1	40° 27′ 10″,78	+ 0″,45
Groombridge	1810	1807,5	5	1	10 ,16	+ 0 ,38
Taylor	1835	1835 ±	10	3/2	9 ,55	+ 0 ,07
Greenwich	1840	1840,0	12	3/2	10 ,53	+ 1 ,10
Armagh I	1840	1840,72	14	3/2	9 ,08	− 0 ,34
Pulkova	1855	1845,76	4	1	8 ,96	− 0 ,41
Rümker	1850	1846 ±	2	2/3	9 ,52	+ 0 ,15
Radcliffe I	1845	1846,9	6	1	8 ,87	− 0 ,49
Bonn AGZ	1875	1872,24	2	2/3	9 ,74	+ 0 ,66
Yarnall	1860	1873,6	5	1	8 ,24	− 0 ,83
Respighi	1875	1876,31	15	2	8 ,69	− 0 ,35

39 Andromedae

Catalogo	Epoca	t	Osserv.	Peso	δ 1885,0	Oss.-Cal.
Fundamenta	1755	1756 ±	1	1/2	40° 43′ 36″,63	− 0″,07
Groombridge	1810	1808,9	6	1	37 ,09	+ 0 ,39
Taylor	1835	1835 ±	4	1	37 ,47	+ 0 ,77
Greenwich	1840	1841,0	7	1	36 ,35	− 0 ,35
Armagh I	1840	1842,51	5	1	36 ,85	+ 0 ,15
Pulkova	1855	1846,04	4	1	36 ,82	+ 0 ,12
Radcliffe I	1845	1848,3	4	1	36 ,59	− 0 ,11
Bonn AGZ	1875	1872,80	2	2/3	35 ,90	− 0 ,80
Respighi	1875	1876,44	15	2	36 ,46	− 0 ,24

υ Andromedae

Catalogo	Epoca	t	Osserv.	Peso	δ 1885,0	Oss.-Cal.
Fundamenta	1755	1756 ±	4	1	40° 50′ 37″,26	+ 1″,74
Argelander	1830	1829 ±	14	3/2	50 5 ,76	− 2 ,41
Taylor	1835	1835 ±	5	1	50 7 ,77	+ 1 ,86
Armagh I	1840	1841,35	5	1	50 4 ,62	+ 1 ,09
Greenwich	1845	1845,0	14	3/2	50 2 ,63	+ 0 ,47
Radcliffe I	1845	1847,7	4	1	50 1 ,39	+ 0 ,24
Pulkova	1855	1849,79	4	1	49 58 ,98	− 0 ,66
Radcliffe II	1860	1854,2	2	2/3	49 56 ,90	− 1 ,81
Yarnall	1860	1874,2	6	1	49 51 ,55	+ 0 ,26
Respighi	1875	1876,82	16	2	49 51 ,82	+ 1 ,59
Bonn AGZ	1875	1883,35	2	2/3	49 47 ,95	+ 0 ,15

τ ANDROMEDAE

Catalogo	Epoca	t	Osserv.	Peso	δ 1885,0	Oss.-Cal.
Groombridge	1810	1808 ±	3	1	39° 59′ 40″,09	−0″,55
Taylor	1835	1835 ±	4	1	40 ,39	+0 ,48
Armagh I	1840	1835,95	5	1	39 ,27	−0 ,61
Radcliffe I	1845	1845,3	3	1	39 ,69	+0 ,06
Pulkova	1855	1848,99	4	1	39 ,98	+0 ,45
Greenwich	1864	1866,8	17	2	39 ,57	+0 ,53
Yarnall	1860	1874,9	3	1	38 ,70	−0 ,12
Respighi	1875	1876,82	16	2	38 ,95	+0 ,18
Lund AGZ	1875	1881,81	2	2/3	38 ,04	−0 ,59

55 ANDROMEDAE

Catalogo	Epoca	t	Osserv.	Peso	δ 1885,0	Oss.-Cal.
Fundamenta	1755	1756 ±	3	1	40° 9′ 42″,88	+0″,57
Groombridge	1810	1811,0	6	1	41 ,19	−0 ,71
Taylor	1835	1835 ±	4	1	41 ,20	−0 ,52
Armagh I	1840	1842,04	2	2/3	41 ,76	+0 ,09
Radcliffe I	1845	1845,6	3	1	41 ,68	+0 ,04
Pulkova	1855	1845,83	4	1	42 ,31	+0 ,67
Glascow	1870	1860,92	4	1	41 ,63	+0 ,10
Greenwich	1864	1866,9	5	1	42 ,38	+0 ,89
Respighi	1875	1876,93	17	2	41 ,04	−0 ,37
Bonn AGZ	1875	1880,91	2	2/3	41 ,13	−0 ,25

727 BAC

Catalogo	Epoca	t	Osserv.	Peso	δ 1885,0	Oss.-Cal.
Groombridge	1810	1811,0	6	1	40° 52′ 30″,64	+0″,13
Radcliffe I	1845	1844,2	4	1	30 ,15	+1 ,36
Armagh I	1840	1848,73	5	1	28 ,29	−0 ,26
Pulkova	1855	1849,84	4	1	29 ,51	+1 ,02
Greenwich	1864	1867,9	5	1	27 ,07	−0 ,48
Glascow	1870	1874,06	6	1	25 ,95	−1 ,48
Bonn AGZ	1875	1874,32	2	2/3	26 ,71	−0 ,46
Respighi	1875	1876,79	16	2	27 ,39	+0 ,30

Catalogo	Epoca	t	Osserv.	Peso	δ 1885,0	Oss.-Cal.
			12 Persei			
Fundamenta	1755	1756 ±	3	1	39° 42′ 48″,24	− 0″,34
Groombridge	1810	1810,0	6	1	38 ,38	± 0 ,00
Taylor	1835	1835 ±	4	1	33 ,64	− 0 ,02
Armagh I	1840	1839,02	6	1	33 ,14	+ 0 ,24
Greenwich	1845	1844,0	5	1	32 ,31	+ 0 ,35
Radcliffe I	1845	1847,0	3	1	33 ,09	+ 1 ,69
Greenwich	1850	1849,0	6	1	30 ,64	− 0 ,38
Pulkova	1855	1850,35	4	1	29 ,97	− 0 ,79
Greenwich	1864	1867,9	2	⅔	27 ,98	+ 0 ,53
Respighi	1875	1876,83	16	2	26 ,25	+ 0 ,48
Lund AGZ	1875	1881,11	2	⅔	25 ,60	+ 0 ,64
			1305 BAC			
Groombridge	1810	1811,0	6	1	41° 51′ 27″,02	+ 0″,09
Radcliffe I	1845	1844,8	4	1	26 ,09	− 0 ,08
Greenwich	1864	1867,0	4	1	25 ,52	+ 0 ,17
Bonn AGZ	1875	1871,91	2	⅔	26 ,09	+ 0 ,51
Respighi	1875	1875,98	16	2	26 ,05	+ 0 ,56
Glascow	1870	1876,24	4	1	24 ,46	− 1 ,02
			16 Lacertae			
Fundamenta	1755	1756 ±	3	1	40° 59′ 25″,14	+ 0″,08
Groombridge	1810	1809,2	6	1	24 ,16	− 0 ,61
Struve	1830	1830,0	5	1	24 ,23	− 0 ,42
Taylor	1835	1835 ±	4	1	25 ,39	+ 0 ,76
Armagh I	1840	1844,22	5	1	24 ,62	+ 0 ,04
Pulkova	1855	1846,77	4	1	24 ,77	+ 0 ,21
Radcliffe I	1845	1847,2	5	1	25 ,49	+ 0 ,93
Yarnall	1860	1853,7	3	1	25 ,13	+ 0 ,61
Greenwich	1864	1866,2	3	1	23 ,80	− 0 ,65
Bonn AGZ	1875	1872,32	2	⅔	24 ,00	− 0 ,42
Respighi	1875	1876,79	18	2	24 ,24	− 0 ,15

Le equazioni di condizione formate con questi elementi, mi condussero ai seguenti valori definitivi delle declinazioni medie 1885,0, e dei rispettivi movimenti proprii, ammessi rettilinei ed uniformi:

*	δ 1885,0	Moto proprio	*Annotazioni*
23 Andromedae	$+40^{0}24'$ 1″,783	$-0''$,126	In Safford $\delta = 1''$,97, $\mu = -0''$,127. In Pulkova $\mu = 0$,131.
ν Andromedae	40 27 8 ,940	-0 ,011	In Safford $\delta = 8''$,59, $\mu = -0''$,07. In Pulkova $\mu = -0$,10, in Main (1) $\mu = -0$,01.
39 Andromedae	40 43 36 ,696	± 0 ,000	In Safford $\delta = 36''$,75, $\mu = 0$,00 In Pulkova $\mu = -0$,006, in Main $\mu = -0$,01.
υ Andromedae	40 49 47 ,158	-0 ,375	In Safford $\delta = 48''$,35, $\mu = -0$,37. In Pulkova $\mu = -0$,374, in Main $\mu = -0$,39.
τ Andromedae	39 59 38 ,541	-0 ,027	In Safford $\delta = 39''$,28, $\mu = -0$,02. In Pulkova $\mu = -0$,015.
55 Andromedae	40 9 41 ,352	-0 ,008	In Safford $\delta = 42''$,15, $\mu = +0$,012. In Glascow $\mu = -0$,09.
727 BAC	40 52 26 ,665	-0 ,052	L'incertezza residua è molto grande.
12 Persei	39 42 24 ,220	-0 ,189	In Main e Glascow $\mu = -0''$,18. In Pulkova $\mu = -0$,179.
1305 BAC	41 51 25 ,286	-0 ,022	L'incertezza residua è molto grande.
16 Lacertae	40 59 24 ,348	-0 ,006	In Safford $\delta = 24''$,92 $\mu = -0''$,002. In Pulkova $\mu = -0$,006.

(1) *Memoirs of the R. Astronomical Society* — 1870.

Il quadro seguente esibisce le declinazioni apparenti, calcolate in base alle declinazioni medie ora scritte, mediante le formule e le costanti diurne del *Berliner Jahrbuch*, avuto riguardo ai termini di corto periodo dipendenti dal movimento della luna ed al moto proprio fra il 1885,0 e l'epoca delle osservazioni:

Declinazioni apparenti.

*	DATA	δ
23 Andromedae	Ottobre 17	40° 24′ 27″,02
ν Andromedae	Ottobre 3	40 27 27,70
	» 5	28,14
	» 6	28,36
	» 8	28,80
39 Andromedae	Ottobre 17	40 43 57,23
υ Andromedae	Ottobre 3	40 50 0,70
	» 16	3,45
	» 22	4,59
γ Andromedae	Ottobre 6	39 59 52,58
	» 8	53,02
	» 16	54,74
	» 17	54,94
	» 22	55,84
	» 23	56,03
55 Andromedae	Ottobre 4	40 9 53,53
	» 8	54,33
727 BAC	Ottobre 3	40 52 35,07
	» 22	38,88
12 Persei	Ottobre 4	39 42 30,66
	» 8	31,51
1305 BAC	Ottobre 8	41 51 21,02
16 Lacertae	Ottobre 4	40 59 52,42
	» 23	56,20

La mancanza di spazio mi obbliga a rimandare l'esposizione completa dei risultati delle mie osservazioni di latitudine ad una memoria più estesa, che sarà pubblicata dalla Commissione Geodetica Italiana. Qui non posso che presentare i valori definitivi della latitudine, calcolata cogli elementi sopra enumerati e colle distanze dallo zenit risultanti dalle osservazioni, avendo assunto come valor provvisorio della latitudine stessa

$$\varphi = 42^\circ\ 0'\ 15'',25\ ,$$

che ebbi da un calcolo preliminare dell'osservazione di γ Andromedae ottobre 8, e che mi risultò assai prossimo al vero.

Risultati delle osservazioni di latitudine.

Ottobre	Vert. Est Cerchio	☆	Fili	Distanza zenitale osserv.	Correzioni strumentali	Latitudine	Differenze dalla media
3	Nord	ν Andromedae	21	5568″,034	— 1″,102	42° 0′ 14″,63	— 0″,73
	Nord	υ Andromedae	21	4214 ,912	— 1 ,137	14 ,48	— 0 ,86
	Sud	727 BAC	18	4062 ,829	— 1 ,430	16 ,47	+ 1 ,11
4	Nord	16 Lacertae	21	3622 ,427	— 0 ,843	14 ,00	— 1 ,36
	Nord	ο Andromedae	21	1038 ,533	— 0 ,927	14 ,84	— 0 ,52
	Sud	55 Andromedae	12	6621 ,472	— 0 ,789	14 ,21	— 1 ,15
	Sud	12 Persei	18	8266 ,116	— 0 ,782	16 ,05	+ 0 ,69
	Sud	γ Andromedae	21	807 ,370	— 0 ,943	15 ,28	— 0 ,08
5	Nord	ν Andromedae	21	5568 ,635	— 1 ,156	15 ,62	+ 0 ,26
	Nord	γ Andromedae	21	807 ,645	— 1 ,321	15 ,37	+ 0 ,01
6	Sud	ν Andromedae	15	5569 ,108	— 2 ,012	15 ,47	+ 0 ,11
	Sud	τ Andromedae	4	7224 ,005	— 1 ,986	14 ,58	— 0 ,78
	Sud	γ Andromedae	12	807 ,991	— 2 ,271	14 ,98	— 0 ,38
8	Nord	ν Andromedae	21	5567 ,581	— 0 ,715	15 ,67	+ 0 ,31
	Nord	τ Andromedae	21	7222 ,462	— 0 ,705	14 ,76	— 0 ,60
	Nord	55 Andromedae	21	6620 ,539	— 0 ,702	14 ,17	— 1 ,19
	Nord	12 Persei	21	8263 ,721	— 0 ,700	14 ,59	— 0 ,77
	Nord	γ Andromedae	21	806 ,667	— 0 ,898	15 ,40	+ 0 ,04
	Sud	1305 BAC	9	534 ,941	— 1 ,281	14 ,70	— 0 ,66

Segue **Risultati delle osservazioni di latitudine.**

Ottobre	Vert. Est Cerchio	*	Fili	Distanza zenitale osserv.	Correzioni strumentali	Latitudine	Differenze dalla media
16	Nord	ο Andromedae	18	1033″,677	+2″,382	42° 0′ 15″,65	+0″,29
	Sud	τ Andromedae	21	7218 ,138	+2 ,758	15 ,63	+0 ,27
	Sud	υ Andromedae	21	4209 ,635	+2 ,727	15 ,81	+0 ,45
17	Nord	ο Andromedae	20	1033 ,276	+2 ,536	15 ,58	+0 ,22
	Nord	23 Andromedae	21	5746 ,614	+2 ,656	16 ,29	+0 ,93
	Sud	39 Andromedae	19	4576 ,356	+2 ,615	16 ,20	+0 ,84
	Sud	τ Andromedae	8	7218 ,306	+2 ,629	15 ,86	+0 ,50
21	Sud	β Persei	20	5366 ,474	+0 ,992	15 ,88	+0 ,52
22	Sud	τ Andromedae	15	7220 ,949	−1 ,163	15 ,61	+0 ,25
	Sud	υ Andromedae	21	4211 ,901	−1 ,188	15 ,30	−0 ,06
	Sud	727 BAC	21	4059 ,484	−1 ,185	17 ,18	+1 ,82
	Nord	β Persei	20	5368 ,122	−1 ,726	14 ,96	−0 ,40
23	Sud	16 Lacertae	8	3617 ,066	+2 ,516	15 ,78	+0 ,42
	Sud	ο Andromedae	17	1032 ,264	+2 ,429	15 ,29	−0 ,07
	Nord	τ Andromedae	15	7216 ,717	+2 ,762	15 ,49	+0 ,13
	Sud	γ Andromedae	21	800 ,176	+2 ,726	15 ,68	+0 ,32

Se si riuniscono i 35 valori della latitudine così ottenuti, attribuendo a tutti indistintamente egual peso, se ne ricava la media aritmetica

$$\varphi = 42^0\ 0'\ 15'',356 \pm 0'',079.$$

Questo sarebbe il valore della latitudine da assumersi nell'ipotesi che gli errori delle declinazioni adottate fossero trascurabili in confronto a quelli provenienti dall'osservazione. Ora questa ipotesi è ben lungi dal vero; ed è facile riconoscere che alcune di queste stelle, e segnatamente 39 Andromedae, 55 Andromedae, 727 BAC, 1305 BAC (quelle appunto che danno i valori più discordi per la latitudine) lasciano sussistere una considerevole incertezza nelle declinazioni concluse dalla discussione. Fortunatamente le divergenze prodotte da queste stelle si compensano mutuamente, e la media generale è assai vicina ai valori dedotti da stelle meglio determinate, sopratutto dalle tre fondamentali.

Ciononostante sarà bene fare una indagine più minuta sulle diverse cause che possono aver influito sul valore della latitudine; e dapprima vedremo se un andamento siasi verificato nelle medie serali. Abbiamo

il	3	ottobre	una	media	di	15'',193	da	3	stelle
il	4	»	»	»	»	14 ,876	»	5	»
il	5	»	»	»	»	15 ,495	»	2	»
il	6	»	»	»	»	15 ,010	»	3	»
l'	8	»	»	»	»	14 ,882	»	6	»
il	16	»	»	»	»	15 ,697	»	3	»
il	17	»	»	»	»	15 ,982	»	4	»
il	21	»	»	»	»	15 ,880	»	1	stella
il	22	»	»	»	»	15 ,762	»	4	stelle
il	23	»	»	»	»	15 ,560	»	4	»

Se di qui non appare un andamento sistematico di sera in sera, emerge invece a prima vista una differenza notevole fra i valori del primo periodo (dal 3 all'8) e quelli del secondo (dal 16 al 23); e, quando si ricordi che l'11 ottobre si è fatta l'inversione dei guanciali su cui poggiava l'asse di rotazione dell'istrumento, non sembra fuor di luogo attribuire a questa inversione il cambiamento avvenuto. La media delle 19 osservazioni

fatte nella prima posizione dei guanciali dà 15",014, quella delle 16 fatte nella seconda 15",762. Benchè la differenza sia considerevole, è lecito supporre sia eliminato ogni suo effetto dalla quasi eguale distribuzione delle osservazioni nelle due posizioni dei guanciali.

Quanto all'effetto della posizione del cerchio nei due verticali, vale a dire della direzione apparente del moto della stella nel campo, è alquanto minore. La media delle 16 osservazioni a verticale est circolo nord, verticale ovest circolo sud, è uguale a 15",094, quella delle 19 a verticale est circolo sud, verticale ovest circolo nord è uguale a 15",575. Anche qui il numero quasi uguale delle osservazioni nell'una e nell'altra posizione dell'istrumento permette di non tener conto dell'influenza di questo notevole divario, che manifestamente è analoga a quella già notata dal professore Celoria nell'osservare a questo strumento medesimo passaggi meridiani di stelle orarie e polari (1). Ciò dimostra d'altra parte l'inferiorità del metodo di Bessel rispetto a quello di Struve, nel quale la perfetta simmetria dà modo di eliminare assolutamente questa causa d'errore.

Essendoci così assicurati sulla possibilità che le diverse cause perturbatrici del risultato siano fra loro compensate, grazie alle precauzioni adottate nell'osservare, possiamo accingerci con confidenza a discutere il risultato delle osservazioni, ammettendole tutte di uguale bontà, perchè, siccome si è detto, non par lecito attribuire a ciascuna un peso dipendente dal numero dei fili osservati.

Per valutare rigorosamente l'effetto della incertezza nei valori delle declinazioni adottate, seguii il metodo indicato dal professore Schiaparelli, ed esposto nella citata memoria del dottore Raina, sulla latitudine di Milano e di Parma. Formando le medie dei valori di φ dedotti separatamente da ciascuna stella e chiamando con v la differenza fra ciascuna di queste medie ed i valori che entrano a costituirla, ebbi l'*errore medio di una osservazione* dalla formula

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{\Sigma v v}{m - k}},$$

(1) Vedansi a questo proposito le *differenze di longitudine*, nelle pubblicazioni del *R. Osservatorio di Milano*.

dove m esprime il numero totale delle osservazioni, e k il numero delle stelle osservate. Nel presente caso

$$\Sigma vv = 6{,}96 \;,\quad m = 35 \;,\quad k = 13 \;,$$

dunque

$$\varepsilon = \pm 0'',562.$$

Con questo valore di ε dedussi l'error medio x di una declinazione, necessario per esprimere le inverse dei pesi da assegnare a ciascuna stella, o, ciò che è lo stesso, i quadrati degli errori medii della latitudine dedotti da ogni stella. Questo procedimento mi condusse per tre approssimazioni successive al valore

$$x^2 = 0'',278 \,,$$

essendosi per prima approssimazione presa la media di tutte le latitudini date dalle varie stelle, senza riguardo ai pesi, e non differendo la terza dalla seconda se non di tre unità della terza cifra decimale.

Segue il quadro delle latitudini date dalle singole stelle coi rispettivi pesi.

Stella	Osservazioni	Latitudine	Peso
23 Andromedae	1	42° 0′ 16″,290	1,684
ν Andromedae	4	15 ,348	2,801
39 Andromedae	1	16 ,200	1,684
υ Andromedae	3	15 ,197	2,611
τ Andromedae	6	15 ,327	3,021
55 Andromedae	2	14 ,190	2,294
727 BAC	2	16 ,820	2,294
12 Persei	2	15 ,320	2,294
1305 BAC	1	14 ,700	1,684
16 Lacertae	2	14 ,890	2,294
γ Andromedae	5	15 ,342	2,933
ο Andromedae	4	15 ,340	2,801
β Persei	2	15 ,420	2,294

Facendo la media di queste latitudini, a ciascuna attribuendo il peso rispettivo, e calcolando l'errore probabile del risultato colla formula

$$r = 0{,}6745 \frac{1''}{\sqrt{p}} ,$$

il che vale quanto porre uguale ad 1″ l'error medio corrispondente all'unità di peso, si ottiene il seguente valore definitivo della

Latitudine della Stazione Astronomica di Termoli

$$= 42° \; 0',15'',385 \pm 0'',122 \; .$$

Riducendo al segnale trigonometrico questo valore, cogli elementi forniti dal dottor Guarducci, e colle dimensioni besseliane dello sferoide terrestre, abbiamo

$$\varphi = \mathbf{42° \; 0' \; 29'',734 \pm 0'',122.}$$

Sulla fusibilità dei minerali;
Nota di Giorgio Spezia

In un precedente lavoro (1) io ebbi occasione di accennare al vantaggio di usare per la fusibilità dei minerali maggiore temperatura di quella che si ottiene col cannello. Detto carattere ha una certa importanza nella determinazione di essi sebbene il grado ne sia indicato solo approssimativamente.

Sino ad ora nelle opere mineralogiche, le quali trattano la parte descrittiva dei minerali, la fusibilità fu sempre riferita alla temperatura massima fornita dal cannello ferruminatorio ed il grado alla scala di Kobell.

Perciò vi ha una serie di minerali che sono detti infusibili, i quali, se si distinguono per la loro infusibilità dai fusibili, non

---

(1) *Cenni geognostici e mineralogici sul gneiss di Beura*, 1882. Atti Acc. Torino, vol. XVII.

si distinguono più per lo stesso carattere fra di loro, come sarebbero a cagione d'esempio frammenti di Quarzo, di Fenachite. di Corindone incoloro o di Leucite.

A me parrebbe quindi utile che i mineralisti estendessero il carattere della fusibilità anche ai minerali infusibili al cannello ordinario adoperando altre sorgenti di maggior calore.

E proporrei di indicare un grado maggiore di fusibilità riferendola anche al cannello ad aria calda ed al cannello a gas ossigeno, adoperando in entrambi come combustibile il gas-luce.

Coll'impiego di tali sorgenti calorifere non si potrà certamente ovviare all'incertezza di determinazione che s'incontra nel cannello ordinario. quando si è al limite della minima fusibilità (1), per la differente temperatura che si può ottenere, dipendendo questa dalla quantità d'aria immessa nella fiamma nell'unità di tempo, e perciò dal diametro del forellino alla punta del cannello e dalla forza polmonare individuale di ciascun operatore. Ma ad ogni modo si avrà sempre una maggior temperatura e si potrà indicare un più alto grado di fusibilità.

Credo inutile dimostrare, essendo nota, l'enorme differenza di temperatura che si ha adoperando come comburente ossigeno puro invece di aria.

Dimostrerò invece quella che esiste fra il cannello ordinario e quello ad aria calda col quale si hanno già notevoli differenze nella fusibilità dei minerali.

Da esperienze che io feci col cannello ordinario, imprimendo all'aria una pressione corrispondente ad una colonna di 30 millimetri di mercurio, ho potuto formare un globulo di fusione sulla punta di un filo di platino del diametro di millim. 0,24. Il filo di platino deve essere posto in modo che per un certo tratto la lunghezza di esso coincida coll'asse della fiamma ; il che si ottiene piegando il filo ad angolo retto, immergendo un lato nella fiamma e tenendo l'altro in mano.

Io credo poi che la pressione colla quale l'operatore può continuare senza stancarsi non deve essere superiore ai 30 millimetri di mercurio.

Per l'esperienza con l'aria calda io presi un cannello di Fletscher rendendovi circolare con un foglio di platino l'aper-

(1) A cagion d'esempio la calamina (idrosilicato di zinco) in alcuni trattati è ritenuta per infusibile, in altri per difficilmente fusibile.

tura ovale per l'uscita del gas e ponendovi una punta di platino come al cannello ordinario per l'aria, e poi soffiando colla bocca alla stessa pressione di 30 millimetri di mercurio, ottenni il globulo sopra un filo di platino di millimetri 0,40 di diametro.

L'aria in detto cannello, prima d'arrivare alla fiamma di gas, passa per un tubo a spirale che avvolge quello diritto adduttore del gas, ed è riscaldato al calor rosso oscuro. La parte del tubo a spirale sottoposta al calore ha, calcolandola svolta, la lunghezza di 30 centimetri, ed il diametro interno di 3 millimetri; il diametro del forellino della punta di platino era di mill. 0,38.

Ho poi ripetute le due dette esperienze di paragone adoperando lo stesso cannello Fletscher per avere identiche tutte le condizioni, e facendo la prima esperienza senza riscaldare l'aria, e la seconda col sottoporla al calore. I risultati ottenuti dimostrarono la stessa differenza di temperatura.

Per le esperienze col cannello ad ossigeno usai lo stesso cannello Fletscher senza riscaldamento, facendo passare pel tubo dell'aria l'ossigeno puro mediante tubo unito ad un gasometro, nel quale mantenevo la pressione di circa 25 millimetri di mercurio. Volendo, si può aumentare la temperatura riscaldando anche l'ossigeno.

Le esperienze da me fatte non si estesero a tutti i minerali dichiarati infusibili al cannello ordinario, ma ad una parte di essi operando su frammenti di cristallo pei minerali cristallizzati. Altri potrà completare l'esperienza.

Alla fusibilità ho aggiunto naturalmente un cenno sui prodotti di essa perchè caratteristici per distinguere alcuni minerali. È noto sin d'ora come sia sorprendente la facilità colla quale alcuni minerali cristallizzano quando allo stato di fusione si tolgono repentinamente dal calore. E con un ingrandimento di 36 diametri e talvolta con la sola lente si può osservare distintamente la struttura cristallina sulla superficie della massa globulare.

Perciò, adoperando sorgenti di maggior temperatura anche pei minerali difficilmente fusibili al cannello ordinario, si possono talvolta osservare in piccola scala le modificazioni molecolari dei minerali fusi. Per esempio: facendo fondere col cannello ad ossigeno una scheggia di serpentino di Snarum io potei col microscopio facilmente osservare, sulla superficie della massa fusa e rapidamente raffreddata, molte prominenze cristalline, ciascuna

delle quali presentava un vertice di quattro faccie, disposte con simmetria rombica, analoghe a quelle ottenute dal Cossa (1) col serpentino di Favaro.

In alcuni casi al cannello con aria calda sperimentai sia colla fiamma ossidante (FO), che con quella riducente (FR). E noto che per fiamma riducente non adoperai la bianca suggerita pel cannello ordinario come molto riducente per il carbonio sospeso in essa, e che si ottiene con debole corrente d'aria e mantenendo la punta del cannello quasi fuori della fiamma, ma feci uso dell'azzurra interna, la quale possiede ancora facoltà riducenti per l'ossido di carbonio, il quale è attivissimo quando la riduzione necessita un'alta temperatura.

I seguenti minerali furono sperimentati prima tutti al cannello ad aria calda e poi gl' infusibili o difficilmente fusibili a questo, li sottoposi al calore del cannello ad ossigeno.

Cannello ad aria calda.

Molibdenite. — Infusibile alla FO, alla quale prende un colore nero violaceo e consuma; parimenti infusibile alla FR.

Zincite. — Infusibile alla FO ed alla FR annerisce e si fonde assai difficilmente sui bordi.

Corindone. — Infusibile.

Menaccanite. — Infusibile alla FO ed alla FR fonde facilmente in massa nera di splendore metallico.

Quarzo. — Infusibile.

Zircone. — Infusibile.

Cassiterite. — Alla FR i bordi della scheggia si smussano e si arrotondano non per fusione ma per consumo, e si forma un deposito bianco sulle pinzette (2).

---

(1) *Ricerche chimiche e microscopiche su roccie e minerali d'Italia.* Torino, 1881.

(2) Lo stesso risultato si ottiene facilmente, sebbene con minore intensità, anche al cannello ordinario; ed io ritengo, che il consumo del minerale ed il deposito successivo sulle pinzette provenga da riduzione della Cassiterite e successiva rapida ossidazione dello stagno. In ogni caso tale modo di comportarsi della Cassiterite al cannello non credo permetta di dirla inalterabile, come è scritto in molti autorevoli trattati di mineralogia.

Rutilo. — Alla FO non fonde, ma annerisce un poco, ed alla FR segna assai difficilmente un principio di fusione in smalto nero.
Anatasio. — Come il Rutilo.
Brookite. — Come il Rutilo.
Pirolusite. — Alla FO prende colore rossastro, ma non fonde, alla FR fonde in smalto nero (1).
Brucite. — Diventa bianco opaco, ma non fonde.
Diasporo. — Segna un principio di fusione in vetro bolloso incoloro.
Opale jalite. — Diventa prima bianco opaco screpolandosi in minuti frammenti i quali, senza fondere, acquistano ai bordi la trasparenza.
Crisoberillo. — Infusibile
Spinello balascio. — Infusibile.
Spinello violaceo (d'Aker). — Infusibile.
Spinello pleonasto. — Infusibile.
Gahnite. — Infusibile.
Franklinite. — Fusibile in smalto nero.
Cromite. — Infusibile.
Hausmannite. — Infusibile alla FO, e fusibile in smalto nero alla FR.
Parisite. — Prende un colore rossastro opaco, ma non fonde.
Alluminite. — Fonde difficilmente in vetro bianco.
Alunite. — Diventa trasparente e d'aspetto vetroso ai bordi senza che questi mutino forma.
Columbite (di Craveggia). — Fonde facilmente in smalto nero.
Wavellite. — Un frammento fibroso fonde assai difficilmente in smalto bianco sulla punta delle fibre in cui si divide pel calore.
Childrenite. — Fonde facilmente (2).
Cianite. — Imbianca, ma non fonde.
Sillimanite. — Infusibile.
Topazzo. — Fonde difficilmente ai bordi in vetro bianco.
Staurolite. — Fonde assai difficilmente in smalto nero senza formare globulo.
Tormalina rosea. — Fonde in smalto bianco.
Gadolinite. — Fonde in smalto bruno.

(1) Tale fusione si può ottenere anche col cannello ordinario.
(2) Fonde difficilmente al cannello ordinario, come già asserì Brush.

Olivina (colore verde chiaro). — Infusibile.
Condrodite (di Norwich). — Infusibile.
Cerite. — Alla FO ingiallisce poi annerisce sui bordi, e alla FR fonde in smalto bruno.
Calamina. — Fonde facilmente in smalto bianco.
Fenachite. — Infusibile.
Dioptasia. — Alla FO non fonde, ma annerisce, ed alla FR è parimenti infusibile, ma prende un colore rossastro.
Leucite. — Fonde in vetro incoloro.
Cloropale. — Annerisce ai bordi senza fondere.
Perowskite. — Infusibile.

Cannello ad ossigeno.

Molibdenite. — Fonde in massa nera spandendo fumi bianco giallastri e formando deposito bianco cristallino sulla pinzetta.
Zincite. — Fonde facilmente in massa nera con deposito sul frammento stesso di lamine esagonali giallognole trasparenti.
Corindone armofane. — Fonde in globulo giallo rossastro a superficie cristallina.
Corindone rubino. — Fonde in globulo roseo che ha superficie cristallina con dendriti di romboedri. Il colore roseo appare dopo il raffreddamento.
Quarzo. — Fonde facilmente in vetro incoloro.
Zircone. — Diventa bianco opaco, ma non fonde, e gli spigoli rimangono distinti. Solamente col riscaldare l'ossigeno ho potuto ottenere una fusione superficiale in smalto bianco.
Cassiterite. — Consuma rapidamente formando deposito cristallino bianco, che al microscopio si presenta costituito sia da cristalli aciculari prismatici terminati da piramidi acute, incolori e con splendore adamantino, sia da aggregati cristallini prodotti da accrescimenti paralleli di ottaedri.
Rutilo. — Fonde facilmente in smalto rossastro, e con difficoltà lascia sul frammento un deposito giallo cristallino.

Anatasio. — Come il Rutilo.
Brookite. — Come il Rutilo.
Brucite. — Imbianca, consuma sui bordi, ma non fonde.
Diasporo. — Fonde facilmente in massa quasi incolora a superficie cristallina.
Opale jalite. — Fonde facilmente in vetro bolloso.
Crisoberillo. — Fonde facilmente in globulo verde oscuro che raffreddandosi cristallizza e assume struttura poliedrica per minuti cristalli aciculari che s'intrecciano. Col cannello a ossigeno riscaldato potendosi avere più fluidità di maggior quantità di sostanza, vidi che cristallizzando emergevano dalla superficie delle lamine di circa un millimetro di lunghezza.
Spinello balascio. — Fonde in globulo bianco roseo a superficie cristallina per dendriti di ottaedri.
Spinello violaceo (d'Aker). — Fonde in globulo nerastro con bellissime dendriti di ottaedri.
Spinello pleonasto. — Fonde in globulo nero lucente a superficie cristallina.
Gahnite. — Fonde in globulo biancastro a superficie cristallina.
Cromite. — Fonde difficilmente in smalto nero a superficie rugosa.
Parisite. — Fonde facilmente in smalto giallo.
Cianite. — Fonde facilmente in smalto bianco.
Sillimanite. — Fonde facilmente in smalto bianco.
Topazzo. — Fonde facilmente con forte ribollimento in globulo biancastro a superficie rugosa.
Staurolite. — Fonde facilmente con forte ribollimento in globulo nero.
Olivina. — Fonde facilmente in vetro nerastro.
Fenachite. — Fonde facilmente in massa bianca a superficie rugosa.
Dioptasia. — Fonde facilmente in smalto rossastro.
Cloropale. — Fonde facilmente in smalto nero.
Perowskite. — Fonde in vetro giallastro.

Da dette esperienze mi sembra che il vantaggio che si ottiene sia tale da suggerire nella descrizione dei minerali anche la fusibilità al cannello ad aria calda e ad ossigeno. Perchè se la temperatura del cannello ordinario restringe a pochi i minerali infusibili, tuttavia ve ne sono ancora fra questi di quelli,

che si distinguono per il loro differente grado di fusibilità riferito a più alta temperatura. e pei relativi prodotti di fusione.

Infatti credo siano prova del mio asserto i seguenti esempi di confronto.

Aria calda.	**Ossigeno.**
Quarzo jalino. — Infusibile.	Fusibile in vetro incoloro.
Zircone incoloro. — Infusibile.	Diventa bianco opaco, ma non fonde.
Leucite. — Fusibile.	
Topazzo incoloro. — Assai difficilmente fusibile.	Fusibile con forte ribollimento.
Rutilo. — Infusibile.	Fonde in smalto rossastro.
Staurolite. — Assai difficilmente fusibile.	Fonde in smalto nero con ribollimento.
Crisoberillo. — Infusibile.	Fonde e si raffredda formando un aggregato cristallino.
Olivina. — Infusibile.	Fonde in smalto nero.

A me pare quindi che, se la fusibilità dei minerali può essere tenuta in considerazione come un carattere per la loro determinazione. non vi sia ragione di fare un gruppo di minerali infusibili, come avviene adoperando il cannello ordinario, e di non tener conto della fusibilità a maggior temperatura.

Sopra due punti della « Theorie der binären algebraischen Formen » del Clebsch; Osservazioni di E. D'Ovidio.

L'opera del Clebsch: « *Theorie der binären algebraischen Formen* » ha reso segnalati servigi ai cultori della teoria delle forme e delle sue applicazioni geometriche, e molti è ancora in grado di renderne. E però mette conto di esaminarla con ponderazione, e di rilevare anche quei punti nei quali essa presenta qualche lacuna od inesattezza. Io mi propongo di indicare due di questi punti, suggerendo le modificazioni che valgono a fortificarli contro ogni obbiezione. L'uno riguarda una nota formola del Gordan in un caso particolare, l'altro la discussione delle soluzioni di una equazione biquadratica.

I.

Nel § 7 l'Autore, dopo aver dimostrata la formola del Gordan, che dà lo sviluppo di una forma a due coppie di variabili $x_1\,x_2$, $y_1\,y_2$ secondo le potenze ascendenti del determinante $(xy) = x_1\,y_2 - x_2\,y_1$, enuncia il seguente teorema, dovuto allo stesso Gordan:

Se una forma è simmetrica rispetto a due coppie di variabili $\mathrm{x}_1\,\mathrm{x}_2$, $\mathrm{y}_1\,\mathrm{y}_2$, *nello sviluppo di essa secondo le potenze del determinante* (xy) *delle due coppie, moltiplicate per delle polari di forme contenenti una sola delle due coppie, entreranno solo termini con potenze pari di quel determinante.*

Nella dimostrazione è asserito che i coefficienti delle singole potenze di (xy) sono simmetrici rispetto alle x ed alle y. Ma ciò è chiaro solo pei coefficienti delle potenze pari.

Infatti, se $f = f(x_1\,x_2,\, y_1\,y_2)$ è la data forma, la quale nella ipotesi attuale è dello stesso ordine n nelle x e nelle y, si ha

$$f = \Delta^n D^n f + \alpha_1 (xy)\,\Delta^{n-1} D^{n-1}\Omega f + \alpha_2 (xy)^2 \Delta^{n-2} D^{n-2}\Omega^2 f + \cdots + \alpha_n (xy)^n\, \Omega^n f.$$

dove

$$\Delta\varphi=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}y_1+\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}y_2\right),\quad D\varphi=\frac{1}{\nu}\left(\frac{\partial y}{\partial y_1}x_1+\frac{\partial\varphi}{\partial y_2}x_2\right),$$

$$\Omega\varphi=\frac{1}{\mu\nu}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1\partial y_2}-\frac{\partial_2\varphi}{\partial x_2\partial y_1}\right),$$

φ essendo una forma di ordine μ nelle x e di ordine ν nelle y, e dove inoltre le α sono costanti dipendenti solo da n.

Ora il 1° termine $\Delta^n D^n f(x_1 x_2, y_1 y_2)$, scambiandovi le x con le y, diviene $D^n \Delta^n f(y_1 y_2, x_1 x_2)$; e siccome la f è simmetrica rispetto alle x ed y, così è facile vedere che esso non ha mutato valore. Siccome poi pel detto scambio Ωf si muta in $-\Omega f$, così $\Omega^2 f$ non muta, e però il coefficiente del 3° termine, $\alpha_2 \Delta^{n-2} D^{n-2} \Omega^2 f$, si trova nelle stesse condizioni del 1°. E lo stesso dicasi dei coefficienti dei successivi termini di posto dispari.

Ma il coefficiente del 2° termine, $\alpha_1 \Delta^{n-1} D^{n-1} \Omega f$, per lo scambio delle x con le y diviene $-\alpha_1 D^{n-1} \Delta^{n-1} \Omega f$, e non si scorge che questa espressione equivalga alla primitiva. Tuttavia possiamo dimostrare che questo coefficiente è nullo.

Infatti, essendo Ωf funzione alternata delle x, y, essa conterrà il fattore (xy), e potrà porsi

$$\Omega f=(xy)f_1,$$

dove f_1 è una forma di ordine $n-2$ nelle x e nelle y, simmetrica rispetto ad esse. Ora si ha

$$D^{n-1}\Omega f=D^{n-1}\Big[(xy)f_1\Big]=\frac{1}{n}D^{n-2}\Big[D(xy)\cdot f_1+(xy)Df_1\Big]$$
$$=\frac{1}{n}D^{n-2}\Big[(xy)Df_1\Big]=\cdots=\frac{1}{n}D\Big[(xy)D^{n-2}f\Big]=0.$$

Dunque nello sviluppo di f mancherà il 2° termine (*).

E siccome

$$\frac{f-\Delta^n D^n f}{(xy)^2}=\alpha_2\Delta^{n-2}D^{n-2}\Omega^2 f+\alpha_3(xy)\Delta^{n-1}D^{n-3}\Omega^3 f+\cdots$$

è una forma nelle stesse condizioni della proposta f; così nel

(*) Debbo questa dimostrazione all'egregio Prof. G. Loria, al quale avevo fatto notare l'imperfezione del ragionamento del Clebsch.

suo sviluppo mancherà il 2° termine, onde nello sviluppo di f mancherà il 4° termine. E lo stesso avverrà dei successivi termini di posto pari.

Così il teorema è pienamente dimostrato (*).

Accanto al precedente teorema è utile porre quest'altro:

Se una forma a due coppie di variabili $x_1 x_2$, $y_1 y_2$ *è alternata rispetto a queste due coppie, nel suo sviluppo secondo le potenze ascendenti di* (xy), *moltiplicate per delle polari di forme contenenti una soltanto delle due coppie, entreranno solo potenze dispari di* (xy).

Infatti, allora f è divisibile per (xy), e il quoziente è una forma simmetrica rispetto alle x ed alle y, nel cui sviluppo entreranno quindi solo potenze pari di (xy); conseguentemente nello sviluppo di f entreranno solo potenze dispari di (xy).

II.

Nel § 44 il Clebsch si occupa della risoluzione della equazione

$$\Omega(\varkappa\lambda) = \varkappa^3 - \tfrac{1}{2} i \varkappa \lambda^2 - \tfrac{1}{3} j \lambda^3 ,$$

cui dà luogo la forma di 4° ordine

$$f = a_0 x_1^4 + 4 a_1 x_1^3 x_2 + 6 a_2 x_1^2 x_2^2 + 4 a_3 x_1 x_2^3 + a_4 x_2^4$$
$$= a_x^4 = b_x^4 = \cdots$$

quando si ponga

$$H = (a b)^2 a_x^2 b_x^2 = H_x^4 = H'_x{}^4 = \cdots ,$$
$$i = (a b)^4, \qquad j = (a H)^4 = (a b)^2 (a c)^2 (b c)^2 ,$$
$$T = (a H)\, a_x^3 H_x^3 = T_x^6 = T'_x{}^6 = \cdots$$

L'Autore suppone che i coefficienti di f, e quindi anche i, j, R, siano reali, e che sia

$$R = \tfrac{1}{27}(i^3 - 6 j^2) \gtrless 0 ,$$

sicchè le tre radici

$$\varkappa : \lambda = m , m', m''$$

(*) Il Gordan (*Math. Ann.*, III) dimostra altrimenti la sua formola e il teorema in quistione, partendo dalla notazione simbolica $f = r_x^m s_y^n$.

sono distinte; e pone la relazione di CAYLEY, cioè

$$-2\,T^2 = \Omega(H, -f),$$

sotto la forma

$$-2\,T^2 = (H + mf)\,(H + m'f)\,(H + m''f)\,.$$

Qui l'Autore dice che i tre fattori del 2° membro sono quadrati perfetti, come il 1° membro, poichè in generale essi sono a due a due privi di fattori comuni, altrimenti anche H e f avrebbero fattori comuni.

Ora si può obbiettare: non esser evidente che la presenza di un fattor comune a H e f sia incompatibile con l'ipotesi $R \gtrless 0$.

Per rispondere a questa obbiezione, osserviamo che, se H e f hanno un fattor comune, sarà sempre lecito assumere come tale x_1, ed allora sarà $a_4 = 0$ e $H_2^4 = 2\,(a_2 a_4 - a_3^2) = 0$, onde $a_3 = 0$; quindi sarà $i = 6\,a_2^2$, $j = -6\,a_2^3$, e finalmente $R = 0$. Inoltre osserviamo che allora f ha il fattore x_1^2, e che, essendo $4\,H_1 H_2^3 = 2\,(a_1 a_4 - a_2 a_3) = 0$, $6\,H_1^2 H_2^2 = 2\,(a_0 a_4 + 2\,a_1 a_3 - 3\,a_2^2) = -6\,a_2^3$, anche H ha il fattore x_1^2; ma nè f nè H hanno il fattore x_1^3, finchè a_2 non è nullo. Insomma:

Se f *e* H *hanno un fattor lineare comune, questo sarà fattore due volte in entrambe, e* R *sarà nullo.*

In conseguenza, l'ipotesi $R \gtrless 0$ implica che f e H non abbiano fattori comuni, e quindi che

$$H + mf\,, \quad H + m'f\,, \quad H + m''f$$

siano tre forme non identicamente nulle e prive di fattori comuni a due di esse, e quindi ancora che T non sia identicamente nulla.

Soltanto adesso si può porre

$$H + mf = -2\,\varphi^2, \quad H + m'f = -2\,\psi^2, \quad H + m''f = -2\,\chi^2,$$

φ, ψ, χ essendo forme quadratiche, le quali a due a due non hanno fattori comuni.

Verso la fine del § 45 l'Autore vuol provare, benchè troppo tardi, che f e H non hanno fattori comuni per $R \gtrless 0$. Ma egli appoggia la sua argomentazione sulle forme φ, ψ, χ, mentre per definir queste ha già supposto f e H prime fra loro.

Qui è opportuno ricordare che il criterio enunciato in fine del § 47, per distinguere il caso in cui l'equazione $f = 0$ ha

quattro radici reali da quello in cui ne ha quattro complesse, è errato; ma fu subito rettificato dallo stesso CLEBSCH (*), e poi perfezionato dal NOETHER (**). Eccone l'enunciato completo:

Quando R *è positivo, le radici dell'equazione* $f = 0$ *sono distinte, e possono darsi due casi:*

1° *che sia contemporaneamente* H *negativo e* $H^2 - \frac{1}{6} i f^2$ *positivo per una (e quindi per ciascuna) coppia di valori reali non entrambi nulli di* $x_1 x_2$*: allora le radici sono reali;*

2° *che non sia contemporaneamente* H *negativo e* $H^2 - \frac{1}{6} i f^2$ *positivo: allora le radici sono complesse.*

Il Noether ne deduce il teorema:

Se le radici dell'equazione $f = 0$ *sono reali e distinte, quelle della* $H = 0$ *saranno complesse* (***).

Poichè, egli osserva, se le radici di $f = 0$ sono reali e distinte, H sarà negativo per tutti i valori reali di $x_1 x_2$, e però $H = 0$ non sarà soddisfatta da valori reali di $x_1 : x_2$.

Il teorema inverso non sussiste.

III.

Veniamo al § 48, che è dedicato allo studio del caso $R = 0$. L'Autore, visto che allora può assumersi

$$m = 2 \frac{j}{i}, \qquad m' = m'' = - \frac{j}{i},$$

(*) Vedasi l'errata-corrige in fondo al volume.

(**) Vedasi la nota a pagina 226 della traduzione tedesca della « *Théorie des formes binaires* » del ch.° Prof. FAÀ DI BRUNO.

Avverto che tutte le osservazioni che vado facendo sull'opera del CLEBSCH valgono anche per la citata traduzione di quella del FAÀ DI BRUNO, poichè ivi è riprodotta l'analisi del CLEBSCH senza modificazioni.

Lo stesso dicasi delle «*Vorlesungen über Geometrie*» di CLEBSCH-LINDEMANN.

(***) Il CLEBSCH presuppone noto, in base ai §§ 29 e 41, che R è il discriminante di f (anzi di $\varkappa f + \lambda H$, per $\varkappa \lambda$ diverso da $m m', m''$). Ma la discussione che egli svolge nei §§ 44 e seguenti regge indipendentemente dal conoscere che R sia il discriminante di f; anzi può servire a dimostrarlo. Volendo regolarsi secondo questo intento, bisognerà portare in ultimo posto questo teorema del NOETHER, poichè il suo enunciato presuppone noto che R è il discriminante di f.

dice che quindi sarà $\psi = \chi$, e introduce senz'altro questa ipotesi nelle varie formole e relazioni svolte nei §§ precedenti, nei quali era $R \gtreqless 0$.

Ma una tale argomentazione manca di base; poichè l'esistenza delle funzioni ψ, χ e delle altre formole e relazioni dianzi esposte si fondava sull'ipotesi $R \gtreqless 0$. Adunque, benchè le conclusioni dell'Autore siano esatte, pure è necessario tenere un altro procedimemento per giungere ad esse. Ciò facendo, avrò cura altresì di meglio definire i caratteri dei singoli sotto-casi.

Sia dapprima $R = 0$, senza che sia nullo i e quindi neanche j, e senza che sia T identicamente nullo.

Allora la relazione $-2\,T^2 = \Omega\,(H, -f)$, che è vera sempre, diviene

$$-2\,T^2 = (H + mf)\,(H + m'f)^2 .$$

Essa mostra che $H + mf$, $H + m'f$ non sono identicamente nulli, e che $-(H + mf)$ è un quadrato; cosicchè può assumersi

$$H + mf = -2\,\varphi^2 ,$$

$\varphi = \varphi_x^2$ essendo una certa forma quadratica a coefficienti reali, la quale si può calcolare mediante una divisione od una estrazione di radice quadrata, essendo

$$\varphi = \pm \frac{T}{H + m'f} , \qquad \varphi = \sqrt{-\frac{H + mf}{2}} .$$

Ma non si scorge immediatamente che anche $H + m'f$ sia un quadrato, e meno ancora che sia un biquadrato.

A ciò si perviene osservando che, l'Hessiano di $\varkappa f + \lambda H$ essendo

$$\tfrac{1}{3}\frac{\partial \Omega}{\partial \varkappa} H - \tfrac{1}{3}\frac{\partial \Omega}{\partial \lambda} f ,$$

ed annullandosi $\dfrac{\partial \Omega}{\partial \varkappa}$, $\dfrac{\partial \Omega}{\partial \lambda}$ per $\varkappa : \lambda = m'$ radice doppia di $\Omega = 0$, sarà l'Hessiano di $H + m'f$ identicamente nullo; e però $H + m'f$ sarà un biquadrato (giusta il teorema: *Se* H $= 0$, f *è un biquadrato o è nulla, e viceversa;* teorema che il Clebsch dimostra in fine del §, ma che può invece portarsi in principio con la relativa dimostrazione).

Porremo dunque

$$H + m'f = -2\xi^4,$$

$\xi = \xi_x$ essendo una forma lineare; la quale si potrà calcolare mediante l'estrazione di una radice quarta o di due radici quadrate successive da $-\dfrac{H + m'f}{2}$.

Indi osserveremo che la 4ª spinta di $H + mf$ su $H + m'f$ è $(HH')^4 + (m + m')(aH)^4 + mm'(ab)^4$, ossia $\dfrac{gR}{2i}$ (*), ossia zero; onde sarà zero anche la 4ª spinta di $-2\varphi^2$ su $-2\xi^4$, cioè $4[(\varphi\xi)^2]^2$; e però sarà $(\varphi\xi)^2 = 0$, vale a dire che φ conterrà il fattore ξ; cosicchè potremo porre

$$\varphi = \xi\eta,$$

$\eta = \eta_x$ essendo una forma lineare.

Potremo poi assumere

$$T = 2\varphi\xi^4 = 2\xi^5\eta,$$

con che sarà fissato il segno che avevamo lasciato ambiguo nelle due espressioni di φ.

Ciò posto, la 1ª spinta di $H + mf$ su $H + m'f$ è $(m - m')(aH)a_x^3H_x^3$, ossia $(m - m')T$, ossia $2(m - m')\xi^5\eta$: ed a questa equivarrà la 1ª spinta di $-2\varphi^2$ su $-2\xi^4$, che è

$$4(\varphi\xi)\varphi_x \cdot \varphi\xi^3, \quad \text{ossia} \quad 4(\varphi\xi)\varphi_x \cdot \xi^4\eta;$$

dunque avremo la relazione

$$(\varphi\xi)\varphi_x = \tfrac{1}{2}(m - m')\xi \quad (^{**}).$$

Di qui segue

$$(\varphi\xi)(\varphi\varphi')\varphi_x' = \tfrac{1}{2}(m - m')(\xi\varphi)\varphi_x = -\tfrac{1}{4}(m - m')^2\xi.$$

(*) Poichè, com'è noto, $(HH')^4 = \frac{1}{6}i^2$, $m + m' = \dfrac{j}{i}$, $mm' = -\dfrac{2j^2}{i^2}$.

(**) Questa relazione prende il posto della $(\varphi\psi)\varphi_x\psi_x = \frac{1}{2}(m - m')\chi$ e delle analoghe, relative al caso R 0, date dal Clebsch nel § 45 ed abusivamente applicate quando $R = 0$. Cade anche la dimostrazione delle relazioni

$$A_{01} = 0, \ldots, A_{00} = -\tfrac{1}{2}(m - m')(m - m''), \ldots$$

onde

$$-\tfrac{1}{2}(m-m')^2\xi=(\varphi\varphi')(\varphi\xi)\varphi_x'+(\varphi'\varphi)(\varphi'\xi)\varphi_x$$
$$=(\varphi\varphi')\Big[(\varphi\xi)\varphi_x'-(\varphi'\xi)\varphi_x\Big]=(\varphi\varphi')^2\xi,$$

e però (non essendo ξ identicamente nulla)

$$(\varphi\varphi')^2=-\tfrac{1}{2}(m-m')^2=-\frac{gj^2}{2i^2}<0\;;$$

cosicchè φ non è un quadrato, e per conseguenza ξ e η sono due forme distinte.

Nulla vi è a ridire sulle formole:

$$f=\tfrac{2}{3}\,\frac{i}{j}\,\xi^2(\xi^2-\eta^2)\,,$$

$$H=-\tfrac{2}{3}\,\xi^2(2\,\xi^2+\eta^2)\,,$$

$$\varkappa f+\lambda H=\tfrac{2}{3}\,\frac{1}{j}\,\xi^2\Big[(\varkappa i-2\lambda j)\,\xi^2-(\varkappa i+\lambda j)\,\eta^2\Big].$$

Soltanto farò un'osservazione: Poichè $H+m'f=-2\,\xi^4$, il segno di $H+m'f$ si conserva lo stesso per tutte le coppie di valori reali di $x_1\,x_2$ (non entrambi nulli). Secondo che $H+m'f$ è negativo o positivo (ovvero: secondo che $H+m'f$ ha i coefficienti di posto dispari negativi o positivi), i coefficienti di ξ saranno numeri reali o numeri reali moltiplicati per $\sqrt[4]{-1}$; e i coefficienti di η nel 1° caso saranno numeri reali, nel 2° numeri reali moltiplicati per $(\sqrt[4]{-1})^3$. Quanto a $\xi^2-\eta^2$, esso nel 1° caso si scinde in due fattori a coefficienti reali $\xi+\eta$, $\xi-\eta$; e nel 2° caso prende la forma $(\xi'^2+\eta'^2)\sqrt{-1}$, ponendo $\xi=\xi'\sqrt[4]{-1}$, $\eta'=\eta(\sqrt[4]{-1})^3$, e quindi essendo reali i coefficienti delle forme lineari ξ', η'; sicchè allora $\xi^2-\eta^2$ si scinde in due fattori a coefficienti complessi coniugati, $\xi'+\eta'\sqrt{-1}$, $\xi'-\eta'\sqrt{-1}$ (oltre $\sqrt{-1}$). Per $2\,\xi^2+\eta^2$ avverrà il contrario.

Dunque:

Se è nullo R, *senza che siano nulli* i, j, *e senza che sia identicamente nullo* T; *la equazione* f $=0$ *avrà una radice doppia reale, che sarà doppia anche per la* H $=0$ *e sarà quintupla per la* T $=0$. *Le altre due radici della* f $=0$ *possono*

essere reali e distinte o complesse, secondo che j f — i H *ha il segno di* i *per una e quindi per ciascuna coppia di valori reali* x_1 x_2 (*od altrimenti: secondo che* j f — i H *ha i coefficienti di posto dispari del segno di* i *o del segno opposto*); *e le altre due radici della* H = 0 *saranno rispettivamente complesse o reali e distinte. Quelle e queste saranno poi armoniche rispetto alla radice multipla ed alla rimanente radice di* T = 0.

IV.

Sia ora $R = 0$, senza che sia nullo i e quindi neanche j; ma sia T identicamente nullo.

Allora la relazione

$$-2T^2 = \Omega(H, -f) = (H + mf)(H + m'f)^2$$

mostra che H non è identicamente nullo, e che uno dei due $H + mf$, $H + m'f$ è identicamente nullo, sicchè H e f hanno gli stessi fattori. Ma si è dimostrato innanzi che ogni fattore comune a f e H è almeno doppio in f; e d'altra parte f non è un biquadrato, altrimenti H sarebbe nullo, come pure si è dimostrato innanzi. Dunque f sarà il quadrato di una forma quadratica che non è un quadrato.

Posto

$$\varphi = \varphi_x^2 = \sqrt{f}, \quad r = (\varphi\varphi')^2,$$

si ha

$$a_x^3 a_y = \varphi_x^2 \cdot \varphi_x' \varphi_y', \quad a_x^2 a_y^2 = \varphi_x^2 \cdot \varphi_y'^2 - \tfrac{1}{3} r (xy)^2 ;$$

e quindi

$$H = (a\varphi)^2 a_x^2 \varphi_x'^2 - \tfrac{1}{3} r a_x^4 = r\varphi^2 - \tfrac{1}{3} r\varphi^2 = \tfrac{2}{3} r\varphi^2,$$

$$i = (a\varphi)^2 (a\varphi')^2 = r^2 - \tfrac{1}{3} r^2 = \tfrac{2}{3} r^2,$$

$$j = (aH)^4 = \tfrac{2}{3} r i = \tfrac{4}{9} r^3,$$

$$m = \tfrac{4}{3} r, \qquad m' = -\tfrac{2}{3} r ;$$

onde risulta identicamente nullo $H + m'f$.

Raccogliendo i risultati ottenuti, concludiamo:

Se è nullo R *senza che siano nulli* i, j, *e se inoltre è nullo identicamente* T; *l'equazione* f = 0 *ha due radici doppie, che possono essere reali e distinte o complesse coniugate, secondo che* f *ha il segno opposto a quello di* j *o lo stesso per una e quindi per ciascuna coppia di valori reali di* $x_1 x_2$ (*od altrimenti: secondo che* f *ha i coefficienti di posto dispari del segno opposto a quello di* j *o dello stesso segno*). *Allora* f *è il quadrato di una forma quadratica. Ed* H *differisce da* f *solo per un fattor costante; e precisamente risulta identicamente nullo* j f − i H.

Quando H *non differisce da* f *che per un fattor costante, allora, e solo allora,* f *è il quadrato di una forma quadratica.*

V.

Ed ora sia $R = 0$ con $i = 0$ e $j = 0$; e suppongasi che T non sia identicamente nullo, e quindi neanche H.

L'Hessiano di H è $\frac{1}{6}(2jf - iH)$, che attualmente è identicamente nullo; è però H è un biquadrato: pongasi

$$H = \xi^4 .$$

Allora sarà $(a\xi)^4 = j = 0$; dunque f e H hanno comune il fattore ξ, e quindi anche ξ^2.

Posto

$$f = \xi^2 \upsilon = \xi_x^{\,2} \upsilon_x^{\,2} ,$$

si ha

$$6\, a_x^{\,2} a_y^{\,2} = 3\,(\xi_x^{\,2} \upsilon_y^{\,2} + \xi_y^{\,2} \upsilon_x^{\,2}) - 2\,(\xi \upsilon)^2 (xy)^2 .$$

e

$$6\, i = 6\,(a\xi)^2 (a\upsilon)^2 = \left| (\xi \upsilon)^2 \right|^2 ,$$

onde $(\xi\upsilon)^2 = 0$ (essendo $i = 0$). Ne segue che υ ha il fattore ξ, e quindi può assumersi

$$f = \xi^3 \eta .$$

È facile dedurne

$$T = \frac{1}{4}(\eta\, \xi)\, \xi^6 ;$$

onde apparisce che $(\eta\, \xi)$ non è nullo, ossia che η è diversa da ξ.

Viceversa: *dal supporre* H *biquadrato segue che* i *e* j *sono nulli, e* T *non è identicamente nullo.*

Infatti, essendo $\frac{1}{6}i^2=(HH')^4=0$, sarà $i=0$; ed essendo identicamente nullo l'Hessiano di H, cioè $\frac{1}{6}(2jf-iH)$, sarà $j=0$. Sarà poi $T=-\frac{1}{2}H^3$.

Concludiamo:

Se sono nulli i, j *e quindi* R, *e se non sono identicamente nulli* H *e* T; *l'equazione* f $=0$ *ha una radice semplice reale ed una radice tripla reale, che è quadrupla per la* H $=0$ *e sestupla per la* T $=0$.

Potrebbe da ultimo supporsi $R=0$ con $i=0$ e $j=0$, ed insieme supporsi identicamente nullo T, e quindi H.

Ma abbiamo già veduto che f è un biquadrato o è nullo quando H è identicamente nullo; e viceversa.

Torino, Febbraio 1887.

Integrazione per serie delle equazioni differenziali lineari;

Nota di GIUSEPPE PEANO

---

1. Lo scopo principale della presente nota è di dimostrare il seguente

Teorema. Siano

$$\frac{dx_1}{dt}=\alpha_{11}x_1+\alpha_{12}x_2+\ldots+\alpha_{1n}x_n$$

$$\frac{dx_2}{dt}=\alpha_{21}x_1+\alpha_{22}x_2+\ldots+\alpha_{2n}x_n$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{dx_n}{dt}=\alpha_{n1}x_1+\alpha_{n2}x_2+\ldots+\alpha_{nn}x_n$$

n equazioni differenziali lineari omogenee (prive di secondo membro) fra le n funzioni $x_1 x_2 \dots x_n$ della variabile t, e in cui i coefficienti α_{ij} siano funzioni di t continue in un intervallo $p \leqq t \leqq q$.

Si sostituiscano nei secondi membri delle equazioni differenziali proposte, al posto di $x_1 \dots x_n$, n costanti arbitrarie $a_1, a_2 \dots, a_n$, e, dopo averli moltiplicati per dt, si integrino da t_0 a t, essendo t_0 e t compresi nell'intervallo (p, q); si otterranno n funzioni di t, che chiameremo $a_1' \, a_2' \dots a_n'$.

Si sostituiscano nei secondi membri delle equazioni differenziali date al posto di $x_1 \dots x_n$, rispettivamente $a'_1 \dots a_n'$, e, dopo averli moltiplicati per dt, si integrino da t_0 a t; si otterranno n nuove funzioni di t che chiameremo a_1'', a_2'', ... a_n''.

Si sostituiscano nei secondi membri delle equazioni date al posto delle x le a'', e si integrino da t_0 a t; si otterranno le funzioni a_1''', ... a_n'''. E così via.

Le serie

$$\begin{array}{l} a_1 + a_1' + a_1'' + a_1''' + \dots \\ a_2 + a_2' + a_2'' + a_2''' + \dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_n + a_n' + a_n'' + a_n''' + \dots \end{array}$$

sono convergenti in tutto l'intervallo (p, q); le loro somme, che diremo $x_1, x_2, \dots, x_n$, sono funzioni di t che soddisfano alle equazioni differenziali proposte, e che, per $t = t_0$, assumono i valori presi ad arbitrio $a_1 \, a_2 \dots a_n$.

Si ha così l'integrale generale delle equazioni date espresso mediante serie convergenti finchè sono continue le funzioni α_{ij} date; i termini di queste serie si ricavano dalle α_{ij} colle sole operazioni di addizione, moltiplicazione ed integrazione; inoltre la convergenza di queste serie, paragonabile a quella dello sviluppo di e^x, è in generale sufficientemente rapida per servire utilmente nei calcoli.

2. Per dimostrare la proposizione precedente, ed altre analoghe, è pressochè indispensabile introdurre alcune notazioni, basate sui numeri complessi di specie qualunque, che permettono di semplificare di molto le scritture.

Diremo *numero complesso* di specie n l'insieme di n numeri reali. Il complesso formato dai numeri $a_1, a_2, \dots a_n$ si indicherà con $[a_1, a_2, \dots a_n]$; quando non occorra di mettere in evidenza i numeri reali che compongono il complesso, lo si indicherà con una lettera sola $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots a_n]$.

Due complessi $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_n]$ e $\mathbf{b} = [b_1 \dots b_n]$ di specie n diconsi eguali se i numeri che li compongono sono ordinatamente eguali. Quindi l'eguaglianza $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ fra due complessi importa le n eguaglianze fra numeri reali $a_1 = b_1 \dots a_n = b_n$.

Essendo $\mathbf{a} = [a_1, \dots a_n]$, e $\mathbf{b} = [b_1, \dots b_n]$ due complessi di specie n, porremo, per definizione della loro somma,

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = [a_1 + b_1, \dots . a_n + b_n] .$$

Si ricava $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$; $\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}$, ossia l'addizione dei numeri complessi gode delle proprietà commutativa e associativa dell'addizione dei numeri reali.

Essendo $\mathbf{a} = [a_1 \dots, a_n]$ un complesso di specie n, e k un numero reale, definiremo per loro prodotto

$$k\mathbf{a} = [k a_1, k a_2, \dots k a_n] .$$

Si deduce $(k + k')\mathbf{a} = k\mathbf{a} + k'\mathbf{a}$; $k(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = k\mathbf{a} + k\mathbf{b}$, ossia il prodotto d'un numero reale per un complesso è funzione distributiva dei due fattori.

Dalle definizioni precedenti risulta determinato il significato dell'espressione

$$k\mathbf{a} + k'\mathbf{a}' + k''\mathbf{a}'' + \dots$$

ove $k\ k'\ k'' \dots$ sono numeri reali, e $\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{a}'' \dots$ sono complessi della stessa specie. Essa rappresenta un numero complesso della medesima specie.

Se si pone $\mathbf{i}_1 = [1, 0, 0, \dots, 0]$, $\mathbf{i}_2 = [0, 1, 0, \dots 0]$, ... $\mathbf{i}_n = [0, 0, \dots 0, 1]$, ogni numero complesso $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots x_n]$ si può esprimere mediante la somma

$$\mathbf{x} = x_1\, \mathbf{i}_1 + x_2\, \mathbf{i}_2 + \dots + x_n\, \mathbf{i}_n .$$

Se alla scrittura $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ si attribuisce il significato $\mathbf{a} + (-1)\mathbf{b}$, e ad $\frac{\mathbf{a}}{k}$, ove k è reale, il significato $\frac{1}{k}\mathbf{a}$, restano pure de-

finiti la differenza fra due complessi ed il quoziente d'un complesso per un numero reale; e si ha $(\mathbf{a}-\mathbf{b})+\mathbf{b}=\mathbf{a}$; $k\frac{\mathbf{a}}{k}=\mathbf{a}$.

Definiremo il modulo d'un complesso $\mathbf{x}=[x_1 x_2 \dots x_n]$ coll'uguaglianza

$$\text{mod}\ \mathbf{x}=\sqrt{x_1^2+x_2^2+\dots+x_n^2},$$

il radicale prendendosi in valor assoluto.

Si dimostra facilmente che

$$\text{mod}\,(\mathbf{a}+\mathbf{b}) \leqq \text{mod}\ \mathbf{a}+\text{mod}\ \mathbf{b}\,,$$
$$\text{mod}\,(k\mathbf{a}) = \text{mod}\ k \times \text{mod}\ \mathbf{a}\,,$$

ove $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ sono complessi, k è un numero reale, e mod k è il suo valor assoluto.

Diremo che il complesso variabile $\mathbf{x}=[x_1 \dots x_n]$ ha per limite il complesso $\mathbf{a}=[a_1 \dots a_n]$, se $\lim x_1=a_1$, $\lim x_2=a_2, \dots \lim x_n=a_n$. Si deduce che, se $\lim \mathbf{x}=\mathbf{a}$, $\lim \text{mod}\,(\mathbf{x}-\mathbf{a})=0$, e viceversa.

Essendo definiti per i complessi la somma ed il limite, si può estendere alle serie a termini complessi la definizione di convergenza. Si dimostra che una serie a termini complessi è convergente, se è convergente la serie formata coi loro moduli.

Se $\mathbf{x}=[x_1, x_2 \dots x_n]$ è un complesso funzione della variabile reale t, potremo ad esso estendere le definizioni di derivata e di integrale. Si ricava

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\left[\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \dots \frac{dx_n}{dt}\right],$$

$$\int_{t_0}^{t}\mathbf{x}\,dt=\left[\int_{t_0}^{t}x_1\,dt\,, \int_{t_0}^{t}x_2\,dt\,, \dots \int_{t_0}^{t}x_n\,dt\right].$$

(oppure si possono assumere queste eguaglianze per definizione della derivata e dell'integrale d'un complesso).

Si dimostra che, se $t_0<t_1$,

$$\text{mod}\int_{t_0}^{t_1}\mathbf{x}\,dt<\int_{t_0}^{t_1}(\text{mod}\ \mathbf{x})\,dt\,.$$

3. Diremo *trasformazione lineare* d'un complesso l'operazione per cui ad ogni complesso $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \ldots x_n]$ si fa corrispondere un nuovo complesso $[\alpha_{11} x_1 + \alpha_{12} x_2 \ldots + \alpha_{1n} x_n, \alpha_{21} x_1 + \alpha_{22} x_2 + \ldots + \alpha_{2n} x_n, \ldots, \alpha_{n1} x_1 + \alpha_{n2} x_2 + \ldots + \alpha_{nn} x_n]$, tale che i numeri che lo compongono sono funzioni lineari omogenee dei numeri che compongono il complesso $\mathbf{x}$. La trasformazione lineare considerata dipende dagli n^2 coefficienti α_{ij}: noi la indicheremo collo schema

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11}, & \alpha_{12}, & \ldots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21}, & \alpha_{22}, & \ldots & \alpha_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{n1}, & \alpha_{n2}, & \ldots & \alpha_{nn} \end{vmatrix} .$$

Quando non occorra di mettere in evidenza i coefficienti della trasformazione, essa verrà indicata con una lettera sola $\alpha, \beta, \ldots$ Se $\mathbf{x}$ è un complesso, e α una trasformazione, con $\alpha \mathbf{x}$ intenderemo il nuovo complesso ottenuto eseguendo su $\mathbf{x}$ la trasformazione α.

Si dimostra che

Se $\mathbf{x}$ ed $\mathbf{y}$ sono numeri complessi, α una trasformazione lineare, si ha

$$\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \alpha\mathbf{x} + \alpha\mathbf{y} .$$

Viceversa, se $\alpha\mathbf{x}$ è un complesso funzione del complesso $\mathbf{x}$ tale che $\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \alpha\mathbf{x} + \alpha\mathbf{y}$, e inoltre che col tendere di $\mathbf{x}$ verso $\mathbf{x}_0$, sia $\lim \alpha\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x}_0$, allora il complesso $\alpha\mathbf{x}$ si può ottenere operando su x con una trasformazione lineare.

Due trasformazioni lineari α e β diconsi eguali, se, qualunque sia il complesso $\mathbf{x}$, si ha $\alpha\mathbf{x} = \beta\mathbf{x}$. Si deduce che se $\alpha = \beta$, ciascheduno degli n^2 coefficienti in α è eguale al corrispondente in β. Affinchè una trasformazione α sia eguale ad un numero k è necessario e sufficiente che tutti gli elementi dello schema di α che stanno sulla diagonale principale siano eguali a k, e gli altri siano nulli.

Essendo α e β due trasformazioni lineari, il numero complesso $\alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{x}$ si può ottenere eseguendo su $\mathbf{x}$ una nuova trasformazione lineare, che si indicherà con $\alpha + \beta$; sicchè per definizione si ha

$$(\alpha + \beta)\,\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{x} .$$

Se $\alpha = \begin{Bmatrix} \alpha_{11}, & \ldots, & \alpha_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{n1}, & \ldots, & \alpha_{nn} \end{Bmatrix}$, $\beta = \begin{Bmatrix} \beta_{11}, & \ldots, & \beta_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \beta_{n1}, & \ldots, & \beta_{nn} \end{Bmatrix}$,

sarà $$\alpha + \beta = \begin{Bmatrix} \alpha_{11} + \beta_{11}, & \ldots, & \alpha_{1n} + \beta_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{n1} + \beta_{n1}, & \ldots, & \alpha_{nn} + \beta_{nn} \end{Bmatrix}.$$

Se sul complesso $\mathbf{x}$ si opera prima colla trasformazione α, poi colla β, si ottiene il complesso $\beta\alpha\mathbf{x}$, che si potrebbe pure ottenere operando su $\mathbf{x}$ con una trasformazione sola $\beta\alpha$. Se α e β rappresentano le trasformazioni indicate dagli schemi precedenti, la $\beta\alpha$ sarà rappresentata dallo schema

$$\beta\alpha = \begin{Bmatrix} \beta_{11}\alpha_{11} + \beta_{12}\alpha_{21} + \ldots + \beta_{1n}\alpha_{n1}, & \beta_{11}\alpha_{12} + \beta_{12}\alpha_{22} + \ldots \beta_{2n}\alpha_{n2}, \ldots \\ \beta_{21}\alpha_{11} + \beta_{22}\alpha_{21} + \ldots + \beta_{2n}\alpha_{n1}, & \beta_{21}\alpha_{12} + \beta_{22}\alpha_{22} + \ldots \beta_{2n}\alpha_{n2}, \ldots \\ \ldots & \ldots \end{Bmatrix}.$$

Alla trasformazione $\beta\alpha$ si dirà il nome di prodotto delle due trasformazioni α e β.

Così resta definito il significato d'un'espressione qualunque formata con numeri reali e con trasformazioni lineari combinati fra loro mediante le operazioni di addizione e moltiplicazione; essa rappresenta una trasformazione lineare. Per queste operazioni sussistono le seguenti identità

$$\alpha + \beta = \beta + \alpha, \qquad \alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma,$$
$$\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma, \qquad (\alpha + \beta)\gamma = \alpha\gamma + \beta\gamma;$$

se α è una trasformazione, k un numero reale, si ha $k\alpha = \alpha k$; ma, essendo α e β due trasformazioni qualunque, non è più in generale $\alpha\beta = \beta\alpha$.

Sia $\mathbf{x}$ un numero complesso di specie n, α una trasformazione lineare. Il rapporto $\frac{[\mathrm{mod}(\alpha\mathbf{x})]^2}{(\mathrm{mod}\,\mathbf{x})^2}$ è il rapporto di due forme omogenee di secondo grado in $x_1 x_2 \ldots x_n$, che sono i numeri reali che compongono $\mathbf{x}$; il denominatore $x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2$ è forma definita positiva; il numeratore è positivo o nullo; quindi per note proposizioni di calcolo, quel rapporto diventa massimo

per un certo sistema di valori di $x_1 x_1 \ldots x_n$, cioè per un certo complesso $\mathbf{x}$; questo massimo è positivo o nullo; alla sua radice quadrata daremo il nome di modulo della trasformazione α;

quindi si ha
$$\frac{(\mathrm{mod}\,(\alpha\mathbf{x}))^2}{(\mathrm{mod}\,\mathbf{x})^2} \leqq (\mathrm{mod}\,\alpha)^2,$$

ossia
$$\mathrm{mod}\,\alpha\mathbf{x} \leq (\mathrm{mod}\,\alpha)\,(\mathrm{mod}\,\mathbf{x}).$$

Questa diseguaglianza può servire come definizione di mod α, ove si intenda che il primo membro non sia mai maggiore del secondo, e che, per un valore di $\mathbf{x}$ il primo eguagli il secondo.

Si dimostra che
$$\mathrm{mod}\,(\alpha+\beta) \leq \mathrm{mod}\,\alpha + \mathrm{mod}\,\beta$$
$$\mathrm{mod}\,\alpha\beta \leq \mathrm{mod}\,\alpha\,\mathrm{mod}\,\beta.$$

Il modulo d'una trasformazione è funzione dei coefficienti di questa trasformazione, finita se questi sono finiti e continua.

Diremo che una trasformazione variabile α ha per limite α_0, se, qualunque sia il complesso $\mathbf{x}$ si ha $\lim \alpha\mathbf{x} = \alpha_0\mathbf{x}$. Si deduce che se $\lim \alpha = \alpha_0$, tutti i coefficienti nello schema di α debbono avere per limiti i corrispondenti di α_0. Definito il limite d'una trasformazione, si può definire la convergenza d'una serie i cui termini sono trasformazioni lineari. Si deduce che una serie i cui termini sono trasformazioni è convergente se è tale la serie formata coi moduli dei termini.

Se α è una trasformazione funzione d'una variabile reale t, potremo ad essa estendere le definizioni di derivata e di integrale.

Si deduce che, se $t_0 < t_1$, $\mathrm{mod}\int_{t_0}^{t_1} \alpha\,dt \leqq \int_{t_0}^{t_1} (\mathrm{mod}\,\alpha)\,dt$;

se
$$\alpha = \begin{Bmatrix} \alpha_{11} & \ldots & \alpha_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{n1} & \ldots & \alpha_{nn} \end{Bmatrix},$$
si ha

$$\frac{d\alpha}{dt} = \begin{Bmatrix} \frac{d\alpha_{11}}{dt} & \ldots & \frac{d\alpha_{1n}}{dt} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \frac{d\alpha_{n1}}{dt} & \ldots & \frac{d\alpha_{nn}}{dt} \end{Bmatrix}, \qquad \int \alpha\,dt = \begin{Bmatrix} \int \alpha_{11}\,dt & \ldots & \int \alpha_{1n}\,dt \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \int \alpha_{n1}\,dt & \ldots & \int \alpha_{nn}\,dt \end{Bmatrix}.$$

4. Premesse queste notazioni, pongasi

$$\mathbf{x} = [x_1, \; x_2, \; . \; . \; x_n], \qquad \alpha = \left\{ \begin{matrix} \alpha_{11} & . \; . \; . & \alpha_{1n} \\ . & . \; . \; . \; . & . \\ \alpha_{n1} & . \; . \; . & \alpha_{nn} \end{matrix} \right\}.$$

Le equazioni differenziali proposte sono rappresentate dalla sola equazione

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \alpha \mathbf{x}.$$

Sia $\mathbf{a} = [a_1 \ldots a_n]$ un complesso costante preso ad arbitrio; posto

$$\mathbf{a}' = \int_{t_0}^{t} \alpha \mathbf{a} \, dt, \quad \mathbf{a}'' = \int_{t_0}^{t} \alpha \mathbf{a}' \, dt, \quad \mathbf{a}''' = \int_{t_0}^{t} \alpha \mathbf{a}'' \, dt,$$

i numeri reali che costituiscono $\mathbf{a}, \mathbf{a}'', \ldots$ sono appunto i numeri $a_1' \ldots a_n'$, $a_1'' \ldots a_n''$, ... introdotti nell'enunciato del teorema.

Poichè le funzioni α_{ij} sono continue e finite nell'intervallo (p, q), altrettanto avverrà di $\mathrm{mod}\,\alpha$; quindi, detto M il massimo valore di $\mathrm{mod}\,\alpha$ in questo intervallo, si deduce

$$\mathrm{mod}\,\mathbf{a}' < M \,\mathrm{mod}\, \frac{t - t_0}{1} \,\mathrm{mod}\,\mathbf{a}, \quad \mathrm{mod}\,\mathbf{a}'' < \frac{M \,\mathrm{mod}\,(t - t_0)^2}{2\,!} \,\mathrm{mod}\,\mathbf{a}, \ldots$$

$$\mathrm{mod}\,\mathbf{a}^{(p)} < \frac{[M \,\mathrm{mod}\,(t - t_0)]^p}{p\,!} \,\mathrm{mod}\,\mathbf{a}, \ldots..$$

Ora la serie

$$\mathrm{mod}\,\mathbf{a} + \frac{M \,\mathrm{mod}\,(t - t_0)}{1} \,\mathrm{mod}\,\mathbf{a} + \frac{[M \,\mathrm{mod}\,(t - t_0)]^2}{2\,!} \,\mathrm{mod}\,\mathbf{a} + \ldots$$

è convergente equabilmente in tutto l'intervallo (p, q), ed ha per somma $e^{M \,\mathrm{mod}\,(t - t_0)} \,\mathrm{mod}\,\mathbf{a}$. Quindi la serie

$$(*) \ldots \ldots \qquad \mathbf{a} + \mathbf{a}' + \mathbf{a}'' + \mathbf{a}''' + \ldots..$$

i cui moduli sono minori dei termini della serie precedente è pure convergente; e sono convergenti le serie reali

$$a_1 + a_1' + a_1'' + \dots\dots$$
$$a_2 + a_2' + a_2'' + \dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots$$

Le derivate dei termini della serie (*) sono

$$0\,,\ \alpha\mathrm{a}\,,\ \alpha\mathrm{a}',\ \alpha\mathrm{a}'',\ \dots$$

che formano la serie (*) moltiplicata per α: quindi questa serie è pure convergente e di convergenza equabile; pertanto, se si fa

$$\mathrm{x} = \mathrm{a} + \mathrm{a}' + \mathrm{a}'' + \dots$$

si deduce
$$\frac{d\mathrm{x}}{dt} = \alpha\mathrm{a} + \alpha\mathrm{a}' + \alpha\mathrm{a}'' + \dots$$

ossia
$$\frac{d\mathrm{x}}{dt} = \alpha\mathrm{x}\ ,$$

vale a dire x soddisfa effettivamente all'equazione differenziale proposta. Se si fa poi $t = t_0$ si ha $\mathrm{a}' = 0$, $\mathrm{a}'' = 0$, ... e quindi $\mathrm{x} = \mathrm{a}$. Così risulta dimostrato il teorema.

Sostituendo nello sviluppo $\mathrm{x} = \mathrm{a} + \mathrm{a}' + \mathrm{a}'' + \dots$ ad $\mathrm{a}', \mathrm{a}'', \dots$ i loro valori, la serie che dà x si può mettere sotto la forma

$$\mathrm{x} = \left(1 + \int \alpha\, dt + \int \alpha\, dt \int \alpha\, dt + \int \alpha\, dt \int \alpha\, dt \int \alpha\, dt + \dots\right)\mathrm{a}\,,$$

in cui gli integrali sono estesi da t_0 a t.

5. Se le α sono indipendenti da t, cioè le equazioni differenziali proposte sono a coefficienti costanti, fatto $t_0 = 0$, si ricava

$$\mathrm{x} = \left(1 + \alpha t + \frac{(\alpha t)^2}{2\,!} + \frac{(\alpha t)^3}{3\,!} + \dots\right)\mathrm{a}\,:$$

e se si conviene di rappresentare con e^{α}, anche quando α è un complesso qualunque, la somma della serie $1 + \alpha + \dfrac{\alpha^2}{2\,!} + \dots$, l'integrale dell'equazione differenziale proposta diventa

$$\mathrm{x} = e^{\alpha t}\mathrm{a}\,.$$

Un'equazione differenziale lineare omogenea d'ordine n contenente una sola funzione è, com'è noto, riduttibile ad un sistema di equazioni lineari di primo ordine; applicando a queste la serie precedente si ritrovano gli sviluppi dati da Sturm (*Cours d'Analyse*, 614), dal Caqué (*Journal de Liouville*, 1864) e da Fuchs (*Annali di Matematica*, 1870).

L'integrale delle equazioni differenziali lineari non omogenee

$$\frac{dx_1}{dt} = \alpha_{11} x_1 + \cdots + \alpha_{1n} x_n + p_1$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{dx_n}{dt} = \alpha_{n1} x_1 + \cdots + \alpha_{nn} x_n + p_n$$

si può ottenere, com'è noto, dall'integrale delle stesse equazioni in cui alle p si sostituisca 0. Se, oltre alle convenzioni precedenti, si fa

$$\mathbf{p} = [p_1, \ldots, p_n],$$

le equazioni differenziali proposte si riducono a

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \alpha \mathbf{x} + \mathbf{p}.$$

Indicando con ε la somma della serie già considerata

$$1 + \int \alpha\, dt + \int \alpha\, dt \int \alpha\, dt + \cdots$$

in cui gli integrali si prendono da t_0 a t, e con ε^{-1} la serie analoga in cui gli integrali si prendono da t a t_0, l'integrale dell'equazione differenziale proposta, il quale per $t = t_0$ assume il valore $\mathbf{a}$, è dato da

$$\mathbf{x} = \varepsilon \mathbf{a} + \varepsilon \int_{t_0}^{t} \varepsilon^{-1} \mathbf{p}\, dt.$$

Le trasformazioni ε ed ε^{-1} soddisfano alla condizione $\varepsilon \varepsilon^{-1} = 1$.

Una questione di ottica ed un nuovo apparecchio per raddrizzare le immagini nei cannocchiali terrestri; Nota del Prof. NICODEMO JADANZA

Il signor Hermann Brockmann in un articolo inserto nel *Central Zeitung für Optik und Mechanik* N° 1, 1887, avente per titolo: *Zur theorie der dioptrisch-katoptrischen Systeme und*, ecc., fa alcuni appunti al signor Angelo Battelli, il quale in una nota: *Sulla propagazione della luce in un sistema catadiottrico*, tradotta nel suddetto giornale: *Central Zeitung* 1885, N° 24, dice che *un sistema catadiottrico ha due punti principali, due fuochi, due distanze focali*, ecc.

Il signor Brockmann invece dice che un *sistema catadiottrico agisce perfettamente come uno specchio sferico e quindi ha un solo fuoco, un solo punto principale*, ecc.

In questa nota ci proponiamo di far vedere che *un sistema catadiottrico non agisce* (in generale) *come un semplice specchio curvo*.

1.

La questione di cui si tratta è una questione puramente geometrica.

Indichiamo con ξ e ξ_1 le ascisse dei punti coniugati (oggetto ed immagine) in un dato sistema diottrico: tra codeste ascisse vi è la nota relazione data da Gauss:

$$\xi_1 = N^* - \frac{n^0 h - g(\xi - N^0)}{n^0 l - k(\xi - N^0)} n^* ,$$

o, ciò che è lo stesso,

$$k\xi\xi_1 - a\xi - b\xi_1 + c = 0 \qquad \ldots\ldots (1),$$

la quale mostra che tra oggetto ed immagine vi è corrispondenza univoca, o, in altri termini, che le due punteggiate sovrapposte (serie di punti ξ e serie di punti ξ_1) sono omografiche.

Se ora immaginiamo uno specchio sferico facente seguito al sistema diottrico, lo specchio darà di ciascun punto ξ_1 una immagine ξ^* e fra ξ_1 e ξ^* esiste, come è noto (*), una relazione della forma:

$$k_1 \xi_1 \xi^* - a_1 (\xi_1 + \xi^*) + c_1 = 0 \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots (2).$$

L'azione adunque del sistema *catadiottrico* sarà espressa dalla relazione tra ξ e ξ^* che si ottiene eliminando la ξ_1 tra le (1) e (2). Codesta relazione è:

$$(k a_1 - a k_1) \xi \xi^* - (k c_1 - a a_1) \xi - (a_1 b - c k_1) \xi^* + (b c_1 - a_1 c) = 0$$

ovvero

$$k_2 \xi \xi^* - a_2 \xi - b_2 \xi^* + c_2 = 0 \qquad \ldots\ldots (3).$$

La (3) è della forma (1) e non della forma (2) (in generale); quindi *un sistema catadiottrico ha due fuochi, due punti principali*, ecc., e perciò *non agisce come uno specchio sferico.*

2.

La equazione (2) che appartiene agli specchi sferici mostra che le due punteggiate (oggetti ed immagini) sono in involuzione. I punti doppi di questa involuzione sono appunto i punti principali e nodali. Se i punti principali coincidono in un solo (vertice dello specchio), se i due punti nodali coincidono col centro, non è errore il dire che in uno specchio vi sono due punti principali, due punti nodali ecc. Anzi, per la trattazione generale di tale argomento, bisogna appunto dire così.

Agli specchi sferici sono applicabili le costruzioni geometriche che si adoperano per i sistemi diottrici in generale e che si trovano in tutti i trattati di Fisica, e poi le altre proprie delle punteggiate in involuzione che noi abbiamo dato nella nota citata.

(*) Cfr. N. Jadanza: *Sui punti cardinali* ecc. (R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XX, 1885). Questa Memoria si trova tradotta nel *Central-Zeitung* 1886, a pagina 13.

Le distanze focali principali in uno specchio (quando esse si contano nel senso indicato da Gauss) *sono eguali e di segno contrario*, e quindi i due fuochi principali coincidono in un solo.

Adunque (sempre per la trattazione generale dell'argomento) non è errore il dire che gli specchi hanno due fuochi i quali coincidono col punto centrale della involuzione.

In questo modo si vede la perfetta analogia tra gli strumenti *ottici*, sieno essi *diottrici*, *catottrici* ovvero *cata-diottrici*. La riflessione della luce dev'essere considerata come un caso particolare della rifrazione.

3.

Il caso delle punteggiate in involuzione non si presenta soltanto negli specchi sferici ma anche nei sistemi diottrici. Eccone un esempio che è di grandissima importanza.

Proponiamoci di costruire un sistema convergente composto di due lenti convergenti i cui fuochi coincidano (le lenti si suppongono infinitamente sottili).

Le formole che dànno la distanza focale e le coordinate dei punti cardinali, sono:

$$\left.\begin{aligned} &\varphi = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \\ &E = E_1 + \frac{\varphi_1 \Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \;; \quad E^* = E_2^* - \frac{\varphi_2 \Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \\ &F = F_1 + \frac{\varphi_1^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \;; \quad F^* = F_2^* - \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Volendo che si abbia $F = F^*$ dovrà essere

$$F_1 + \frac{\varphi_1^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} = F_2^* - \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta}$$

ovvero

$$\frac{\varphi_1^2 + \varphi_2^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} = F_2^* - F_1 :$$

e poichè si ha

$$F_2^* - F_1 = \varphi_1 + \varphi_2 + \Delta$$

sarà
$$\Delta = \sqrt{2\,\varphi_1\,\varphi_2} \qquad \ldots\ldots (5).$$

Si voglia dippiù che la distanza focale di esso sistema sia eguale a quella della prima lente componente, cioè a φ_1, dovrà essere

$$\Delta = \varphi_1 \qquad \ldots\ldots (6)$$

e quindi
$$\varphi_1 = 2\,\varphi_2 \qquad \ldots\ldots (7).$$

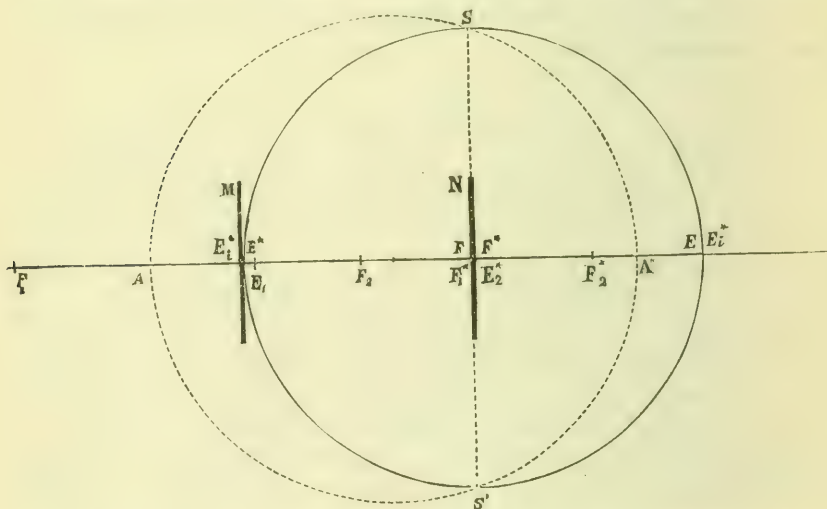
Le formole (4) diventano in questo caso:

$$\left.\begin{array}{c} \varphi = \varphi_1 \\ E = E_1 + 2\,\varphi_1\ , \qquad E^* = E_2^* - \varphi_1 \\ F = F^* = F_1 + 2\varphi_1 = F_1^* = E_2^* \end{array}\right\} \qquad \ldots\ldots (8).$$

I punti d'isometria inversa sono dati da

$$E_i = E^*\ , \qquad E_i^* = E \qquad \ldots\ldots (9)\ ,$$

e coincidono, il primo col secondo punto principale del sistema composto, il secondo col primo punto principale.

Il sistema composto che ora abbiamo indicato è rappresentato dalla figura annessa.

Nella parte inferiore sono segnati i punti cardinali delle due lenti M, N infinitamente sottili, nella parte superiore i punti cardinali del sistema composto.

I punti principali sono distinti, i fuochi coincidono nel mezzo della seconda lente, e questo punto è il punto centrale della involuzione.

La involuzione in questo caso non ha punti doppi, poichè il punto centrale (F, F^*) è interno a ciascuno dei segmenti $E_i E_i^*$, $E E^*$ che unisce due punti coniugati. Descrivendo il circolo avente per diametro $E_i E_i^*$, questo taglierà la perpendicolare all'asse $S F S'$ nei punti S, S' che sono i punti da cui tutti i segmenti che uniscono i punti coniugati sono visti ad angolo retto.

Il coniugato di un punto A si ottiene descrivendo un circolo passante per A e pei punti $S S'$; sarà quindi il punto A^* dove quel circolo taglia l'asse del sistema.

Il sistema composto di due lenti che ora abbiamo esaminato è utile come *apparecchio di raddrizzamento* nei cannocchiali terrestri. Con esso si ha il *massimo accorciamento* possibile compatibile con la formazione della immagine reale data dall'obbiettivo fuori del sistema di raddrizzamento.

La immagine dell'oggetto si verrà a formare sulla lente M in E_i; il sistema la capovolgerà e la presenterà in E_i^*, sicchè la distanza tra la immagine diritta e la rovescia sarà eguale a $2\varphi_1$. Adoperando una semplice lente di distanza focale φ_1 quella distanza è uguale a $4\varphi_1$, mentre adoperando il sistema formato da due lenti aventi amendue la medesima distanza focale φ_1 essa sarebbe eguale a $3\varphi_1$.

Tutto ciò si rende manifesto esprimendo le coordinate dei punti d'isometria inversa E_i, E_i^* in funzione dei punti cardinali delle due lenti componenti e delle loro distanze focali.

Essendo

$$E_i = E - 2\varphi \;; \qquad E_i^* = E^* + 2\varphi$$

si avrà

$$E_i = E_1 + \frac{\varphi_1(\Delta - 2\varphi_2)}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \;; \qquad E_i^* = E_2^* + \frac{\varphi_2(2\varphi_1 - \Delta)}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \quad \ldots (10).$$

Volendo che l'immagine dell'oggetto data dall'obbiettivo si formi effettivamente in E_i, questo punto al più potrà coincidere con E_1, cioè col vertice della lente M, quindi dovrà essere

$$\Delta = 2\varphi_2 \qquad \ldots\ldots (11).$$

Le equazioni (5) e (11) dànno anche, come la (6),

$$\varphi_1 = 2\,\varphi_2 .$$

Ponendo $\Delta = \varphi_1 = 2\,\varphi_2$ nella espressione

$$\delta = E_i^* - E_i = \frac{4\,\varphi_1\,\varphi_2 - \Delta^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta}$$

che esprime la distanza tra i punti d'isometria inversa si troverà

$$\delta = 2\,\varphi_1$$

come abbiamo detto innanzi.

Quando la immagine dell'oggetto non si forma effettivamente innanzi l'apparecchio di raddrizzamento, allora il cannocchiale terrestre può essere della medesima lunghezza ed anche più corto del cannocchiale astronomico avente il medesimo obbiettivo (*).

(*) Cfr. N. Jadanza: *Nuovo metodo per accorciare i cannocchiali terrestri* (R. Accademia delle Scienze di Torino, Vol. XXI, 1886).

Il Direttore della Classe
Alfonso Cossa.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXII, DISP. 9ª, 1886-87

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 6 Marzo 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ANGELO GENOCCHI
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, SOBRERO, LESSONA, BRUNO, BERRUTI, BASSO, D'OVIDIO, BIZZOZERO, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, GIBELLI.

Vien letto l'atto verbale dell'adunanza precedente, che è approvato.

Tra i libri offerti in omaggio all'Accademia vengono segnalati i seguenti:

1° « *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche* », pubblicato dal Principe B. BONCOMPAGNI; fascicoli di febbraio e marzo 1886;

2° Due lavori del Prof. Domenico RAGONA, intitolati: l'uno « *Il barometro registratore Richard* « e l'altro « *Nuove formole relative alla risoluzione dei triangoli sferici.* »

Le letture si succedono nell'ordine che segue:

« *Sul parassitismo dei tartufi e sulla questione delle Mycorhize* »; Nota del Dott. O. MATTIROLO, presentata dal Socio GIBELLI.

« *Sulle clorobromonaftaline* »; Memoria di I. Guareschi e P. Biginelli, presentata dal Socio Cossa.

« *Sugli acidi glicolici dell' ossisolfobenzide* »; Nota dei Dott. G. Daccomo e A. Ramati, presentata dal Socio Cossa.

Vengono pure presentati, per la consueta pubblicazione nel *Bollettino*, annesso agli *Atti* dell'Accademia, i seguenti lavori dell'Osservatorio astronomico, eseguiti dal Prof. Angelo Charrier:

1° *Osservazioni meteorologiche* fatte alle 8 antimeridiane nel primo ed ultimo trimestre, alle 7 antimeridiane negli altri due, all'1 pomeridiana (tempo medio di Roma) per i due telegrammi giornalieri dell'Ufficio centrale di Meteorologia di Roma nell'anno 1886;

2° *Rilievo di osservazioni meteorologiche orarie dei registratori Hipp* (*barografo e termografo*), per gennaio, febbraio e marzo 1886.

LETTURE

Sul parassitismo dei Tartufi e sulla questione delle Mycorhize, Nota del Dott. Oreste Mattirolo

Dai tempi antichi ai giorni nostri furono sempre oggetto di discussioni appassionate le opinioni in parte stranissime, e le ricerche intese ad accertare la natura ed i rapporti di origine e di sviluppo delle Tuberacee propriamente dette. Oggi finalmente dopo i lavori di *M. Boudier* (1), *G. Gibelli* (2), *M. Reess* (3),

(1) M. Boudier, *Du parasitisme probable de quelques espèces du genre* Elaphomyces. Bull. Soc. Bot. de France, Vol. XXIII, pag. 115, 1876.

(2) G. Gibelli, *La malattia del Castagno. Osservazioni ed esperienze*, 1875-79. Boll. Comizio Agrario di Modena, 1879. — *Nuovi Studi sulla malattia del Castagno detta dell'Inchiostro*. Mem. dell'Acc. delle Scienze di Bologna, serie IV, tom. IV, 1883.

(3) M. Reess, *Ueber den parasitismus von Elaphomyces granulatus*. Sitz.

B. Frank (1), *P. E. Müller* (2), la questione dal campo delle ipotesi gratuite, pare finalmente portata in quello dei fatti accertati da positive osservazioni; ma è ben lungi ancora dall'essere risolta, attese le difficoltà gravissime che mantengono avvolte nel velo del mistero la biologia di questi esseri originali.

In questa condizione di cose, ogni nuovo fatto accertato, deve avere importanza, e deve essere preso in considerazione se si vuole giungere a stabilire un piano di ricerca che possa condurre alla soluzione del difficile problema.

Epperò, quantunque per deficienza di adatti materiali estremamente difficili a procurarsi nelle volute condizioni (3), io non abbia potuto seguire la evoluzione completa del fatto che forma argomento di questa nota, tuttavia reputo non privo di interesse un cenno sopra una serie di osservazioni [che ho speranza di poter completare] che mi permettono già fin d'ora di assicurare, *come alcune Tuberacee stanno in intima dipendenza*, *provengono cioè da speciali micelii rizomorfici* (4) *esattamente paragonabili a quelli conosciuti parassiti delle radici di molte piante*, noti ai botanici specialmente per i lavori del Professore *G. Gibelli* e di *M. Rees*, indicati oggi col nome di *Mycorhize* dato loro dal *Frank*.

Non ho ancora potuto esattamente seguire sotto al microscopio i filamenti in tutto il tragitto dalla Radice al Tuber, essendo essi estremamente fragili perchè già fracidi nei Tartufi maturi (5); ma pure avendo stabilito da una parte la dipen-

---

phys. med. Soc. zu Erlangen, 10 Mai, 1880. — *Ueber Elaphomyces und sonstige Wurzelpilze.* Bericht. Deut. Bot. Gesell., 1885, Vol. III, Heft., 7. — *Weitere Mittheilungen über Elaphomyces granulatus.* Bericht. Deut. Bot. Ges. 1885, Vol. III, Heft. 11.

(1) B. Frank, *Ueber die auf Wurzelsymbiose beruhende Ernährung gewisser Baüme durch unterirdische Pilze.* Berich. Deut. Bot. Gesell. 1885, Vol. III, Heft. 4. — *Ueber di Mycorhiza der Baüme.* Forstliche Blätter., Heft. 5, 1886 (Non ho potuto consultare questo lavoro).

(2) P. E. Müller, *Bemerkungen über die Mycorhiza der Buche,* Bot. Centrall., n. 14, 1886, pag. 22. — *Studier over skovjord, ecc.* (non consultato) Tidsskrift vor skovbrug. Bd. III, 1878, a questi vanno aggiunti i lavori di Kamienski e Grosglik a me noti solo per referati.

(3) Specialmente nella stagione invernale, quando i tartufi sono maturi.

(4) Dei quali rappresentano gli organi riproduttori.

(5) I soli che mi fu concesso esaminare, perchè appena nel periodo di maturanza possono essere avvertiti dai cani ammaestrati.

denza dei fascii rizomorfici col tessuto del Tuber, e d'altra parte avendo pure accertata la continuità di questi stessi fascii [decorrenti in ogni senso nel terreno circostante al peridio] coi micelii periradicali (1) e per conseguenza colle radici che stanno in vicinanza al Tuber e riscontrata quindi indubbiamente la loro reciproca identità, mi credo autorizzato alla proposizione sopraenunciata.

Naturalmente con questo, dopo quanto si sa oggi sulle rizomorfe [appartenenti a funghi diversissimi] io non intendo menomamente affermare che tutte indistintamente le Mycorhize debbano avere corpi riproduttori analoghi a quelli del genere Tuber; che esse, date speciali condizioni, non possano vivere senza sviluppare corpi riproduttori; nè voglio qui entrare in merito alla recente questione della Simbiosi di *Frank*; a me basta accentuare il fatto osservato, che cioè il micelio rizomorfico proveniente da alcuni Tuber, sta in diretta relazione con micelii parassiti di alcune radici.

Così il parassitismo dimostrato da *Boudier* e *Reess* per il vicino genere *Elaphomyces*, e in modo puramente teorico già ammesso da secoli da molti coltivatori e botanici per le Tuberacee in genere, sarebbe dimostrato senza tema di arrischiate induzioni anche per le specie del genere Tuber.

Premesse queste considerazioni, ecco intanto la descrizione dei fatti osservati.

1.

È conosciuta come caratteristica proprietà del *Tuber excavatum Vittadini*, a cui dà il nome, una caverna centrale più o meno ampia e regolare, formata da una depressione del peridio che si ripiega in dentro, la quale sta in comunicazione coll'esterno per mezzo di una apertura facilmente visibile, che mette in una insenatura imbutiforme del peridio.

In questa escavazione anfrattuosa (2), che riconobbi pure

(1) Noto qui subito a scanso di ripetizioni che le figure date da GIBELLI, FRANK, MÜLLER di questi micelii sono identiche a quelli da me osservati.

(2) Stupendamente riprodotta nella tavola VI annessa alla classica opera del TULASNE « *Fungi Hypogaei* » e nella tav. I, fig. VII della *Monographia Tuberacearum di* VITTADINI.

caratteristica di una nuova specie di Tuberacee, il *Tuber lapideum Nobis* (1) affine al *T. excavatum Vitt.*; ho osservato [specialmente distinte nel *T. lapideum*] invece dell'indumento lanoso ricordato dal Tulasne, numerosi filamenti neri, visibili anche ad occhio nudo, i quali l'attraversavano in ogni senso, e che esaminati al microscopio apparvero formati da filamenti miceli bruni, diritti o leggermente ondulati, riuniti per la loro lunghezza in fascii come quelli che costituiscono le Rizomorfe comuni in molti generi di Funghi (2).

Le ife componenti detti fascii, hanno colore brunastro se isolate, mentre assieme riunite danno alla Rizomorfa la colorazione nera caratteristica. I filamenti presentano frequenti divisioni sulle quali si osservano le così dette *unioni a fibbia* [Schnallenverbindungen]. La comunicazione fra le due cellule contigue attraverso all'ansa della fibbia è aperta nel maggior numero di casi, chiusa invece nei modi descritti in un numero relativamente minore di dette unioni.

Le osservazioni condotte in modo speciale sopra i filamenti rizomorfici meno sviluppati, lasciano riconoscere con facilità tutti gli stadii successivi di formazione, che appaiono analoghi a quelli già descritti dal *Brefeld* (3).

Osservo però qui di passaggio, che in alcuni filamenti e specialmente in quelli aventi maggiori dimensioni, ricoperti da granulazioni minute di ossalato di calce, la formazione di dette fibbie sembra aver luogo un po' diversamente dalla maniera descritta, perchè la comunicazione intercellulare pare attuarsi per un semplice distacco di quel tratto di parete che sta di fronte al sipario divisorio (4). Non avendo però seguito la evoluzione di queste unioni a fibbia, mi limito ad accennare il fatto, il quale confermerebbe il dubbio già espresso al riguardo dal *De Bary* (5).

---

(1) Di questa specie raccolta in territorio di Alba (Piemonte) favoritami dal Sig. Belli Saverio, assistente al R. Orto Botanico, nel Gennaio 1887 e di altre nuove specie italiane pubblicherò fra breve una descrizione illustrata.

(2) A. De Bary, *Vergleichende Morph. und Phys. der Pilze*, 1884, pag. 30.

(3) Brefeld, *Botanische Untersuchungen über Schimmelpilze*, Heft. III, 1887, Basidiomyceten.

(4) Su questi casi non è possibile infatti osservare le traccie delle pareti divisorie che si dovrebbero riconoscere come nelle altre.

(5) De Bary, *Vergleich. Morph.*, loc. cit., pag. 3. Le figure date dal Müller, loc. cit. confermerebbero la mia osservazione, essendo identiche a quelle da me osservate.

Comunque possa essere, per noi importa rilevare come carattere costante [carattere già osservato da *Müller* e *Gibelli*] di queste rizomorfe la presenza delle *Schnallenverbindungen*, le quali, mentre generalmente sono ritenute proprie ai micelii dei Basidiomiceti sarebbero invece in questo caso caratteristiche di un micelio appartenente ad un Ascomicete tipico.

Dalle Rizomorfe partono lateralmente numerose ramificazioni che formano un capillizio abbondante nella accennata cavità e nel terreno circostante al peridio, come osservai in alcune Tuberacee [*T. excavatum Vitt. — T. lapideum Nob. — T. Borchii Vitt.*].

Stabilita così la natura di questi fascii e fili rizomorfici si trattava di determinare in quale relazione si trovassero per rapporto al tessuto del Tuber nella cavità del quale si osservavano. A questo fine, esercitando dapprima delicatamente un movimento di trazione sopra uno dei fascii più sviluppati, mi avvidi che doveva essere in diretta comunicazione col tessuto del Tuber, perocchè assieme, tutta una porzione del peridio si poteva agevolmente sollevare. Stabilita così macroscopicamente la reciproca relazione, passai all'esame microscopico, il quale mi confermò la perfetta continuità di queste due formazioni.

I filamenti rizomorfici provengono indubbiamente dallo pseudoparenchima del peridio, in numero grandissimo, e nei Tuber relativamente giovani esaminati [*T. excavatum* (1) *Vitt.*], formano dapprima tutto attorno al peridio da cui provengono un rivestimento micelico filamentoso, che si continua poi coi fascii rizomorfici.

I fili che si trovano in contatto immediato del peridio, mantengono [nei giovani esemplari] ancora i caratteri dei comuni filamenti micelici trasparenti, ma appena riuniti in fascio assumono quelli conosciuti proprii alle Rizomorfe.

Questa caratteristica continuazione si osserva solo in giovani esemplari, mentre in quelli perfettamente maturi la continuazione è più difficile ad osservarsi, poichè i filamenti del rivestimento peridiale, come nelle rizomorfe, avendo subito trasformazioni ulteriori divengono fragili e si staccano con somma facilità. Ragione per cui, spappolandosi poi nel terreno sono esportati con esso, o vi si perdono assai facilmente, lasciando l'osservatore in presenza di una superficie peridiale liscia, la quale formò appunto il principale ostacolo allo studio dei rapporti di questi funghi.

---

(1) Di questa specie avevo numerosi esemplari.

Aggiungo che i filamenti i quali avvolgono il peridio, quando non sono ancora riuniti in fascio, presentano curvature caratteristiche, [*T. Borchii — excavatum — lapideum*], trasparenti dapprima diventano col tempo anch'essi brunastri.

Riassumendo, dimostrano le precedenti osservazioni, che le Rizomorfe o come dir si voglia le Mycorhize [*T. excavatum*, *lapideum*] stanno in diretta continuazione col tessuto del corpo riproduttore del Tuber e che da questo si espandono in ogni direzione nel terreno circostante.

2.

Stabilita così la relazione fra le Rizomorfe ed il corpo riproduttore, si trattava in seguito di riconoscere l'origine, e le eventuali relazioni di questo apparato vegetativo. Come ho già accennato, disponevo in questo inverno di materiali poco adatti, non raccolti da me direttamente, ma ricevuti da volgari cercatori di Tartufi, i quali malgrado le mie proteste si vantavano di fornirmi materiale accuratamente pulito e lavato, quale assolutamente non potevo usufruire nelle presenti ricerche. Pure casualmente ebbi alcuni Tartufi [*T. Borchii Vitt.*], ancora avvolti da densi strati terrosi, nei quali si trovavano impigliate numerose radici la cui diretta provenienza non mi fu possibile stabilire, quantunque la disposizione degli elementi ed i preparati di confronto potessero lasciar credere dovessero appartenere a piante cupulifere.

Esaminate queste radici coperte da Mycorhize, sopra di esse, nei rapporti indicati da *Gibelli* e *Frank*, senza difficoltà osservai numerosi filamenti rizomorfici analoghi perfettamente a quelli che avevo veduto provenire dal tessuto del Tuber, muniti essi pure di unioni a fibbia [*Schnallenverbindungen*]. Questi filamenti nei modi ricordati da *Gibelli* e da *Frank*, davano origine a numerose rizomorfe anch'esse identiche a quelle che avevo veduto provenire dai Tuber, tanto che era in modo assoluto impossibile distinguerle dalle prime; e dippiù nel terreno che stava applicato al peridio, osservai nuovamente numerose le rizomorfe ed i filamenti, notati sempre delle caratteristiche proprietà sopra segnate.

Ricordo ancora, come oltre alle radici munite di rizomorfe ne incontrai pure altre le quali dalle prime assai diverse per colore e per forma, stavano in vicinanza al Tartufo, ma erano libere assolutamente da micelii e mantenevano inalterati i loro apici vegetativi.

Nel terreno poi si potevano distinguere i fasci rizomorfici quasi tutti ridotti a frustoli e si riscontravano sulle ife le curvature caratteristiche che avevo riscontrato nei filamenti che componevano il rivestimento micelico nei *T. excavatum* e *lapideum*.

Queste brevemente riassunte, sono le osservazioni che ho potuto fare nel volgere di questi mesi invernali (1).

Ho osservato la continuità delle Rizomorfe col tessuto del Tartufo, e d'altra parte mi sono assicurato della continuità delle stesse Rizomorfe coi micelii parassiti delle radici, mi credo quindi autorizzato a ritenere come continue queste due produzioni identiche, e quindi ad ammettere ragionevolmente il parassitismo delle specie esaminate.

La capitale obbiezione fatta specialmente dal *Chatin* [La *Truffe*, Paris 1869, pag. 30 e 31], alla teoria del parassitismo dei Tartufi; che cioè questi ascomiceti non sieno mai stati osservati in una diretta continuità colle radici, cade pure col fatto osservato, che i Tartufi, non si sviluppano già direttamente dalle radici, ma sono in dipendenza delle rizomorfe, le quali a loro volta sviluppandosi sulle radici, da queste si espandono nel suolo circostante dove trovano condizioni adatte allo sviluppo del corpo fruttifero.

3.

Non è qui naturalmente il caso di discutere le varie opinioni dei cercatori di Tartufi accuratamente raccolte dal *Tulasne* e dal *Chatin*; e senza entrare in particolari [confermati da una pratica secolare] noti a tutti i coltivatori, sulle relazioni che esistono tra lo sviluppo, il taglio, la mancanza di certe piante determinate, e la relativa presenza o mancanza dei Tartufi tra

(1) Epoca poco adatta a questo genere di osservazioni essendo gli esemplari già maturi. Spero però di poter fare nuove ricerche in estate quando i tartufi nei luoghi segnalati in quest'anno, non abbiano ancora raggiunto il loro completo sviluppo e per conseguenza sieno le rizomorfe ancora saldamente attaccate al peridio.

le radici; senza parlare insomma di quelle pratiche empiriche le quali ora regolano il piantamento e la coltivazione delle piante a radici tartufifere, pratiche che tutte evidentemente e in modo ovvio e razionale si spiegherebbero ammettendo il parassitismo dei Tartufi; mi faccio ancora lecito accennare in appoggio a queste ricerche oltre i lavori [già ricordati] di *Boudier* e *Reess* dai quali è confermato un consimile parassitismo nel vicino genere *Elaphomyces*, anche i fatti recentemente osservati dal *Frank* (1), al quale unitamente a *Gibelli*, dobbiamo le notizie scientifiche di maggiore importanza sopra le manifestazioni miceliari ipogee.

Il *Frank* (2) [incaricato dal Ministro di fare studi sulla possibile coltivazione dei Tartufi in Germania], persuaso, dopo i lavori di *Rees*, che le Tuberacee dovessero vivere quali parassite delle radici, osservava già solo incidentalmente molti dei fatti che ho potuto constatare.

I. Che le Rizomorfe provenienti dai micelii radicali si svolgono molto più numerose nei punti in cui si trova un Tartufo, formando ivi un sistema di fasci riccamente anastomizzati di cui facilmente si riesce a stabilire la continuità colle radici delle Cupuliferae. [loc. cit. pag. 130-131, Fig. 7].

II. Straordinariamente numerose si osservano le Mycorhize in quei punti del terreno dove si sviluppano Tartufi, cosicchè i Tartufi maturi si trovano rinchiusi dentro un intreccio serrato di Mycorhize. [Pag. 135].

III. Anche la rigorosa dipendenza tra la presenza dei corpi fruttiferi dei Tartufi e la presenza di piante viventi è un fatto che si deve accentuare. [Pag. 144].

IV. Le *Mycorhize* che si incontrano in una regione in cui mancano i Tartufi, non si possono differenziare da quelle che si osservano nelle regioni in cui essi si trovano, solamente quivi tanto le mycorhize quanto i micelii da esse provenienti si osservano in maggiore quantità. [Pag. 141].

Colla conferma di questi fatti, io non intendo però ammettere, senza prove ulteriori, la identità fra tutte le Mycorhize

(1) Loc. cit.

(2) Come è noto il FRANK nel suo lavoro si occupa essenzialmente della relazione di Simbiosi, che secondo il suo modo di vedere si stabilisce fra le *Mycorhizae* e le radici delle *Cupuliferae*.

delle cupulifere e di molte altre piante, ed i micelii rizomorfici osservati nelle Tuberacee, essendo io convinto della assoluta impossibilità in cui ci troviamo per ora di stabilire caratteri diagnostici e differenze sicure fondandosi sulle proprietà morfologiche dei micelii.

Ma d'altra parte non si deve credere che i micelii debbano sempre e necessariamente fruttificare, perchè mancando date condizioni, è noto pure come molti micelii possano vegetare senza fruttificare.

Per ora limitiamoci a segnare unicamente il fatto *che alcune rizomorfe parassite delle radici, perfettamente simili a quelle indicate dal Frank col nome di Mycorhize, danno, in condizioni non ancora definite, origine a corpi riproduttori o Tartufi* [*T. excavatum Vitt.*, *lapideum Nob.*]. Alle future osservazioni lascieremo la risposta ai numerosi quesiti che naturalmente ancora si parano dinanzi. Il campo di ricerca è vasto ed una ricca messe di nuovi fatti non deve tardare certamente ad essere raccolta.

In conclusione, pur riconoscendo le numerose lacune (1) inevitabili in queste prime ricerche, io mi sono deciso a farle di pubblica ragione onde eccitare i botanici allo studio biologico delle Tuberacee le quali vanno tuttodì acquistando coi metodi di coltura già introdotti specialmente in Francia (2), una importanza economica veramente enorme quale risulta dalle statistiche ufficiali (3).

Necessariamente la conoscenza del parassitismo che lega i Tartufi alle piante *esclude la possibilità di una vagheggiata coltura indipendente*, ma potrà servire a dettare norme razionali che regolino il piantamento delle Tartufaie dalle quali certamente il paese ricaverà sempre un duplice vantaggio, ottenendosi colla raccolta del prezioso ascomicete anche la ricchezza concessa da un utilissimo rimboschimento di molte plaghe improduttive quale da molti anni si è verificato in alcune provincie francesi.

R. Orto Botanico di Torino
6 gennaio 1887.

---

(1) Specialmente per quanto ha rapporto alla determinazione delle radici.

(2) Piantamenti ordinati di quercie a radici tartufifere.

(3) Secondo i dati forniti dal Chatin, il valore dei tartufi raccolti in media annualmente in Francia [1869!] rappresentava già una somma di Lire 15881000 !

Sulle clorobromonaftaline;

Memoria di I. Guareschi e P. Biginelli

In seguito alle esperienze che io ho fatto (1) sulla trasformazione di molti derivati della naftalina in ftalidi sostituite, era interessante di studiare sotto questo aspetto anche i derivati clorobromosostituiti e così stabilire la costituzione chimica di alcuni di questi, essendo in altro modo non facile determinare la posizione del cloro e del bromo che trovansi contemporaneamente in un composto.

Il signor Biginelli sotto la mia direzione ha preparato ed analizzato alcuni nuovi clorobromoderivati e di questi ne furono studiati i prodotti di ossidazione.

Mi piace osservare che questo lavoro era terminato sin nel luglio 1886 e ne feci cenno nei *Berichte d. deut. Chem. Gesell.* 1886, pag. 1154 (2) ed il signor Biginelli se ne valse in gran parte per preparare la sua Tesi di laurea in Chimica e Farmacia.

Poco dopo H. E. Armstrong e S. Williamson (3) bromurando l'acido 1,4 cloronaftalinsolfonico ottennero una bromocloronaftalina fusibile a 67° ch'essi giustamente ritengono identica con quella da me accennata nei *Berichte*.

Pubblico ora questa prima parte delle ricerche fatte nel mio laboratorio sulle clorobromonaftaline; descriverò in altra nota l'acido clorobromoftalico ed i derivati che si hanno dalla β cloronaftalina.

Sulle clorobromonaftaline *bi*sostituite non si hanno che alcune osservazioni di Clève (4) il quale per l'azione del perclo-

(1) Guareschi, Mem. della R. Acc. delle Scienze di Torino, t. XXXV, e Liebig's, *Ann. d. Chem.* t. 222, pag. 282; Atti della R. Acc. delle Scienze, dic. 1885; *Berichte d. deut. Chem. Gesell.* 1886, t. XIX, pag. 1155; Atti del R. Istit. Lomb., 1886, vol. XIX.

(2) Atti R. Acc. delle Scienze di Torino, dic. 1885.

(3) *Chem. Centralbl.* 1887, pag. 117.

(4) *Bull. Soc. Chim. de Paris*, t. XXVI, pag. 540.

ruro di fosforo sul cloruro dell'acido bromonaftalinsolfonico (preparato dall'acido α nitronaftalinsolfonico, sostituendo NO^2 con Br) ottenne una monocloromonobromonaftalina $\alpha_1 = \alpha_2$ in aghi incolori fusibili a 115°.

Era interessante di preparare le monocloromonobromonaftaline per vedere se per ossidazione si comportano come i corrispondenti derivati bibromo e bicloroderivati.

Facendo agire il bromo sull'α monocloronaftalina, si dovrebbero ottenere prodotti identici a quelli dell'azione del cloro sull'α monobromonaftalina. L'esperienza ha dimostrato esatta questa supposizione.

Studiando l'azione del bromo sull'α monocloronaftalina abbiamo ottenuto due clorobromonaftaline $C^{10} H^6 Cl Br$ delle quali una fusibile a 66-67° e l'altra a 119°-119°,5. Le stesse due clorobromonaftaline furono ottenute per l'azione del cloro sull'α monobromonaftalina.

Tenendo conto di questi fatti e dei prodotti d'ossidazione delle sostanze ottenute abbiamo potuto stabilire con abbastanza sicurezza la costituzione delle due monocloromonobromonaftaline.

Dividiamo in quattro capitoli il presente lavoro:

1) Azione del bromo sull'α monocloronaftalina.

2) α monobromo α monocloronaftalina fusibile a 66-67°; clorobromonaftochinone e clorobromoftalide corrispondenti.

3) Azione del cloro sull'α monobromonaftalina.

4) α monocloroαmonobromonaftalina fusibile a 119°-120° e suoi prodotti di ossidazione. Residui fusibili a 54°-55°

I.

Azione del bromo sull'α monocloronaftalina.

La monocloronaftalina impiegata ci fu fornita in parte dalla fabbrica Schuchardt, era incolora e fu rettificata raccogliendo la porzione bollente entro limiti ristretti; in parte fu preparata in laboratorio col metodo Rymarenko (1).

Si fece agire il bromo a molecole uguali sulla α monocloronaftalina; cioè per 27 gr. di α monocloronaftalina si impie-

(1) BEILSTEIN, *Hand. d. Org. Chem.* 1ª ediz., II, pag. 1201.

garono circa 26 gr. (circa 9 c. c.) di bromo e per 34 gr. circa 10 cc. Mediante imbuto a chiavetta si fece cadere a goccie il bromo sulla α cloronaftalina. La reazione è molto viva e bisogna far agire il bromo a poco a poco. Si sviluppa *H Br* e in ultimo dei vapori rossi di bromo; a questo punto il prodotto solidifica in massa bianco-rossiccia per un poco di bromo in eccesso. Si ottiene un poco più della quantità teorica di prodotto grezzo. Il prodotto fu esposto all'aria per scacciare l'eccesso di bromo, poi schiacciato al torchio per toglierne un poco di materia oleosa e finalmente fu sciolto in alcol caldo fra 30-40°; dalla soluzione alcolica si depositano dei bei cristalli aghiformi e fragili disposti a stella, fusibili a 66-67°. Questo punto di fusione non varia anche dopo ripetute cristallizzazioni e dopo sublimazione.

Dall'alcol madre si hanno prodotti che fondono sopra 67°. Dopo numerose cristallizzazioni e coi soliti artifizi basati sulla diversa solubilità e sulla più o meno facilità a sciogliersi prontamente, si riuscì a separare delle tavole splendenti rettangolari fusibili a 119°-119°,5 di una clorobromonaftalina isomera. Anche questo punto di fusione non varia dopo ripetute cristallizzazioni.

Nei residui si ebbe una frazione fusibile 54-55° che per cristallizzazione frazionata non fu possibile scindere in prodotti fusibili a diversa temperatura. Vedremo però più innanzi che questa frazione 54-55° è una miscela contenente della clorobromonaftalina fusibile 66-67° e probabilmente anche quella fusibile 119-119°,5.

Nell'azione del bromo sull'α monocloronaftalina il prodotto più abbondante è la clorobromonaftalina fusibile 66-67°; vedremo che invece per l'azione del cloro sulla α monobromonaftalina predomina l'isomero fusibile a 119-119°,5.

II.

Paramonocloromonobromonaftalina, Paraclorobromonaftochinone, Paraclorobromoftalide.

Paramonocloromonobromonaftalina. — Il composto fusibile a 66-67° ottenuto nella precedente operazione, diede all'analisi i risultati seguenti:

I. Gr. 0,3335 di sostanza fornirono gr. 0,6165 di CO^2 e 0,081 di H^2O.

II. Gr. 0,3867 di sostanza fornirono 0,7151 di CO^2 e 0,0842 di H^2O.

III. Gr. 0,4615 di sostanza fornirono gr. 0,634 di $AgCl + AgBr$.

Da cui la composizione centesimale seguente:

	I	II	III
C =	50,41	50,43	—
H =	2,69	2,42	—
Br =	—	—	33,15
Cl =	—	—	14,71

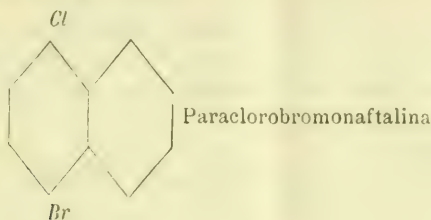
Il cloro e bromo furono trovati sapendosi che $AgCl + AgBr = 331,5$.

Questi numeri corrispondono sufficientemente alla composizione di una clorobromonaftalina $C^{10}H^6ClBr$ per la quale si calcola:

C = 49,70
H = 2,48
Br = 33,12
Cl = 14,70

Questa monocloromonobromonaftalina fonde a 66-67° e bolle verso 304° (non corr.). È solubile nell'alcol, etere ed acido acetico; 1 parte di sostanza si scioglie a 18°, 8 in 47 p. di alcol a 92 p. 100. Volatilizza col vapor d'alcol nella proporzione di 0,1 gr. per 100 cc. di alcol a 92 p. 100. Sublima pure in aghi.

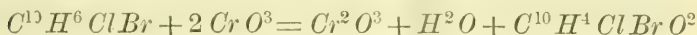
Ossidata con acido cromico fornisce un clorobromonaftochinone e la clorobromoftalide; perciò deve contenere gli atomi di cloro e di bromo nel medesimo nucleo benzinico; inoltre essendosi ottenuta sia partendo dall'α cloronaftalina quanto dall'α bromonaftalina ne viene di conseguenza che deve avere gli

atomi *Cl* e *Br* nella posizione *para* cioè deve essere $(\alpha_1 - \alpha_2)$ e rappresentata dalla formola:

La sostituzione di un atomo di cloro con un atomo di bromo ha in questo caso poca influenza sul punto di fusione; infatti:

Parabicloronaftalina $C^{10} H^6 Cl^2$ fonde a 67°-68°.
Paraclorobromonaftalina $C^{10} H^6 Cl\, Br$ fonde a 66°-67°.
Parabibromonaftalina $C^{10} H^6 Br^2$ fonde a 82°.

Paraclorobromo α naftochinone $C^{10} H^4 Br\, Cl\, O^2$. — Si ottiene, insieme alla clorobromoftalide, ossidando la clorobromonaftalina precedente con acido cromico.

È conveniente operare su 5 gr. di clorobromonaftalina ogni volta. Secondo l'equazione seguente:

$$C^{10} H^6 Cl Br + 2\, Cr O^3 = Cr^2 O^3 + H^2 O + C^{10} H^4 Cl Br O^2$$

si avrebbe dovuto impiegare circa 4 gr. di acido cromico, ma in questo caso abbiamo osservato che la maggior parte della sostanza resta inalterata. Ne abbiamo invece impiegato più del doppio della quantità richiesta dall'equazione precedente.

Si sciolsero 5 gr. di clorobromonaftalina in 100 cc. di acido acetico glaciale e 10 gr. di acido cromico in 200 cc. di acido acetico glaciale e le soluzioni furono mescolate. La reazione incomincia a freddo, ma si fa più viva e completa scaldando a b. m. Dopo circa ½ ora di riscaldamento il liquido è di un bel verde smeraldo. Si versa in circa 8 volumi d'acqua e si raccoglie il clorobromonaftochinone su un filtro. Nel liquido verde filtrato si trova la clorobromoftalide che fu separata come sarà detto più innanzi.

Il precipitato fioccoso giallo rimasto sul filtro si ricristallizza dall'alcol, dal quale si ha in lunghi aghi gialli fusibili a 166°,5-167°.

Il prodotto puro analizzato diede i risultati seguenti:

I. Gr. 0,2642 di sostanza diedero grammi 0,315 di *Ag Cl* + *Ag Br* e per 0,300 di miscela argentica, per l'azione di una corrente di cloro secco, subirono una perdita di gr. 0,040.

II. Gr. 0,3585 di sostanza fornirono 0,5897 di CO^2 e gr. 0,0547 di H^2O.

Da cui la composizione centesimale seguente:

		I	II
C	=	—	44,85
H	=	—	1,69
Br	=	28,66	—
Cl	=	12,91	—

Deducendo il cloro e il bromo dalla miscela del cloruro e bromuro d' argento ed essendo *Ag Cl* + *Ag Br* = 331,5 si avrebbe:

Br = 28,77

Cl = 12,75

Questi risultati conducono alla formola di un clorobromonaftochinone pel quale si calcola:

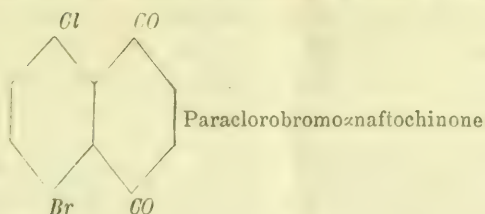
C = 44,19

H = 1,47

Cl = 13,07

Br = 29,46

Questo *clorobromonaftochinone* cristallizza in aghi setacei, d'un giallo d'oro, fusibili a 166°,5-167°. Sublima pure in aghi che fondono alla stessa temperatura. È solubile nell'alcol e nell'etere. La sua soluzione alcolica concentrata trattata con soluzione alcolica pure concentrata di anilina o di paratolnidina o di fenilidrazina si colora in un bel rosso.

A questo clorobromonaftochinone spetta probabilmente la formola:

Paraclorobromoftalide $C^8 H^4 Cl Br O^2$. — Questo interessante composto si forma insieme al clorobromoαnaftochinone nella indicata reazione. Il liquido verde filtrato dal clorobromonaftochinone fu evaporato a secco ed il residuo ripreso con poca acqua e filtrato. Rimase sul filtro una polvere quasi bianca che fu lavata con poca acqua. Il liquido filtrato fu di nuovo evaporato ed il residuo trattato con acqua fornì ancora un poco di polvere bianca cristallina. Queste due porzioni di sostanza bianca furono trattate con una soluzione di 2 a 3 grammi di soda caustica nella quale si sciolsero completamente dando un liquido ranciato. Acidulato il liquido con acido cloridrico s'ebbe un bel precipitato cristallino quasi bianco, che raccolto, lavato ed asciugato fu cristallizzato dall'alcol a 92 p. 100, scolorando con carbone. Se ne forma circa il 15 p. 100. Il prodotto puro, fusibile a 179°,5-180° diede all'analisi i risultati seguenti:

I. Gr. 0,162 di sostanza diedero 0,2185 di $Ag\ Cl + Ag\ Br$, e calcolando secondo $Ag\ Cl + Ag\ Br = 331{,}5$ si ha: $Cl = 0{,}0234$ e $Br = 0{,}0527$.

II. 0,2182 di sostanza fornirono 0,3197 di CO^2 e gr. 0,0368 di $H^2 O$.

III. Gr. 0,1874 di sostanza diedero 0,2753 di CO^2 e 0,033 di $H^2 O$.

IV. Gr. 0,2976 di sostanza fornirono 0,4304 di CO^2 e 0,0466 di $H^2 O$.

Da cui la composizione centesimale seguente:

	I	II	III	IV
$C =$	—	39,92	40,06	39,44
$H =$	—	1,87	1,95	1,73
$Br =$	32,53	—	—	—
$Cl =$	14,44	—	—	—

Per la clorobromoftalide $C^8 H^4 Cl Br O^2$ si calcola;

$$C = 38,80$$
$$H = 1,61$$
$$Br = 32,32$$
$$Cl = 14,34\ .$$

Si nota nelle analisi un eccesso di carbonio specialmente nelle due prime in cui il prodotto non era perfettamente bianco.

La *clorobromoftalide* si depone dall'alcol in bei cristalli tabulari romboedrici, brillanti, fusibili a 179°,5-180°. Sublima. Si scioglie poco nell'acqua. Non dà reazione colorata col fenolo ed acido solforico. Ha tutti i caratteri dei composti simili che si ottengono dalla parabibromonaftalina e dalla parabicloronaftalina. Questo composto deve avere senza dubbio la formola:

e deve denominarsi *paraclorobromoftalide*.

Si noterà che il punto di fusione di questa clorobromoftalide è intermedio fra quello della bicloro e della bibromoftalide scoperte da uno di noi (1).

Parabicloroftalide $C^8 H^4 Cl^2 O^2$ fonde a 163°.
Paraclorobromoftalide $C^8 H^4 Cl Br O^2$ fonde a 179°,5-180°.
Parabromoftalide $C^8 H^4 Br^2 O^2$ fonde a 188°-189°.

III.

Azione del cloro sulla α monobromonaftalina.

L'α monobromonaftalina impiegata fu in parte preparata in questo laboratorio per l'azione del bromo nella naftalina sciolta nel solfuro di carbonio e bolliva a 175-176° (non corretto); in parte venne acquistata dalla fabbrica Trommsdorff.

(1) Ossidando la bromonitronaftalina di Julin, fusibile a 85°, ho ottenuto un prodotto che probabilmente è una bromonitroftalide e che descriverò in una prossima nota. (I. GUARESCHI).

Nell' α monobromonaftalina, a freddo, fu fatta passare una corrente di gas cloro sino ad ottenere un aumento di peso dal 16 al 18 p. 100. In principio dell'operazione, essendo la corrente di cloro abbastanza forte, la reazione è molto viva e la temperatura s'innalza sino a 120°. Bisogna allora diminuire la corrente di cloro e far in modo che il termometro segna sotto 100°. Durante l'operazione si ebbe sempre regolare sviluppo di gas acido cloridrico. Ottenuto il peso voluto (ad esempio 64-65 gr. per 55 gr. di α monobromonaftalina impiegata) si cessa la corrente e si lascia raffreddare. La massa solidificata si lasciò alquanto a sè per lasciar sviluppare il gas cloridrico; poi entro lo stesso matraccio fu distillata. Nel principio della distillazione si sviluppa un poco di bromo e molto acido cloridrico proveniente dalla decomposizione di prodotti d'addizione. Il termometro sale rapidamente a 287° e si mantiene fisso per un certo tempo. Questa porzione si solidifica completamente per raffreddamento. Separatamente si raccolsero le porzioni bollenti 287-305°, 305-320° e come residuo s'ebbe una sostanza quasi nera che anch'essa solidificò e dopo compressione al torchio s'ebbe bianca come le altre porzioni. Questi prodotti furono cristallizzati separatamente dall'alcol. Dalle tre ultime porzioni si ottenne essenzialmente una sostanza cristallina polverulenta, pesante e fusibile 105-114°; dalla prima invece si ottennero dei bei cristalli lunghi, aghiformi, flessibili, fusibili 100-103° e una piccola parte in cristalli pure aghiformi, ma duri e simili a quelli della paraclorobromonaftalina, che fondevano 59-62°.

Riunite tutte le frazioni che fondevano sopra 105° s'ebbero per successive e numerose cristallizzazioni delle belle lamelle, sottili, leggiere, splendenti che fondevano costantemente a 119°-119°,5.

Le varie porzioni che fondevano 59-62° furono ricristallizzate molte volte e fornirono dei bei cristalli aghiformi, lunghi, splendenti, disposti a stella, fusibili a 66-67° ed in tutto simili a quelli della paraclorobromonaftalina. L'identità con questa fu stabilita non solo pel punto di fusione, per la forma cristallina, per l'analisi e pei prodotti di ossidazione, ma anche per la solubilità.

1 p. di clorobromonaftalina fusibile 66-67° proveniente dall'azione del bromo sull'α cloronaftalina si scioglie in 48 p. d'alcol (a 92 %) alla temperatura di 18°,8 e la clorobromonaftalina

fusibile 66-67° ottenuta per l'azione del cloro sull'α monobromonaftalina si scioglie in 47 p. di alcol (a 92 %) a 18°,8.

Un dosamento di carbonio e idrogeno diede il risultato seguente:

Gr. 0,4349 di sostanza fornirono 0,8007 di CO^2 e 0,1029 di H^2O.

Da cui:

$$C = 50,21$$
$$H = 2,62$$

Per $C^{10} H^6 Cl Br$ si calcola:

$$C = 49,70$$
$$H = 2,48$$

Non resta dunque dubbio sulla identità dei due prodotti.

IV.

Clorobromonaftalina fusibile 119°-119°,5.

I cristalli lamellari fusibili a 119°-119°,5 ottenuti nell'operazione precedente sono identici con quelli fusibili egualmente a 119-119°,5 ottenuti per l'azione del bromo sulla α cloronaftalina e sono isomeri col prodotto fusibile a 66-67°.

I cristalli ottenuti per l'azione del bromo sull'α cloronaftalina diedero:

I. Gr. 0,419 di sostanza fornirono 0,7567 di CO^2 e gr. 0,0968 di H^2O.

II. Gr. 0,3925 fornirono 0,535 di cloruro e bromuro d'argento.

Da cui:

	I	II
$C =$	49,25	—
$H =$	2,56	—
$Br =$	—	32,61
$Cl =$	—	14,76

I cristalli ottenuti dall'azione del cloro sull'α monobromonaftalina diedero:

I. Gr. 0.400 di sostanza fornirono 0,7154 di CO^2 e gr. 0,0863 di H^2O.

II. Gr. 0,337 fornirono 0,4583 di cloruro e bromuro d'argento.

Da cui:

	I	II
$C =$	48,80	—
$H =$	2,40	—
$Br =$	—	32,64
$Cl =$	—	14,66

Questi risultati conducono alla formola della clorobromonaftalina $C^{10}H^6ClBr$, per la quale si calcola:

$$C = 49,68$$
$$H = 2,48$$
$$Br = 33,12$$
$$Cl = 14,70$$

Questa clorobromonaftalina cristallizza in lamelle sottili, splendenti, fusibili a 119-119°,5. Non sublima senza scomporsi in parte. Si scioglie nell'alcol meno della paraclorobromonaftalina: 1 p. si scioglie in 200 p. d'alcol (a 92 %) a 16°. Volatilizza col vapore d'alcol; 0,2272 di sostanza sciolta in 40 c. c. di alcol ed evaporata la soluzione lasciò un residuo che pesava solamente 0,0828. È circa 6 volte meno solubile nell'acido acetico che non la paraclorobromonaftalina.

Per vedere in quale nucleo si trovano il cloro e il bromo in questo composto si ossidò con acido cromico nello stesso modo indicato per la parabromocloronaftalina.

Si sciolse 1 p. di sostanza in circa 60 volte il suo peso d'acido acetico glaciale e si mescolò con circa 3 volte il suo peso di acido cromico sciolto in 20 volte il suo peso d'acido acetico; è meglio operare su piccole quantità cioè circa 2-3 gr. di sostanza con 7 a 8 gr. di acido cromico. Dopo riscaldamento a b. m. si ha un liquido verde che si versa in 8 volte il suo volume d'acqua. Precipita una piccola quantità di sostanza bianca cristallina che lavata bene, e sciolta nell'alcol, poi decolorata si depone in belle lamelle fusibili a 117°-119°,5 e che aveva i

caratteri della clorobromonaftalina inalterata. Non si trovò traccia di un composto chinonico.

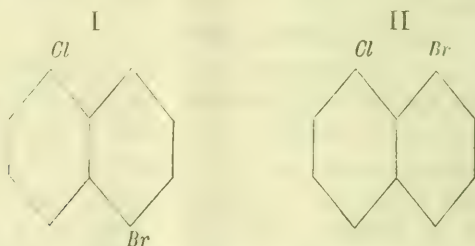
Il liquido verde fu evaporato a secco ed il residuo trattato con poca acqua si sciolse completamente senza lasciare nemmeno traccia di residuo di ftalide. Il liquido fu riscaldato con soluzione di soda e carbonato sodico; filtrato l'idrato cromico si acidulò il liquido giallo, filtrato, con acido solforico poi si estrasse ripetutamente con etere sino a che un saggio di questo non lasciava più residuo. Distillato l'etere s'ebbe un residuo cristallino quasi bianco, che fondeva, così grezzo, a circa 180° sviluppando bollicine gassose; fu sciolto nell'acqua, scolorito con carbone e per evaporazione diede dei lunghi aghi bianchi, duri e fragili, disposti a ciuffi, fusibili a 183-184°. La soluzione ha reazione acidissima. Questo acido per sublimazione dà un anidride in aghi fusibili a 122-123°. All'analisi diede i risultati seguenti:

Gr. 0,1980 di sostanza fornirono 0,142 di cloruro d'argento.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^6 H^3 Cl (COOH)^2$
Cloro	17,74	17,70

Quest'acido ha dunque la composizione e tutti i caratteri dell'acido αcloroftalico ottenuto da uno di noi (1) ossidando la bicloronaftalina fusibile a 107°,5.

I fatti sovra descritti dimostrano che nella clorobromonaftalina fusibile a 119-119°,5 il cloro ed il bromo si trovano in due nuclei diversi; e per il suo modo di formazione cioè partendo da α cloro e da α bromonaftalina deve contenere i due atomi alogenici in posizione α. Perciò non è possibile per questa clorobromonaftalina che una delle due formole seguenti:

(1) GUARESCHI, *Sulla γdicloronaftalina e l'acido ortomonocloroftalico*, Atti R. Acc. delle Scienze, t. XXI e *Berichte d. deut. Chem. Gesell.*, 1886, t. XIX, pag. 134.

Ma Clève afferma di aver ottenuto una $C^{10}\ H^6\ Cl\ Br$ fusibile a 115° in aghi splendenti, la quale avrebbe la formola $\alpha^1 = \alpha^2$ cioè la I, quindi bisogna concludere che la nostra clorobromonaftalina fusibile a 119° abbia la formola $\alpha^1 = \alpha^1$ cioè la II.

Sarebbe utile uno studio più completo della clorobromonaftalina di Clève per vedere se veramente è isomera colla nostra.

Prodotto fusibile a 54-55°. — Nell'azione del bromo sull'α cloronaftalina dopo separata la clorobromonaftalina fusibile a 66-67° si ottengono delle frazioni fusibili sotto 66° e da queste se ne ottenne una piccola quantità che fondeva costantemente a 54-55°. Il dosamento degli alogeni dimostrò che aveva la composizione di una clorobromonaftalina:

Gr. 0,3985 di sostanza fornirono 0,551 di cloruro e bromuro d'argento corrispondente a 0,0590 di cloro e 0,1329 di bromo.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^{10}\ H^6\ Cl\ Br$
Br	= 33,30	33,12
Cl	= 14,80	14,70

Questo prodotto ossidato con acido cromico nelle identiche condizioni descritte precedentemente fornì del clorobromonaftochinone fusibile a 166-167° e della clorobromonaftalide fusibile 179°,5-180°, identici coi prodotti d'ossidazione ottenuti dalla paraclorobromonaftalina; si ottenne solamente una piccolissima quantità di un acido che non si è potuto caratterizzare. Questo prodotto fusibile 54-55° contiene dunque della paraclorobromonaftalina probabilmente mescolata con clorobromonaftalina fusibile 119-119°,5 la quale essendo più facilmente ossidabile resta distrutta.

È da notarsi che la clorobromonaftalina fusibile a 119°,5 abbassa molto il punto di fusione della parabromocloronaftalina, quando vi è mescolata. Una miscela di 1 p. di clorobromonaftalina fusibile 119°,5 con 7 a 8 p. di paraclorobromonaftalina fusibile 66-67° cristallizzata dall'alcol fornisce degli aghi corti (simili a quelli che fondono a 54-55°) che fondono a 57-59°.

Accade lo stesso quando si mescola la bibromonaftalina fusibile 131°,5 con quella fusibile a 82° (1).

---

(1) *Ricerche sui derivati della Naftalina*, Mem. R. Acc. delle Scienze di Torino, 1883, p. 7.

Non abbiamo spinto più innanzi l'esame della porzione fusibile a 54-55° avendo poca quantità di prodotto.

Da queste ricerche risulta che nell'azione del bromo sull'αmonocloronaftalina si formano due prodotti isomeri, ma prevalentemente quello nel quale il bromo va nello stesso nucleo ove è il cloro cioè il prodotto *para*: nell'azione del cloro sull'α monobromonaftalina si formano gli stessi due isomeri, ma il cloro entra di preferenza nel gruppo non contenente il bromo ed anch'esso va in posizione α.

Per ossidazione con acido cromico della paraclorobromonaftalina si ha chinone e ftalide; per ossidazione del prodotto con *Cl* e *Br* in nuclei diversi non si ha chinone nè ftalide.

Ossidando con acido cromico la clorobromonaftalina $C^4 H^4 Cl C^2 C^4 H^3 Br$ è il gruppo $C^4 H^4 Br$ che resta più facilmente ossidato e si forma l'acido α cloroftalico $C^4 H^3 Cl C^2 (COOH)^2$.

Non è privo di interesse osservare, come si vedrà meglio in un lavoro che uno di noi pubblicherà sull'azione del bromo sulla naftalina e sulla monobromonaftalina, che per l'azione del bromo sulla naftalina, sulla α monobromonaftalina, sull'α monocloronaftalina e per quella del cloro sulla α monobromonaftalina, si formano due prodotti isomeri, uno $\alpha_1 - \alpha_2$ cioè *para* e che fonde a bassa temperatura e l'altro $\alpha_1 = \alpha_1$ e che fonde a temperatura più alta:

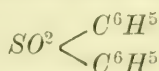
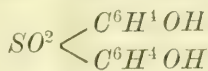
	$C^{10} H^6 X^2$	
	$\alpha_1 - \alpha_2$	$\alpha_1 = \alpha_1$
Bromo $+ C^{10} H^8$	82°	131°,5
Bromo $+ C^{10} H^7 Br$	82°	131°,5
Bromo $+ C^{10} H^7 Cl$	67°	119°,5
Cloro $+ C^{10} H^7 Br$	67°	119°,5

Ora in questo laboratorio si prepareranno e studieranno i bromocloroderivati della β cloronaftalina.

Torino — R. Università — Febbraio 1887.

Sugli acidi glicolici dell'ossisolfobenzide;
Nota dei Dott. G. DACCOMO e A. RAMATI

L'ossisolfobenzide sta al fenolo come la solfobenzide alla benzina:

$$SO^2 < \begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix} \qquad SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OH \\ C^6H^4OH \end{matrix}$$

Solfobenzide — Ossisolfobenzide.

Glutz (1) l'ottenne scaldando a 160-170° due parti di fenolo con tre di acido solforico ordinario. Annaheim (2) la preparò scaldando per 5-6 ore a 190° parti uguali di fenolo e d'acido solforico; si versa poi il liquido rosso porpora ottenuto in 3-4 volumi d'acqua e si agita: l'ossisolfobenzide si depone sotto forma di aghi lanceolati che si purificano con successive cristallizzazioni e col carbone. Annaheim modificò in seguito questo processo adoperando 2 molecole di fenolo per una d'acido solforico e scaldando per circa 4 ore in un bagno ad olio a 180°. Quando il liquido è completamente raffreddato, lo si versa nell'acqua e si agita, poscia si fa bollire e si filtra a caldo: per raffreddamento cristallizza l'ossisolfobenzide. La reazione succede secondo quest'equazione:

$$2\,C^6H^5OH + H^2SO^4 = SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OH \\ C^6H^4OH \end{matrix} + 2\,H^2O\,.$$

L'ossisolfobenzide cristallizza nel sistema ortorombico ed ha un peso specifico di 1,3665 a 15°. Guareschi osservò che per l'azione del permanganato potassico essa fornisce acido solforico,

(1) *Ann. d. Chem. u. Pharm.*, 1868, t. 147, pag. 52.
(2) *Journ. f. prakt. Chem.*, 1871 (1), t. 1, pag. 8; e t. 2, pag. 385, in KOLBE, *Das Chem. Laboratorium der Universität Leipzig*, 1872, pag. 249 e 432; *Berichte d. deut. Chem. Gesell.*, 1873, t. VI, pag. 1306, e *Ann. d. Chem. u. Pharm.*, 1874, t. 172, pag. 28

ossalico e carbonico. Ha proprietà di un acido debole; è solubile nell'alcool, nell'etere, negli alcali e nella glicerina concentrata, da cui riprecipita diluendo con acqua. Si scioglie senza scomporsi nell'acido solforico concentrato, scaldando però pare che si trasformi in acido fenolsolforico.

L'ossisolfobenzide necessaria per le ricerche descritte nella presente nota, fu preparata seguendo il metodo d'Annaheim. Siccome però anche dopo il trattamento ripetuto col carbone animale, il prodotto era sempre un un po' colorato, venne sciolto nell'ammoniaca diluitissima, precipitando poi frazionatamente mediante l'acido cloridrico diluito. Colle prime porzioni precipita quasi tutta la materia resinosa insieme a poca ossisolfobenzide e da ultimo si ottiene un prodotto che dalla soluzione acquosa bollente previamente scolorita con poco carbone animale, si depone in begli aghi, perfettamente incolori.

Si può pure avere con facilità un prodotto puro operando come segue:

La miscela d'acido solforico e fenolo, dopo compita la reazione, viene versata nell'acqua: si lascia raffreddare e si filtra per separare l'acido solforico ed il fenolo che non presero parte alla reazione: dalla materia solida deposta si separa meccanicamente quasi tutta la parte resinosa ed il prodotto rimanente dopo un paio di cristallizzazioni è sufficientemente puro.

L'ossisolfobenzide così ottenuta fondeva a 234° ed all'analisi diede questi risultati:

Gr. 0,3858 di sostanza fornirono gr. 0,8154 di CO^2 e gr. 0,1454 di H^2O.

Da cui calcolando per 100 si ha:

	trovato	calcolato per $SO^2<\begin{matrix}C^6H^4OH\\C^6H^4OH\end{matrix}$
C	57,64	57,60
H	4,10	4,00 .

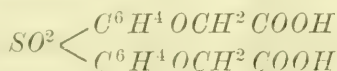
Non è ancora ben stabilito con sicurezza se il gruppo SO^2 nell'ossisolfobenzide è nella posizione *para*; i prodotti di decomposizione di alcuni derivati dell'ossisolfobenzide potranno forse contribuire a risolvere tale questione.

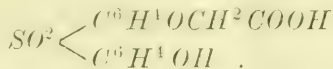
I.

AZIONE DELL'ETERE MONOCLORACETICO SULL'OSSISOLFOBENZIDE IN PRESENZA DELLA SODA CAUSTICA.

Furono ottenuti degli acidi glicolici aromatici sia partendo dall'acido fenico, sia da molti altri fenoli, specialmente per l'azione dell'acido monocloracetico o del suo etere etilico, in presenza della potassa o della soda caustica; era quindi interessante vedere se si osservava la stessa reazione in un composto contenente due ossidrili in due gruppi fenolici legati dal radicale SO^2 e se si produceva un solo derivato oppure due contemporaneamente, ed a questo scopo si tentò l'azione dell'etere monocloracetico sull'ossisolfobenzide in presenza di un eccesso di soda caustica.

Ottenemmo in realtà due acidi glicolici ben definiti di cui il primo ha la composizione.

$$SO^2 \begin{cases} C^6H^4\,OCH^2\,COOH \\ C^6H^4\,OCH^2\,COOH \end{cases}$$

Lo chiameremo quindi *acido solfonfenilglicolico*; il secondo è l'*acido ossifenilsolfonglicolico* ed ha questa formola:

$$SO^2 \begin{cases} C^6H^4\,OCH^2\,COOH \\ C^6H^4\,OH \end{cases}.$$

Il modo di preparazione di questi due acidi è il seguente:

In un pallone a lungo collo si introducono 5 grammi d'ossisolfobenzide e 30 di etere monocloracetico; si scalda a bagno di sabbia fino ad avere una soluzione limpida, poi si aggiungono 50 gr. di soluzione di soda caustica della densità di 1,30. Succede subito una viva reazione, la temperatura si innalza notevolmente ed il liquido entra in ebollizione violenta; calmata un po' la reazione si continua a scaldare per circa mezz'ora, dopo di che si diluisce con acqua e si acidifica con acido cloridrico diluito. Precipita un denso magma bianchissimo che si raccoglie sul filtro e si lava accuratamente. Questo precipitato è costituito da una miscela dei due acidi.

Infatti analizzato dopo una semplice cristallizzazione dall'acqua, diede i risultati seguenti:

Gr. 0,3689 di sostanza fornirono gr. 0,7160 di CO^2 e gr. 0,1415 di H^2O.

Da cui calcolando per 100, si ha:

$$C = 52,94$$
$$H = 4,26 .$$

Per l'acido solfonfenilglicolico si calcola 52,45 di C e 3,82 di H, per l'ossifenilsolfonglicolico 54,57 di C e 3,90 di H.

La miscela appare ancora più evidente dall'analisi dei sali di bario e d'argento. Si ottiene il sale di bario, sciogliendo il precipitato formato dall'acido cloridrico, nell'acqua e facendo poi reagire la soluzione col carbonato di bario. Il sale d'argento si ha per precipitazione dal sale di ammonio, mediante il nitrato d'argento.

Ecco le analisi dei due sali:

1° Gr. 0,5435 di sale baritico secco fornirono gr. 0,2230 di $BaSO^4$.

2° Gr. 0,3995 di sale baritico secco diedero gr. 0,1600 di $BaSO^4$.

3° Gr. 0,4450 di sale argentico secco fornirono gr. 0,1480 di Ag metallico.

Da cui calcolando per 100, si ha:

	trovato		
	I	II	III
$Ba =$	24,12	23,55	—
$Ag =$	—	—	33,24

	calcolato	
	pel sale dell'acido $SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COOH \\ C^6H^4OCH^2COOH \end{matrix}$	pel sale dell'acido $SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COOH \\ C^6H^4OH \end{matrix}$
$Ba =$	27,34	18,24
$Ag =$	37,24	26,02 .

La separazione dei due acidi si può fare in due modi diversi; si può cioè trasformare il prodotto greggio in sale di bario facendolo reagire col $BaCO^3$ e quindi cristallizzare frazionata-

mente; si depone prima il solfonfenilglicolato di bario come meno solubile e nelle ultime acque madri rimane l'ossifenilsolfonglicolato di bario. Si possono pure ottenere i due acidi separati facendo cristallizzare frazionatamente il prodotto greggio dall'alcol diluito (50 p. 100), oppure anche dall'acqua, ma il primo metodo è da preferirsi.

Acido solfonfenilglicolico.

È ben cristallizzato in aghi minutissimi, incolori, lucenti, si scioglie pochissimo nell'acqua fredda, più nella calda; è solubilissimo nell'alcool, quasi insolubile nell'etere; fonde a 227° in un liquido paglierino. La soluzione acquosa ha reazione acida marcatissima e scompone i carbonati; neutralizzata con ammoniaca dà le seguenti reazioni che sono anche comuni all'ossisolfobenzide:

col nitrato d'argento, precipitato bianco
coll'acetato di piombo, precipitato bianco
col cloruro ferrico, precipitato rosso-carneo
col solfato di rame, precipitato azzurro chiaro
col solfato di chinina, precipitato bianco.

Non precipita nè col cloruro mercurico nè col solfato di stricnina.

L'analisi dell'acido diede i seguenti risultati:

I. Gr. 0,3239 di sostanza fornirono gr. 0,6209 di CO^2 e gr. 0,1233 di H^2O.

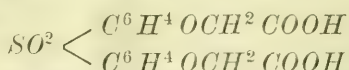
II. Gr. 0,2532 di sostanza diedero gr. 0,4863 di CO^2 e gr. 0,0918 di H^2O.

III. Gr. 0,5080 di sostanza fornirono grammi 0,3318 di $Ba\,SO^4$.

Calcolando per 100 parti, si ha dunque:

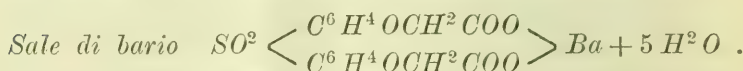
	trovato		
	I	II	III
$C=$	52,26	52,38	—
$H=$	4,23	4,02	—
$S=$	—	—	8.61

Questi numeri concordano sufficientemente colla formola

$$SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COOH \\ C^6H^4OCH^2COOH \end{matrix}$$

per la quale si calcola:

C	p. 100	52,45
H	»	3,82
S	»	8,71 .

Dell'acido fenilsolfonglicolico, preparammo i seguenti sali:

Sale di bario $SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COO \\ C^6H^4OCH^2COO \end{matrix} > Ba + 5H^2O$.

Si ottiene facendo reagire a caldo l'acido libero col carbonato baritico. È ben cristallizzato in aghi splendenti, contenenti 5 molecole di acqua; già stando all'aria perde una parte dell'acqua di cristallizzazione trasformandosi in una polvere bianca; infatti la determinazione dell'acqua di cristallizzazione nel sale appena preparato ed asciugato all'aria, dà 15,12 per 100 d acqua; dopo un giorno non dà più che il 12 per 100 circa e dopo parecchi giorni la perdita è anche maggiore; per avere però il sale completamente anidro è necessario portarlo alla temperatura di 190-195°. È poco solubile nell'acqua fredda, un po' più nella bollente; pochissimo solubile nell'alcool.

La determinazione della sua solubilità nell'acqua fornì questi risultati:

I. Gr. 45,7201 di soluzione satura alla temperatura di 16°,2, evaporata a secco in cassula di platino, lasciò gr. 0,5578 di residuo secco.

II. Gr. 24,8398 di soluzione satura bollente evaporata come sopra lasciò gr. 0,5467 di residuo.

Da cui:

100 p. d'H^2O a 16°,2 sciolgono p. 1,23 di sale.

100 p. d'H^2O bollente sciolgono p. 2,25 di sale.

La determinazione dell'acqua di cristallizzazione diede:

I. Gr. 1,0331 di sale a secco all'aria, scaldato a 190-195° fino a peso costante, perdette gr. 0,1562 d'acqua.

II. Gr. 1,4864 di sale scaldato come sopra perdette gr. 0,2264 di H^2O.

Calcolando per 100, si ha:

	trovato	
	I	II
$H^2O =$	15,12	15,23

Calcolato per $SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COO \\ C^6H^4OCH^2COO \end{matrix} > Ba + 5\,H^2O$.
15,22

Fu anche determinato il bario e si ebbe:

I. Gr. 0,5519 di sale secco fornirono gr. 0,2527 di $Ba\,SO^4$.
II. Gr. 0,4670 di sale secco fornirono gr. 0,2184 di $Ba\,SO^4$.

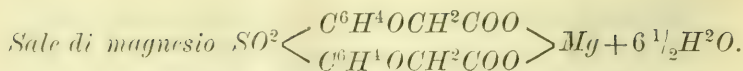
Per 100 parti si avrebbe dunque:

	trovato		calcolato
	I	II	
$Ba =$	26,90	27,00	27,34

Sale d'argento $SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COOAg \\ C^6H^4OCH^2COOAg \end{matrix}$. Si prepara neutralizzando con ammoniaca la soluzione dell'acido e precipitando con nitrato d'argento. È una polvere cristallina quasi insolubile nell'acqua fredda, la quale si altera prontamente alla luce: all'analisi diede:

I. Gr. 0,3415 di sostanza fornirono gr. 0,1240 di Ag metallico.
II. Gr. 0,4115 di sostanza fornirono gr. 0,1495 di Ag metallico.

Da cui calcolando per 100, si ha:

	trovato		calcolato
	I	II	
Ag	36,31	36,43	37,24

Sale di magnesio $SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COO \\ C^6H^4OCH^2COO \end{matrix} > Mg + 6\,{}^1/_2 H^2O.$
Si ha per doppia decomposizione del fenilsolfonglicolato di bario col solfato di magnesio. È un sale ben cristallizzato in piccoli prismi contenenti 6 ½ molecole d'acqua che perdono in parte a 100^0, ma che non diventano perfettamente anidri che a 200°. È molto solubile nell'acqua anche a freddo, pochissimo nell'alcol.

La determinazione dell'acqua di cristallizzazione diede:

Gr. 0,9823 di sale asciugato all'aria, scaldati successivamente a 100-150-200°, perdettero gr. 0,2216 di H^2O.

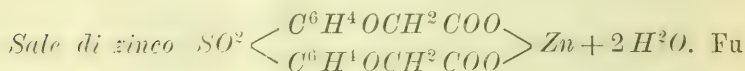
Da cui:

	trovato	calcolato
H^2O p. 100	22,55	22,40

Una determinazione di magnesio, fornì questi risultati:

Gr. 0,7607 di sale anidro diedero g. 0,0811 di MgO.

Per 100 parti si avrebbe dunque:

	trovato	calcolato
$Mg =$	6,38	6,18

Sale di zinco $SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COO \\ C^6H^4OCH^2COO \end{matrix} > Zn + 2\,H^2O.$ Fu preparato per doppia decomposizione come il precedente. È difficilmente solubile nell'acqua anche bollente da cui cristallizza in lamelle madreperlacee, untuose al tatto, molto simili nell'aspetto al valerianato dello stesso metallo: contengono 2 molecole d'acqua di cristallizzazione che perdono completamente a 200^0, infatti:

Gr. 0,8138 di sale, scaldati successivamente a 100-150-200° fino a peso costante, perdettero gr. 0,0652 di acqua.

Calcolando dunque per 100 si ha:

	trovato	calcolato
$H^2O =$	8,02	7,74

La determinazione dello zinco diede:

Gr. 0,7486 di sale secco fornirono gr. 0,1392 di ZnO.

Da cui :

	trovato	calcolato
Zn p. 100 =	14,92	15,15

Acido ossifenilsolfonglicolico.

Trasformando in sale di bario il prodotto greggio ottenuto dall'azione dell'etere monocloracetico sull'ossisolfobenzide e cristallizzando frazionatamente rimane, come fu detto più sopra, nelle ultime acque madri, il sale di bario di quest'acido. Si purifica l'ossifenilsolfonglicolato di bario con successive cristallizzazioni dall'acqua, previa scolorazione col carbone animale e ridisciolto lo nell'acqua bollente, si scompone coll'acido solforico diluito. Il liquido limpido filtrato, da cui si separò il solfato di bario, depone per raffreddamento l'acido libero cristallizzato in magnifiche squame madreperlacee.

L'acido ossifenilsolfonglicolico fonde a 204-205° in un liquido incoloro; è discretamente solubile nell'acqua anche a freddo comunicandole reazione nettamente acida, è solubilissimo nell'alcol anche molto diluito; si scioglie pure nell'etere. La soluzione acquosa scompone i carbonati, e trattata coi reattivi già accennati per l'acido solfonfenilglicolico, fornisce le stesse reazioni.

L'analisi dell'acido libero diede questi risultati:

I. Gr. 0,1973 di sostanza essiccata a 100° fornirono gr. 0,3950 di CO^2 e gr. 0,0704 di H^2O.

II. Gr. 0,2458 di sostanza essicata pure a 100° diedero gr. 0,1813 di $Ba\,SO^4$ corrispondenti a gr. 0,02489 di solfo.

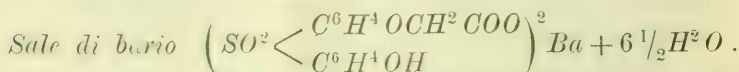
Calcolando dunque per 100 parti si avrebbe:

	trovato	
	I	II
C =	54,60	—
H =	3,96	—
S =	—	10,13

Per la formola $SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COOH \\ C^6H^4OH \end{matrix}$ si calcola su 100 parti

C	54,5
H	3,85
S	10,35

Di questo acido preparammo i seguenti sali:

Sale di bario $\left(SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COO \\ C^6H^4OH \end{matrix}\right)^2 Ba + 6\,{}^1/_2 H^2O$.

Si ha per l'azione diretta dell'acido sul carbonato di bario. È ben cristallizzato in grossi prismi facilmente solubili nell'acqua anche a freddo e contenenti 6 molecole e mezza d'acqua di cristallizzazione, che perde alla temperatura di 120-125°.

All'analisi diede:

I. Gr. 1,0600 di sale asciugato all'aria, scaldato a 120-125° sino a peso costante perdettero gr. 0,1411 di acqua.

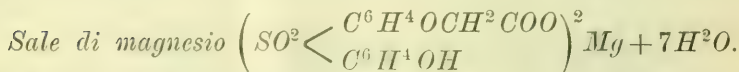
Da cui:

	trovato	calcolato
H^2O p. 100 =	13,31	13,47

II. Gr. 0,9189 di sale anidro fornirono gr. 0,2797 di $BaSO^4$ corrispondenti a gr. 0,16446 di Ba metallico.

Si ha dunque per 100 parti:

	trovato	calcolato
Ba =	17,90	18,24

Sale di magnesio $\left(SO^2 < \begin{matrix} C^6H^4OCH^2COO \\ C^6H^4OH \end{matrix}\right)^2 Mg + 7H^2O$.

Si ha per doppia decomposizione del sale di bario col solfato di magnesio. È ben cristallizzato in piccoli prismi facilmente solubili nell'acqua anche a freddo, e contenenti 7 molecole d'acqua di cristallizzazione che perdono completamente alla temperatura di 120-130°. All'analisi diede:

I. Gr. 0,9455 di sale asciugato all'aria, scaldato a 120-130° perdettero gr. 0,1576 di H^2O.

Quindi per 100 parti si ha:

	trovato	calcolato
H^2O =	16,66	16,49

II. Gr. 0,7879 di sale anidro fornirono grammi 0,0516 di $Mg\,O$.

Da cui:

	trovato	calcolato
Mg p. 100 =	3,93	3,76

II.

AZIONE DELL' ACIDO MONOCLORACETICO SULL' OSSISOLFOBENZIDE IN PRESENZA DELLA SODA CAUSTICA

Abbiamo voluto sperimentare se adoperando l'acido monocloracetico invece dell'etere, si ottenevano gli stessi risultati ed a tal uopo abbiamo fatto reagire 5 grammi d'ossisolfobenzide con 25 gr. d'acido monocloracetico, operando nelle stesse condizioni già descritte per l'etere monocloracetico. Dopo mezz'ora di ebollizione, si lasciò raffreddare il pallone, si diluì con acqua e si trattò con acido cloridrico, ma il precipitato ottenuto era in gran parte costituito da ossisolfobenzide inalterata, alla quale era mescolata una piccolissima quantità di acido ossifenilsolfonglicolico fusibile a 205°.

Infatti un dosamento di carbonio ed idrogeno diede questi risultati:

Gr. 0,1962 di sostanza essiccata a 100° fornirono gr. 0,3942 di CO^2 e gr. 0,0711 di H^2O.

Da cui:

	trovato	calcolato
C p. 100 =	54,78	54,5
H » =	4,03	3,85

Si ripetè l'esperienza, avendo cura di continuare l'ebollizione per oltre un'ora ed anche in questo caso si ottenne una

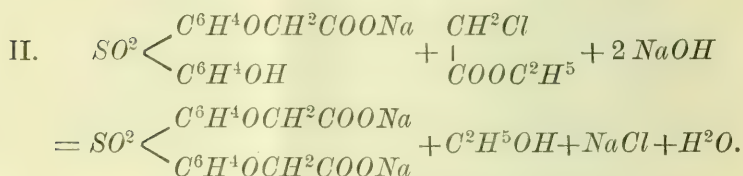
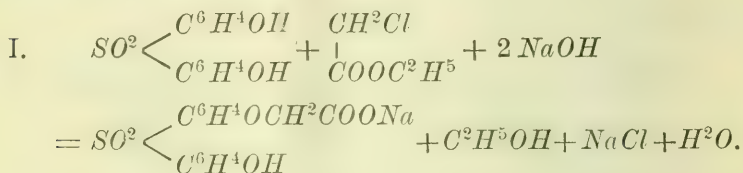
miscela di ossisolfobenzide inalterata e di acido ossifenilsolfonglicolico, in quantità però un po' maggiore della prima volta.

Riassumendo si può rappresentare colle due seguenti equazioni la reazione che succede tra l'etere monocloracetico, l'ossisolfobenzide e la soda caustica:

$$\text{I.}\quad SO^2 \begin{cases} C^6H^4OH \\ C^6H^4OH \end{cases} + \begin{matrix} CH^2Cl \\ | \\ COOC^2H^5 \end{matrix} + 2\,NaOH$$

$$= SO^2 \begin{cases} C^6H^4OCH^2COONa \\ C^6H^4OH \end{cases} + C^2H^5OH + NaCl + H^2O.$$

$$\text{II.}\quad SO^2 \begin{cases} C^6H^4OCH^2COONa \\ C^6H^4OH \end{cases} + \begin{matrix} CH^2Cl \\ | \\ COOC^2H^5 \end{matrix} + 2\,NaOH$$

$$= SO^2 \begin{cases} C^6H^4OCH^2COONa \\ C^6H^4OCH^2COONa \end{cases} + C^2H^5OH + NaCl + H^2O.$$

La reazione cioè avviene in 2 tempi; si forma prima dell'acido ossifenilsolfonglicolico, il quale per l'ulteriore azione dell'etere monocloracetico e della soda si trasforma in acido solfonfenilglicolico. Adoperando l'acido monocloracetico invece dell'etere, succede solo la prima fase della reazione.

Torino — R. Università
Laboratorio del Prof. Guareschi.

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXII, DISP. **10**ª, **1886-87**

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 20 Marzo 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ANGELO GENOCCHI
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Sobrero, Lessona, Salvadori, Bruno, Siacci, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia, Gibelli.

Vien letto l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Tra le opere pervenute in dono all'Accademia vengono in modo speciale segnalate molte pubblicazioni del Socio Prof. Carlo Giacomini, le quali versano quasi tutte sopra argomenti di Anatomia umana.

Le letture si succedono nell'ordine seguente:

« *Espirazione attiva ed inspirazione passiva* »; Memoria del Dott. V. Aducco, presentata dal Socio Mosso.

« *Terza ed ultima serie di osservazioni delle Comete Finlay e Barnard-Hartwig all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio di Torino* »: Nota del Dott. F. Porro, presentata dal Socio Siacci.

« *Sul fenomeno Thomson* »; Nota seconda del Dott. A. Battelli, presentata dal Socio Naccari.

« *Intorno alla morfologia differenziale esterna ed alla nomenclatura delle specie di Trifolium della sezione Amoria Presl., crescenti spontanee in Italia* »; Nota critica del Socio Gibelli in collaborazione col Dott. S. Belli.

LETTURE

Espirazione attiva ed inspirazione passiva. — *Ricerche fatte* dal Dott. Vittorio Aducco, Assistente presso il Laboratorio di Fisiologia della R. Università di Torino.

Capitolo I.

Esperienze che dimostrano l'intervento di una forza attiva nella espirazione normale.

I fisiologi sono generalmente d'accordo nello ammettere che la espirazione calma e tranquilla si compia in modo passivo: cioè che le pareti del torace, dopo di essere spostate dal loro stato di equilibrio per mezzo delle forze muscolari, che compiono l'inspirazione, ritornino passivamente alla posizione primitiva durante la espirazione. Le cause, che produrrebbero l'espirazione, sarebbero l'elasticità del tessuto polmonare, l'elasticità ed il peso delle pareti toraciche, del diaframma, delle pareti, e dei visceri addominali e dell'aria contenuta in essi.

Solo Fick sostenne che l'espirazione sia sempre un fatto attivo (1).

(1) A. Fick in un recente lavoro si esprime nei seguenti termini sul meccanesimo della espirazione, riassumendo le idee già da lui esposte nel suo *Compendio di Fisiologia:* « Osservando attentamente il mio respiro mi « convinsi che i muscoli intercostali interni entrano in attività ad ogni « espirazione. Io credo che, anche nella respirazione affatto tranquilla, la « espirazione sia un atto prodotto da contrazione muscolare. A questo riguardo « parmi abbia un valore molto dimostrativo il fatto che si può interrompere « volontariamente l'espirazione. I movimenti respiratorii, lo si sa, possono « essere interrotti volontariamente in qualsiasi fase. Supponiamo ora che nel « respiro calmo la espirazione sia, come generalmente si ammette dopo le « ricerche classiche di Donders sopra il meccanismo respiratorio, unicamente « dovuta alla elasticità dei tessuti, distesi dall'azione dei muscoli inspiratorii. « In queste condizioni l'arresto della cassa toracica, durante una espirazione « calma, potrebbe solamente aver luogo per mezzo di una tensione attiva « dei muscoli inspiratori. Vale a dire che l'arresto del respiro durante

Luciani (1) ritiene che nell'uomo in condizioni normali le espirazioni si compiano passivamente; nel cane invece l'espirazione avverrebbe sempre con l'intervento più o meno attivo dei muscoli dell'addome.

Se l'espirazione fosse un movimento passivo essa dovrebbe compiersi più rapidamente e durare meno della inspirazione. Infatti tutti quei fattori, i quali costituiscono altrettante resistenze, quando si tratta di dilatare la cavità del torace, agiscono in senso favorevole alla espirazione. Invece nella veglia l'inspirazione è più breve della espirazione.

Si può obbiettare che nella respirazione normale l'aria incontra maggiore resistenza nelle corde vocali durante l'espirazione che non durante l'inspirazione, perchè nella inspirazione la rima vocale subisce una dilatazione. Contro tale obbiezione sta il fatto che la disposizione delle corde vocali è cosifatta da opporre minor resistenza all'aria che esce dal torace (2). Inoltre Mosso (3) ha trovato che nel sonno i rapporti di durata fra l'inspirazione e l'espirazione si invertono, specialmente per il torace. Infine, e questo è l'argomento più valido contro il dubbio sopra esposto, anche negli animali con la trachea tenuta aperta con una grossa cannula ho constatato assai spesso che l'espirazione dura più della inspirazione.

« l'espirazione non sarebbe la *inibizione* di un impulso nervoso che parte « dal centro e va ad un gruppo muscolare, ma sarebbe il principio di un « nuovo impulso centrale diretto ad un gruppo di muscoli di azione anta- « gonista. Secondo il mio modo di vedere è molto facile distinguere nel « sensorio queste due forme di impulsi nervosi centrali. (Inibizione cioè di « un impulso in atto e sviluppo iniziale di un nuovo impulso). Io sono certo « che, quando si arresta il respiro nel corso di una espirazione, è una ini- « bizione di un impulso nervoso in corso che si compie, e non una tensione « dei muscoli inspiratori destinata a fermare l'accasciamento elastico dei « polmoni e della cassa toracica ». (Vedi A. Fick, *Einige Bemerkungen über den Mechanismus der Athmung.* Festschrift des Vereins für Naturkunde zu Cassel, 1886).

(1) L. Luciani, *Delle oscillazioni della pressione intratoracica e intraaddominale.* Studio sperimentale. Archivio per le Scienze mediche, 1878, vol. II, pag. 177-221; 301-352.

(2) I. Rosenthal, *Die Physiologie der Athembewegungen und die Innervation derselben.* Hermann Handbuch der Physiologie, Bd. IV, th. II, p. 222.

(3) A. Mosso, *Sul polso negativo e sui rapporti della respirazione toracica e addominale nell'uomo.* Archivio per le Scienze mediche, vol. II, 1878, pag. 437.

Ho fatto parecchie volte la seguente esperienza. In un cane colla tracheotomia iniettavo una buona dose di curare, dopo aver scritto il respiro normale del torace e dell'addome. Appena avvenuta la morte, scrivevo nuovamente il respiro, dilatando il torace e l'addome dallo esterno, e regolando le escursioni in modo che non fossero più ampie di quelle normali. Confrontando la espirazione normale con quella che ho detto e che si potrebbe chiamare espirazione cadaverica, si vide sempre che quest'ultima era rappresentata da una linea ripida quasi verticale, mentre alla normale corrispondeva una linea talora più, talora meno inclinata sopra l'ascissa. Il che prova che l'espirazione di un animale appena morto (e nel quale, quindi, entrano unicamente in funzione il peso e la gravità) è più rapida dell'espirazione di un animale vivo. Nell'animale vivente adunque deve entrare in scena un fattore attivo.

Nella esperienza ora descritta abbiamo studiata l'espirazione di un cane nel quale si era eliminata ogni possibilità di intervento attivo. Ma noi possiamo fare l'esperienza opposta. Cioè possiamo studiare l'espirazione di un cane al quale si tolgono man mano i principali fattori passivi della medesima fino a lasciare unicamente la gabbia toracica, e dimostrare così che l'espirazione si può compiere senza l'intervento di tutte queste forze elastiche. Io mi convinsi di questo fatto in molti cani. L'esperienza riesce molto meglio se si tratta di un cane dissanguato lentamente o di un cane profondamente avvelenato con l'idrato di cloralio a forti dosi. Su questi animali la temperatura si abbassa notevolissimamente e, quando l'animale è molto freddo, si possono compiere degli atti operatorii gravissimi senza che esso soccomba.

In queste condizioni anzi si può sopprimere più o meno completamente la funzione respiratoria, e il cane continua a vivere, il cuore a pulsare, i muscoli a contrarsi, se stimolati. Sopra degli animali così freddi che la temperatura segnava appena 27°, ho scritto il respiro toracico con un timpano a bottone, mentre il cane, per ciò che riguarda la parte meccanica del respiro, era in condizioni si può dire normali. Poi aprii largamente l'addome con due tagli in croce, come si usa per le autopsie, e spostai i visceri addominali verso il bacino in modo da lasciar libero completamente il diaframma. Il taglio trasversale arrivava fino alla colonna vertebrale.

Scrissi a questo punto un nuovo tracciato del respiro.

Avevo con questa operazione escluso l'azione delle pareti addominali e dei visceri intestinali o per meglio dire l'azione della pressione addominale, e quella dei gaz contenuti nelle intestina che, secondo BEAU e MAISSIAT, avrebbero una azione importantissima nel produrre l'espirazione. Il tracciato del respiro toracico scritto in queste condizioni non offrì notevoli variazioni da quello scritto con le pareti addominali intatte. La espirazione specialmente subì pochissime modificazioni.

Assicuratomi di questo fatto aprii largamente il diaframma a destra ed a sinistra. La mano introdotta attraverso alla apertura del diaframma nel torace sentiva i polmoni flosci e raccolti contro la colonna vertebrale molto in alto. I movimenti respiratorii continuarono. Il cuore non si arrestò. Si avevano così dei movimenti respiratorii *inutili*. La parte chimica della funzione respiratoria era soppressa, rimaneva la parte meccanica: ma anche qui mancava l'elasticità polmonare, quella del diaframma e quella dell'addome. L'espirazione in questo animale, se si compieva, doveva avvenire per opera o della elasticità e del peso delle pareti costali o per attività di muscoli espiratorii speciali.

Se, come vuole P. BERT, l'espirazione è una funzione da attribuirsi specialmente alla elasticità del polmone, avremmo dovuto osservare nel nostro cane che l'espirazione si compieva meno bene di prima, mancando uno dei suoi fattori principali. Invece, anche dopo l'operazione dell'apertura del diaframma, l'espirazione continuò a farsi benissimo.

Inoltre, se osserviamo i tracciati *a*, *b*, *c*, *d* della fig. 1ª (1) che rappresentano delle forme di escursioni respiratorie presentate dal cane dal momento in cui si aprì il diaframma fino alla morte, ci parrà subito più probabile la supposizione che la espirazione si compia per opera di un'azione muscolare. È inammissibile che l'espirazione possa subire così profonde modificazioni, se essa è dovuta alla elasticità ed al peso delle pareti toraciche, che in un intervallo di tempo così breve, quale è quello decorso nella nostra esperienza, non possono cambiare. Evidentemente vi è un elemento che è suscettibile di manifestare la sua attività in modo diverso in periodi di tempo anche relativamente vicini.

Da queste esperienze risulta che la espirazione avviene egualmente bene anche quando manchino la elasticità ed il peso del

(1) I tracciati, che si trovano nella tavola in fine del lavoro, vanno letti da sinistra a destra.

diaframma, del polmone, delle pareti e dei visceri addominali con i gaz contenuti.

Se si suppone che l'espirazione sia un fatto dovuto alla elasticità ed al peso delle parti spostate dalla inspirazione, vien naturale il pensiero che la espirazione sarà più rapida se si aggiunge qualche cosa che aumenti la somma di queste forze.

Perciò ho fatto le seguenti esperienze:

1ª *Esperienza.* Ad un cane, che aveva una cannula nella trachea, aprii largamente l'addome. Con un timpano a bottone scrissi i movimenti del torace ed ottenni un primo tracciato, Fig. 2ª.

Subito dopo scritto questo tracciato, passai intorno al torace del cane numerosi giri di un tubo di gomma, in modo che il tubo fosse mediocremente teso. Raccolsi un nuovo tracciato della respirazione del torace con lo stesso metodo, Fig. 3ª.

Se si paragonano i due tracciati si vede subito che l'espirazione non diventò molto più rapida anche aggiungendo una forza che agisse nello stesso senso dell'elasticità e del peso delle pareti toraciche. Se si tira una linea orizzontale, che passi per la base del movimento respiratorio, e poi dall'apice della inspirazione si abbassano su questa linea delle perpendicolari, si potrà misurare la durata di ogni inspirazione e di ogni espirazione. Limitiamoci alla misura delle espirazioni in 7 atti respiratorii. Quando il torace del cane funziona senza l'aggiunta del tubo, le espirazioni durano rispettivamente dei tempi che stanno fra loro come

$$8 - 8{,}5 - 6 - 5{,}5 - 6 - 6 - 7 .$$

Dopo l'aggiunta del tubo le espirazioni durano dei tempi che stanno fra loro come

$$6 - 4{,}5 - 6 - 5{,}5 - 6 - 6 - 6 .$$

Da questi numeri si vede che sopra 7 atti respiratorii, in 4 l'espirazione ebbe la stessa durata tanto con il tubo elastico quanto senza. Delle 7 espirazioni fatte col tubo stretto intorno al torace le due prime sono più brevi di quelle fatte senza il tubo. Mi pare che questo fatto possa aiutarci a spiegare il meccanesimo per mezzo del quale le forze espiratorie si mettono tosto in condizione di impedire il troppo rapido accasciarsi del torace. Dopo aver stretto il laccio intorno al torace, l'altezza della curva pneumografica aumentò. Questa maggiore dilatazione del torace au-

mentava le forze passive espiratorie sia per la maggior dilatazione in sè e per sè, sia per la maggior tensione del tubo di gomma elastica. Ciò nulla meno, come si vede dai numeri che ho riportato, l'espirazione non subì la modificazione, che si sarebbe potuto aspettare.

Si può ripetere questa esperienza mettendo sul torace dei pesi, i quali nella inspirazione saranno sollevati e nella espirazione contribuiranno ad abbassare le pareti del torace. Ecco come erano disposte le cose.

2ª *Esperienza.* Uno di noi si coricava sopra un materasso posto su di un tavolo. Gli si poneva sul torace una larga e robusta fascia, lunga in modo che oltrepassasse appena la linea ascellare media. Questa fascia aveva ad entrambe le estremità un grosso anello di ferro; a ciascun anello si annodava una robusta corda. All'altra estremità della corda un uncino. Affinchè l'apparecchio stesse ben fisso sul torace tenevo sempre attaccato agli uncini un peso di $\frac{1}{2}$ Kg. che veniva a cadere ai lati della tavola. Inoltre perchè l'apparecchio potesse seguire i movimenti respiratorii e non li impedisse soverchiamente per l'attrito contro i margini del tavolo, disposi, a livello delle corde, una carrucola, fissandola al tavolo in modo che la corda scorresse liberamente.

Sopra la fascia attaccai con della ceralacca alcuni tappi, nei quali avevo precedentemente impiantato uno spillo. La punta dello spillo si doveva poi configgere nel bottone del timpano. In questa maniera la membrana elastica del timpano doveva seguire esattamente tutti i movimenti del torace. Sull'addome posi un pezzo metallico che portava un tappo con spillo nel centro per fissare il bottone del timpano.

Alcuni pesi di 5 e 10 Kg. erano pronti per essere attaccati agli uncini contemporaneamente da una parte e dall'altra. Nel signor Bosio Emilio, d'anni 20, studente di medicina, dopo aver disposte le cose in questo modo, scrissi la respirazione del torace e quella dell'addome, Fig. 3ª.

Misurando la durata della inspirazione e la durata della espirazione toracica ed addominale in queste curve e facendo delle medie, si trova che l'inspirazione sta alla espirazione come 10, 5 sta a 12, 2 pel torace, come 10 sta a 12, 6 per l'addome. Tutto l'atto respiratorio dura 22, 6 nell'addome 22, 7 nel torace.

Poi attacco contemporaneamente 10 Kg. per parte. Il torace così deve sollevare 20 Kg. di più nella inspirazione. L'espira-

zione invece è aiutata da un peso di 20 Kg. che agisce nella stessa direzione del peso e della elasticità delle coste.

Ottengo la forma di respiro della figura 5ª.

Eseguendo le stesse misure anche per questa curva si ha pel torace il rapporto 9, 5 : 10, 7 per l'addome il rapporto 9. 7 : 12, 5. L'atto respiratorio dura 22, 2 per l'addome, 20, 2 pel torace.

Aggiungo altri 10 Kg. per lato. Ora il torace solleva un peso di 40 Kg. in tutto nella inspirazione. L'espirazione invece è favorita da un peso di 40 Kg.

Scrivo la respirazione toracica ed addominale ed ottengo un tracciato analogo ai precedenti, Fig. 6ª.

Qui il rapporto tra inspirazione ed espirazione è pel torace 11 : 13, 5, per l'addome 12, 5 : 15. Un intero respiro dura 27, 5 per l'addome 24, 5 pel torace

Confrontando tra di loro i tracciati ottenuti senza peso, e con un peso di 20 Kg. e con un peso di 40 Kg. oppure esaminando i numeri che indicano la durata media della espirazione in rapporto con quelli che rappresentano la durata media della inspirazione, si vede che nell'insieme ogni atto respiratorio è diventato più breve dopo l'aggiunta di un peso di 20 Kg. e che, aumentando questo peso fino al doppio, l'atto respiratorio diventò più lungo. Il rapporto però tra le singole fasi del respiro si conservò presso a poco inalterato perchè tanto l'inspirazione quanto l'espirazione diventarono più brevi dopo l'aggiunta di 20 Kg.. più lunghe del normale dopo l'aggiunta di 40 Kg.

Questa esperienza venne ripetuta sopra parecchie persone con lo stesso risultato.

Si potrebbe pensare che la maggiore durata della espirazione dipendesse da una resistenza opposta all'aria che esce dal torace, oppure che fosse da attribuirsi ad impulsi volontari. Ma tutti coloro, sui quali venne fatta questa esperienza, sentivano che l'espirazione si compieva indipendentemente dalla volontà, e che niuna resistenza veniva opposta dalle vie aeree.

Il fatto che l'intero atto respiratorio e le sue due fasi, considerate isolatamente, diventarono più brevi, caricando il torace con un peso di 20 chilogrammi, più lunghi adoperando un peso doppio, mentre a priori parrebbe che avrebbero dovuto durare di meno tanto nell'uno quanto nell'altro caso, è difficile da spiegarsi. È questo, certamente, un fenomeno assai complesso e che

richiederebbe di essere analizzato meglio di quello che io finora non feci.

3[a] *Esperienza.* Ho pure fatta la stessa esperienza sopra un cane. Il cane era legato sopra un apparecchio di contenzione. In tutto il resto le cose erano disposte come per l'uomo.

Nel cane senza pesi ebbi la forma di respiro riprodotto dalla figura 7ª.

Dopo aver caricato il torace con un peso di 10 Kg. per parte, cioè con un peso di 20 Kg. in tutto, il respiro prende la forma rappresentata dalla fig. 8ª.

Raddoppio il peso sul torace. Ora il cane solleva nella inspirazione 40 Kg. La curva del respiro si modifica nella forma. come si vede dalla fig. 9ª.

Basta dare un'occhiata a queste tre figure per accorgersi come anche nel cane l'espirazione subisce solo delle leggere modificazioni nella durata, quando si aggiunge un peso, che agisce nella stessa direzione del peso e della elasticità del sistema espiratorio. Ho misurato la lunghezza delle singole inspirazioni ed espirazioni ed i numeri trovati confermano il fatto.

Il torace, adunque, impiega, per ritornare a posto, presso a poco lo stesso tempo, sia quando agiscono solamente le forze sue proprie, sia quando si aggiunge una nuova forza che si sommi alle altre.

Le esperienze fatte sull'uomo e sul cane, caricando il torace di pesi, che agiscono nello stesso senso delle forze espiratorie, provano che la espirazione non è un fatto soltanto passivo, dovuto alla elasticità ed al peso del torace e del polmone. Se fosse altrimenti ogni peso posto sul torace dovrebbe accelerare la caduta delle pareti toraciche nella espirazione.

Abbiamo visto che si può aprire l'addome, che si può tagliare il diaframma senza che l'atto espiratorio subisca variazioni notevoli. Se l'espirazione può avvenire senza il concorso della elasticità polmonare, del diaframma, delle pareti addominali, delle intestina e dei gaz intestinali, bastando che siano ancora intatti e coste e sterno e muscoli intercostali, bisognerà egli attribuire questo movimento solo alla elasticità ed al peso delle pareti toraciche oppure ricorrere ad un altro fattore?

Per rispondere a questa domanda ho fatto la seguente esperienza. Ad un cane aprii, durante la narcosi cloroformica, largamente l'addome fino alla colonna vertebrale, avendo cura di

produrre la più piccola perdita di sangue possibile. Poscia fissai nella quinta costa di destra e nella quinta costa di sinistra, a tre dita trasverse dalla cartilagine costo-sternale una vite, alla quale era attaccato un forte filo munito di un uncino alla estremità libera. Ciascun filo passava sopra una carrucola fissata a lato del torace all'altezza del punto di impianto della vite.

Svegliatosi il cane, si sospendevano dei pesi uguali ai due uncini. Per l'azione di questi pesi, le pareti del torace dovevano, a livello della quinta costa, essere trascinate in fuori e la cavità del torace dilatarsi. Cioè era favorita l'inspirazione.

Nella espirazione, cioè quando il torace si restringeva, doveva, perchè essa avvenisse, essere sollevato questo peso.

Se le forze espiratorie, qualunque essere fossero, o attive o passive, non erano capaci di sollevare quel dato peso, il torace sarebbe rimasto dilatato. Si poteva quindi stabilire con sufficiente esattezza quale fosse il massimo peso che le pareti del torace erano capaci di sollevare, quando, cessata l'inspirazione, si abbassavano. Si misurava così lo sforzo espiratorio.

Con un peso di Kg. 1 ($1/2$ Kg. per lato) il torace a livello della quinta costa eseguisce delle escursioni di m. 0,007. Con un peso di Kg. 2 (1 per lato) le escursioni toraciche erano di m. 0,005. Infine con un peso di Kg. 3 (1 $1/2$ per lato) le escursioni erano di m. 0,004.

Poniamo a lato di ciascun peso un'asta verticale graduata in centimetri con lo zero della graduazione in alto, e leggiamo sopra di essa qualè è il punto più alto a cui viene sollevato il peso.

A destra il peso di Kg. 1 $1/2$ viene sollevato fino alla divisione 31,7; a sinistra fino a 29,9.

Stabilita così l'altezza alla quale veniva sollevato il peso di Kg. 1 $1/2$, si fece morire rapidamente il cane, iniettandogli una dose abbondante di curare. Appena morto il cane erano possibili tre casi:

a) O il peso veniva sollevato ad un'altezza più grande, cioè il torace si era depresso;

b) O rimaneva alla stessa altezza;

c) Oppure si abbassava, cioè il torace si era dilatato.

Nel nostro caso, avvenuta la morte del cane si trovò, subito dopo, che il peso di destra si era abbassato di m. 0,006, quello di sinistra di m. 0,002. Naturalmente, essendosi fatta l'osser-

vazione immediatamente dopo la morte, era escluso il sospetto che si potesse trattare di fenomeni dovuti alla rigidità cadaverica. Per mezzo di questa esperienza da una parte sappiamo quale peso abbiano potuto sollevare le forze espiratorie nel vivente ed a quale altezza, dall'altra sappiamo pure che, appena cessata la vita, questo stesso peso non potè più essere tenuto sollevato alla stessa altezza di prima.

Siccome l'altezza a cui venne tenuto il peso nell'animale morto ma non ancora rigido, ci dà la misura dello sforzo che possono esercitare il peso e l'elasticità delle pareti toraciche, noi possiamo stabilire un confronto col peso sollevato nel vivo, e dire se la forza sviluppata nell'atto espiratorio del vivente sia maggiore o minore od eguale.

Poniamo il caso che sia maggiore, allora bisognerà concludere che il di più deve attribuirsi a qualche cosa di diverso dalla elasticità e dal peso delle pareti toraciche.

L'esperienza, che ho sopra riferita, mi pare dimostri in modo chiaro che le forze espiratorie, le quali agivano sopra la quinta costa, erano capaci di vincere una resistenza di Kg. 1 $^1/_2$, mentre il peso e la elasticità delle pareti toraciche da sole non ne erano capaci.

La stessa esperienza, ripetuta in un cane con le pareti addominali intatte, diede lo stesso risultato. È quindi confermato che nell'animale vivente l'atto espiratorio non può ritenersi dovuto unicamente alla elasticità ed al peso delle pareti toraciche, delle pareti addominali e del contenuto addominale.

Un modo più semplice di misurare lo sforzo della espirazione è quello di paragonare la pressione positiva espiratoria di un respiro normale con quella di un respiro prodotto artificialmente in un cane curarizzato. La esperienza per risolvere tale questione era disposta nel seguente modo.

Il cane era solidamente legato sull'apparecchio di contenzione di Rothe. Gli si faceva la tracheotomia e nella trachea si impiantava una cannula che ne avesse il calibro. La cannula per mezzo di un tubo di gomma era messa in comunicazione con una delle branche di un tubo di vetro a tre tubulature. La seconda tubulatura comunicava con un manometro a mercurio, munito di galleggiante e penna scrivente. La terza tubulatura era libera. Intorno al torace ed intorno all'addome era allacciato un pneumografo di Marey, nuovo modello, che trasmetteva

i suoi movimenti ad un timpano registratore. Il galleggiante del manometro scriveva sopra il foglio affumicato di un motore di Baltzar a velocità piccolissima.

La punta della penna del timpano registratore scorreva contro un'asta graduata in millimetri di guisa che era facile conoscere l'ampiezza in mm. delle singole fasi inspiratorie ed espiratorie del respiro nel torace e nell'addome.

Così disposte le cose, mentre il cane respirava tranquillamente, chiudevo col polpastrello del dito pollice rapidamente ed ermeticamente la tubulatura libera del tubo a tre vie all'apice della inspirazione, quando il torace stava per abbassarsi. Nel momento in cui chiudevo l'imboccatura del tubo leggevo sull'asta graduata quanto si fossero sollevati il torace e l'addome sopra l'ascissa. L'aria che veniva cacciata dal torace faceva sollevare il galleggiante del manometro, che tracciava una linea verticale sul cilindro. Questa rappresentava la pressione espiratoria positiva di un cane, il torace e l'addome del quale nella inspirazione corrispondente si erano innalzati sopra l'ascissa di una quantità nota.

Feci in questo modo numerose esperienze, avendo cura che ciascuna esperienza avvenisse dopo un riposo di qualche minuto. Restava così determinata numericamente e graficamente la pressione espiratoria di un cane (nel quale erano state eliminate con la tracheotomia le resistenze variabili opposte dalla laringe, dalla faringe, dalla bocca e dalle cavità nasali), per una data espansione inspiratoria del torace e dell'addome.

Esaurita questa prima parte della esperienza, curarizzai il cane con una forte dose di curare. Il respiro si arrestò rapidamente. Allora innestai sulla tubulatura libera una siringa di grande capacità. Chiudevo con le dita il tubo di comunicazione col manometro. Insufflavo dell'aria nei polmoni finchè la penna del timpano registratore non mi avesse indicato che il torace e l' addome si erano dilatati di una quantità corrispondente alla dilatazione del torace e dell'addome in una delle precedenti esperienze. Allora fermavo lo stantuffo della siringa, aprivo la comunicazione col manometro ed ottenevo così la grafica della pressione espiratoria di un torace che si deprime unicamente per il peso e per la elasticità sua e delle parti vicine.

Le pressioni espiratorie, ottenute in questo modo, erano molto più alte di quelle, che si avevano quando il cane respirava normalmente. La ragione di questo fatto è la seguente: Mentre in

un cane vivente ad una dilatazione determinata del torace corrisponde una certa quantità di aria inspirata, nel cane, appena morto, per ottenere una dilatazione eguale, bisogna insufflare una quantità di aria quattro o cinque volte maggiore. Naturalmente quest'aria si trova in uno stato di forte compressione, e, aprendo la comunicazione col manometro, avremo una pressione espiratoria molto maggiore.

Che sia necessaria una quantità così grande di aria si capisce se si pensa alle resistenze che deve vincere per togliere le pareti del torace e dell'addome dalla posizione di riposo (1). Questa esperienza dà un'idea dello sforzo che si fa nella inspirazione.

L'esperienza, adunque, fatta in questo modo non dava più la misura della pressione espiratoria.

Per ovviare a tale inconveniente pensai di dilatare il torace e l'addome dal di fuori. Perciò impiantavo nella parte posteriore dello sterno una vite. Facevo trazione sulla vite in alto ed in avanti, imitando il movimento dello sterno nella respirazione normale. Quando avevo ottenuto una dilatazione eguale ad una delle precedenti od anche maggiore, chiudevo la via libera del tubo a forchetta, e lasciavo andare la vite. Allora il torace e l'addome si accasciavano per proprio peso e il manometro segnava la pressione.

Le pressioni espiratorie ottenute in questo modo furono sempre minori di quelle che si avevano nel cane normale: si ebbero delle pressioni minori anche dilatando maggiormente la cavità respiratoria, cioè anche allontanando di più le pareti del torace e dell'addome dalla loro posizione di riposo.

La pressione espiratoria è minore quando le pareti, che circondano la cavità del torace, agiscono unicamente per il proprio peso e per la propria elasticità, come avviene in un cane appena

---

(1) Le resistenze, che la inspirazione deve vincere, sono considevoli. Infatti la dilatazione del torace prodotta dalla inspirazione ha per effetto:

1° Uno allontanamento delle pareti ossee del torace dalla loro posizione di riposo;

2° Una dilatazione del polmone;

3° Uno spostamento dei visceri addominali (fegato, milza, stomaco, matassa intestinale) e delle pareti addominali;

4° Una compressione dei gaz intestinali;

5° Una diminuzione della pressione endotoracica.

morto, al quale si dilata la cavità del torace per mezzo di una forza che agisce dall'esterno. È maggiore quando l'animale è vivo e respira normalmente. Bisogna quindi dire che nella espirazione normale interviene un elemento attivo. Altrimenti la differenza nella pressione espiratoria non sarebbe spiegabile.

Riepilogando i risultati ottenuti possiamo dire che nella espirazione normale la durata, la pressione esercitata, il lavoro eseguito sono maggiori che nella espirazione cadaverica; e che, siccome nella espirazione cadaverica agiscono soltanto gli elementi passivi, i quali agiscono nella espirazione normale, di necessità bisogna ammettere nella espirazione normale l'intervento di un elemento attivo, tanto più che essa non è notevolmente modificata dalla aggiunta di forze passive, che operino nello stesso senso di quelle già esistenti.

Capitolo II.

Inspirazione passiva.

Qualche volta si può già riconoscere con l'occhio e con la mano che l'espirazione è attiva. In tali casi basta mettere un apparecchio registratore sul torace e sull'addome per ottenere dei tracciati evidenti. I casi più dimostrativi sono quelli nei quali si ha una *inspirazione passiva* e tutto l'atto respiratorio si compie per opera della espirazione.

Riferisco alcune di queste osservazioni.

Osservazione 1ª. — $^{20}/_{11}$ 85. Ad un cane tracheotomizzato si iniettano nella giugulare a più riprese 3 gr. di idrato di cloralio.

Dapprima il respiro è periodico remittente, poi diventa intermittente con lunghe pause. L'espirazione è violenta nel torace e nell'addome. Dopo l'ultima iniezione la forma del respiro cambiò affatto. Le pareti toraciche erano completamente inattive. I movimenti dell'addome erano così forti che trascinavano le pareti del torace. Il respiro si compieva tutto a spese dell'addome del quale il torace seguiva i movimenti. Stringendo fra le dita i muscoli retti anteriori dell'addome li sentivo indurirsi, irrigidirsi nella espirazione, e sfuggire violentemente verso la colonna vertebrale. In questo movimento le pareti laterali dell'addome si

dilatavano. Le espirazioni addominali non avevano tutte la stessa energia. Ce n'era alternativamente una energica ed una debole. Ponendo un timpano a bottone sullo sterno ed un altro sulla linea alba ho raccolto il tracciato riprodotto nella fig. 10.

L'atto respiratorio si compie per mezzo della espirazione addominale (dei muscoli retti). Il centro inspiratorio è paralizzato. Si vede dai punti di repere (R) che il torace segue esattamente i movimenti dell'addome. La contrazione dei muscoli retti addominali del cane deve diminuire la capacità della cassa toracica in tutta la sua estensione. Infatti nel cane il muscolo retto dell'addome, come me lo hanno dimostrato numerose dissecazioni, si inserisce anteriormente per mezzo di un fascetto muscolare al margine posteriore della nona cartilagine costale, quindi, per mezzo di una lamina tendinea splendente, larga da tre a quattro centimetri, alla parte interna delle cartilagini costali anteriori, partendo dalla ottava ed infine per mezzo della estremità anteriore di questa lamina, alla prima costa per l'estensione di 2 cm. $\frac{1}{2}$ circa.

Osservazione 2ª. — $\frac{25}{1}$ 86. Un fatto analogo ebbi occasione di osservare in un cane, che aveva ricevuto nella vena giugulare 2 cc. di una soluzione di cloridrato di cocaina al 2 $\frac{0}{0}$. Il cane, subito dopo l'iniezione, presentò delle forti convulsioni toniche, che cedevano solo al cloroformio. In uno dei periodi di calma provocati dall'uso del cloroformio comparve la inspirazione passiva. Il cane espirava fortemente deprimendo l'addome ed il torace. Poi addome e torace ritornavano in sito e questo movimento costituiva l'inspirazione.

Poteva darsi che il torace fosse paralizzato e che si deprimesse per effetto della contrazione del diaframma. Questa possibilità però venne tosto esclusa giacchè alla depressione del torace si accompagnava pure una depressione dell'addome ed inoltre, fatto che toglieva ogni dubbio, il deprimersi del torace corrispondeva ad una forte emissione di aria dalla trachea. Un'altra prova che il centro inspiratorio era inattivo è questa: bastava una leggera pressione della mano sul torace per impedirne il movimento di ascesa. Quando l'inspirazione è attiva, neppure con dei pesi considevoli si può impedire la dilatazione del torace.

Osservazione 3ª. — $\frac{5}{2}$ 86. In un cane tracheotomizzato si inietta del curare nella vena giugulare. Mentre si sta attenti

per aspettare il momento di fare la respirazione artificiale, il tipo respiratorio cambia e diventa, per così dire, negativo.

Le pareti laterali dell'addome si contraggono fortemente e cacciano l'aria dalla trachea, e contemporaneamente il torace si deprime. Dopo il torace ritorna in sito. Tutto il meccanesimo della inspirazione sta nella elasticità delle pareti del torace.

Anche nei primi minuti della respirazione artificiale gli unici movimenti muscolari che si osservano di tanto in tanto sono delle contrazioni dei muscoli laterali dell'addome, che hanno effetto espiratorio.

Osservazione 4ª. — $^{5}/_{8}$ 86. In un cane immerso nella narcosi cloroformica si ha una forma di respiro intermittente con delle lunghe pause. Questo respiro presenta la particolarità che il primo movimento respiratorio a comparire, dopo l'apnea, non è una inspirazione ma una espirazione che abbassa fortemente le pareti del torace e quelle dell'addome. Dopochè torace ed addome si sono così abbassati ritornano a posto, e questo secondo movimento costituisce l'inspirazione.

Continuando l'esperienza, dopo 17 minuti, il respiro riprese la forma che si considera come normale.

Osservazione. 5ª. — $^{30}/_{1}$ 86. Cane tracheotomizzato. Iniezione di 5 gr. di idrato di cloralio al 50 % nella giugulare. Dalle ore 3.55 alle 4 presenta una forma di respiro in cui la posizione di riposo del torace è all'apice della inspirazione ed alla base della espirazione. Cioè, se si parte da una pausa, si vede che il primo movimento ad avvenire è un abbassamento forte del torace che fa sollevare l'addome. Un foglio di carta o la mano posti davanti alla cannula tracheale dimostrano che, durante questo movimento, l'aria esce dal torace. Poi il torace si risolleva e l'addome si riabbassa. Il foglio è tirato verso la trachea.

L'inspirazione è passiva: l'espirazione è così violenta che ad ogni colpo espiratorio protrude la mucosa anale. Scrivo un intero foglio di tale forma di respiro, mettendo un timpano a bottone sul torace ed un altro sull'addome. I tracciati confermano pienamente ciò che si era osservato, Fig. 11.

Inoltre il tracciato fa vedere nella pausa una serie di piccoli movimenti, che corrispondono alle contrazioni cardiache.

Se si confronta questa figura con la figura 10 si riconosce subito la grande differenza che vi è tra l'una e l'altra. Nella

figura 10 il torace è passivo, l'addome attivo: nella figura 11 invece il torace è attivo, l'addome passivo.

Allo stato descritto di paralisi inspiratoria tenne dietro una forte attività del centro inspiratorio, che durò 15 minuti circa. Si fece un'altra iniezione di 2 gr. di cloralio. Produsse grande rarefazione del respiro, paralisi inspiratoria e tendenza al periodo. Questo alternarsi di periodi di attività e di paralisi del centro inspiratorio si ripetè parecchie volte nel corso dell'esperienza. Durante la paralisi inspiratoria il centro della espirazione era molto attivo.

Nei periodi di attività inspiratoria ho raccolto dei tracciati di cui riferisco un pezzo, perchè si veda la grande differenza tra la forma di respiro espiratorio o negativo e la forma comune, Fig. 12.

Dalle esperienze che ho riferite risultano i seguenti fatti:

Talora i centri della inspirazione cessano di mandare ai loro muscoli l'impulso al movimento. Il centro della espirazione allora agisce isolato, e dimostra veramente la sua attività. L'inspirazione si compie per opera della elasticità delle pareti toraciche, depresse al disotto della loro posizione di riposo. Quando si ottiene con un mezzo qualunque la paralisi del centro inspiratorio, e che il centro espiratorio continua a funzionare, la funzione del respiro si compie egualmente e non compaiono segni di asfissia.

In condizioni normali, cioè durante l'attività dei due centri, la curva, che rappresenta i movimenti del torace, nell'inspirazione si innalza al disopra della ascissa e l'aria penetra nel polmone; nell'espirazione ritorna all'ascissa e l'aria esce dal polmone. Invece, quando il centro della inspirazione è paralizzato, l'atto respiratorio comincia con una espirazione che abbassa il torace al disotto dell'ascissa e finisce con una inspirazione durante la quale il torace ritorna all'ascissa. Vale a dire: In condizioni normali l'atto respiratorio si compie al disopra della ascissa (positivo): quando il centro inspiratorio è inerte, l'atto respiratorio si compie al disotto della ascissa (1) (negativo).

---

(1) L'ascissa, parlando di respiro, rappresenta la posizione normale del torace nel riposo, cioè quella posizione nella quale la somma algebrica di tutte le forze che agiscono sulle pareti toraciche è eguale a zero.

Rosenthal, In *Hermann's Handbuch der Physiologie*, Bd. IV, th. II, pag. 177-178.

Quando il centro della inspirazione non funziona più, il respiro può compiersi per l'azione espiratoria o dei muscoli anteriori dell'addome o dei muscoli laterali dell'addome o dei muscoli espiratori del torace (1).

Ciascuno di questi tre gruppi di muscoli espiratori può agire di per sè, indipendentemente dagli altri, oppure possono associarsi ed agire di conserva.

Questa forma di respiro, che non mi risulta sia stata osservata e descritta finora nell'uomo e negli animali superiori, venne ammessa come teoricamente possibile da ROSENTHAL (2).

Negli animali articolati, poi, si può dire che è la regola come hanno dimostrato le bellissime ricerche sperimentali fatte da FELIX PLATEAU sopra i movimenti respiratorii degli insetti (3).

CAPITOLO III.

Modificazioni della espirazione.

È un fatto constatato che, durante la veglia, l'inspirazione è più breve della espirazione, invece nel sonno l'inspirazione è più lunga. È così caratteristica questa modificazione del rapporto

---

(1) Ho studiato queste tre forme di espirazione in un lavoro sopra l'espirazione forzata che pubblicherò quanto prima.

(2) ROSENTHAL, *Die Athembewegungen.* — In *Hermann's Handbuch der Physiologie*, Bd. IV, th. II, cap. VIII.

(3) FELIX PLATEAU, *Recherches expérimentales sur les mouvements respiratoires des insects.* Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, tome XLV, Bruxelles 1884, di 219 pagine. Riferisco alcune righe del lavoro di PLATEAU dove è riassunto lo stato della questione. A proposito dell'*Hydrophilus piceus*, nel quale non trovò alcun muscolo di azione inspiratoria dice a pag. 46: « La mancanza di muscoli « inspiratori conduce ad una conclusione interessante. Una serie di autori, « basandosi sopra questo fatto anatomico, hanno ammesso con ragione che « nella maggior parte degli articolati a respirazione tracheale, l'espirazione « sola è attiva ed ha luogo per l'influenza di contrazioni muscolari, mentrechè « l'inspirazione è un fenomeno puramente passivo. L'inspirazione è fatta « dall'addome che riprende il suo volume primitivo per l'elasticità dei te- « gumenti e del sistema tracheale. In altri termini il meccanismo della « respirazione dell'idrofilo e di numerosi altri insetti (fanno eccezione gli « imenotteri, i friganidi, gli acridii) è esattamente l'opposto di quello che « si osserva nei mammiferi, nei quali l'inspirazione è dovuta all'azione di « muscoli speciali, cioè è attiva, mentre l'espirazione calma è semplicemente

reciproco, che esiste tra i due atti respiratorii, che basta per assicurarci se uno dorma profondamente (1).

Io volli sapere come si modificasse nel sonno la pressione positiva espiratoria e la pressione negativa inspiratoria.

Di notte feci coricare C. A. nel laboratorio, dopo avergli applicata sul volto una maschera di guttaperka, che teneva ermeticamente, avendola fatta aderire con del mastice da vetrai. La maschera è munita di un grosso tubo di ottone che ha presso a poco il diametro della trachea di un uomo. Un tubo a tre vie è in comunicazione da una parte con la maschera, dall'altra con un manometro a mercurio; dalla terza è libero. Il manometro scrive sopra un cilindro infumato.

Io voleva scrivere l'altezza della pressione negli atti respiratorii calmi e normali e non quella di un' inspirazione o di un'espirazione forzata (2).

Raccomandavo a C. A. di respirare con le narici, tenendo la bocca chiusa. Quindi, ora al principio della inspirazione ora al principio della espirazione, chiudevo la terza via, cioè la via libera, del tubo di congiunzione fra la trachea ed il manometro. Poi lo lasciavo addormentare e, quando ero ben sicuro che il sonno era profondo, ripetevo l'esperienza nello stesso modo. Naturalmente la prova non si poteva ripetere molte volte, perchè ben presto C. A. si svegliava. Con queste esperienze trovai che nella veglia la pressione negativa inspiratoria aveva un valore medio di mm. 5,6 di Hg., la positiva espiratoria un valore medio di mm. 1,37; nel sonno per l'inspirazione ottenni una media di 4,5, per l'espirazione una media di 3,1. Nella veglia adunque la pressione positiva espiratoria è minore che nel sonno; la pressione negativa inspiratoria è maggiore (3).

« passiva ed è da riferirsi alla elasticità polmonare ed al rilasciarsi dei « muscoli inspiratori ».

(1) A. Mosso, *Sul polso negativo e sui rapporti della respirazione addominale e toracica nell'uomo.* Archivio per le Scienze mediche, anno II, fasc. 4°, 1878, pag. 437.

(2) Si sa che gli sforzi espiratorii dell'uomo sono capaci di produrre una pressione positiva superiore alla pressione negativa che può essere prodotta dalla inspirazione. Seelig (*Ueber der Athmungsdruck des Kaninchens*, Pflüger's Archiv. XXXIX, pag. 237-241) trovò che nei conigli avviene il fatto opposto.

(3) I valori della pressione positiva espiratoria e negativa inspiratoria nella veglia corrispondono a un dipresso con quelli ottenuti da Donders (*Zeitschr.*

Sullo stesso individuo ho fatte altre ricerche durante il sonno per vedere come si modificassero i movimenti del respiro aumentando le resistenze ad uno degli atti espiratorii.

Adattavo la maschera in modo che chiudesse esattamente e la mettevo in comunicazione per mezzo di un grosso tubo di gomma con una delle branche di un tubo a forchetta. Le altre due branche di questo tubo andavano l'una ad una valvola di Müller inspiratoria, l'altra ad una valvola di Müller espiratoria. La valvola inspiratoria era molto più ampia dell'altra. Due timpani con bottone poggiavano l'uno sull'addome, l'altro sul torace, sostenuti da un lungo bastone di piombo (1). Essi trasmettevano i movimenti dell'addome e del torace a due timpani a leva egualmente sensibili, che scrivevano sopra un cilindro infumato.

Quando l'individuo era profondamente addormentato, scrivevo alcune linee di respirazione normale, quindi aumentavo la pressione nella valvola espiratoria, aggiungendo in essa delle quantità note di acqua, senza aggiungerne in quella inspiratoria.

La resistenza in più, che si introduceva nella valvola espiratoria, non poteva superare i 2-3 cm. di acqua.

C'era però da temere che, per l'aumentata resistenza nella valvola espiratoria, non avvenisse che la corrente dell'aria espirata si facesse strada anche nella valvola inspiratoria.

Per ovviare a tale inconveniente si aumentò, come dissi, la dimensione in larghezza della valvola inspiratoria senza alterare il diametro dei tubi.

Paragoniamo, ora, le figure 13 e 14 (vedi tavola) che vennero prese da tracciati raccolti la notte del 30 novembre 1885 mentre C. A. dormiva profondamente. Nella figura 13, che rappresenta la forma del respiro normale, si vede che la linea discendente della grafica addominale va discendendo uniformemente fino all'ascissa. Nella figura 14 in cui si aggiunse dell'acqua nella valvola espiratoria si vede subito che l'altezza della curva

---

f. rat. Med., III, ed *Hermann's Handbuch*, Bd. IV, th. II, pag. 222). — Ewald, con altro metodo, che mi sembra meno esatto, trovò che la pressione inspiratoria è alquanto minore della pressione espiratoria (J. R. Ewald, *Pflüger's Archiv.*, XIX, pag. 461, 1879 ed *Hermann's Handbuch*, Bd. IV, th. II, pag. 223).

(1) A. Mosso, *La respirazione periodica e la respirazione superflua o di lusso*. Estratto dalle Memorie della R. Accad. dei Lincei, anno CCLXXXII, 1884-85, pag. 50.

del torace diminuisce. Oltre a questo fatto si vede pure che la linea discendente dell'addome, cioè nella espirazione addominale, la quale prima aveva una inclinazione uniforme e senza accidentalità, presenta verso il terzo inferiore come un arresto, che si manifesta con una maggiore orizzontalità della linea.

Se si osserva la curva del respiro toracico si vede che la linea discendente o espiratoria in complesso non ha subìto alcuna modificazione notevole sia nella durata, sia nel decorso.

Da questa esperienza io credo di poter conchiudere che la espirazione del torace, anche quando si compie nelle condizioni della massima calma e della massima tranquillità, come appunto avviene nel sonno, è un fenomeno attivo. Questo fenomeno è dovuto ad una azione muscolare, la quale è capace di superare una certa resistenza, e ciò senza che la forma, il decorso e la durata del movimento risultante abbiano a subire una alterazione. Invece nelle condizioni normali le pareti dell'addome sono passive nella espirazione, come lo sono nell'inspirazione. Una resistenza che si opponga al movimento di discesa delle pareti addominali deve modificarlo, giacchè questo movimento è dovuto unicamente al fatto che le pareti addominali, scostate dalla loro posizione di riposo, tendono pel proprio peso e per la propria elasticità a ritornarvi. Cessata l'inspirazione le pareti addominali ricadono con una velocità, con una energia che per sè non può aumentare nè diminuire. In queste condizioni una resistenza, che si oppone al movimento, non potrà essere vinta che a scapito della velocità.

Le modificazioni che l'espirazione può subire nella forma, nella durata e decorso sono molto frequenti.

Nel corso di questo lavoro ho raccolto molte osservazioni, le quali dimostrano che l'espirazione è un atto che dipende in modo intimo dallo stato del sistema nervoso.

Riferirò alcune di queste osservazioni.

Osservazione 1ª. — Il primo caso che ebbi occasione di osservare è quello di una cagna alla quale da parecchi giorni non si dava nè cibo, nè bevanda. Dopo 5 giorni di digiuno l'animale era ridotto ad uno stato di grande emaciazione. Non era più in grado di muoversi e giaceva sul fianco. Aveva una temp. rettale di 27,9, 23 pulsazioni in 30″, 6 resp. in 60″.

Si raccoglie il tracciato della respirazione toracica col pneumografo di Marey.

Nella figura 15 è riprodotto un atto respiratorio del torace.

La linea discendente rappresenta l'inspirazione, che è lentissima, mentre l'espirazione è molto rapida e si può paragonare alla espirazione cadaverica.

Per rianimare il cane gli si inietta dell'acqua calda e del latte nello stomaco, gli si danno dei pezzetti di carne, e lo si adagia in un luogo caldo.

Alcune ore dopo la temperatura si è rialzata a 34, 2. L'animale si regge in piedi e cammina barcollando. Sta molto meglio. Scrivo la respirazione toracica prima con un pneumografo di Marey, poi con un timpano a bottone applicato sulla parete laterale del torace.

Riporto un pezzo di quest'ultimo tracciato, in cui si vede scritto anche l'impulso cardiaco. Nella fig. 16 si vede che la linea della espirazione è di gran lunga meno ripida che nel tracciato precedente. Il torace si accascia lentamente. L'espirazione dura più della inspirazione. Negli animali profondamente denutriti e indeboliti, nei quali l'attività funzionale dei centri nervosi va a poco a poco spegnendosi, si osserva che il centro inspiratorio ha ancora una azione energica, quando già il centro espiratorio non funziona più. Tutta l'espirazione è passiva. Mano mano che l'animale va rimettendosi in forze si osserva pure che rientra in azione il centro espiratorio e l'espirazione diventa più lenta e dura più dell'inspirazione.

Osservazione 2ª. — Talora l'espirazione si compie in due tempi. Nel primo tempo è rapida, nel secondo tempo è lenta (1).

Ho potuto osservare questo fatto in un cane morente.

Per estirpare il fegato ad un cane, mentre respirava ancora, si aprirono le pareti addominali con un taglio a croce, e si esportò il fegato. Allora aprii largamente il diaframma. Il cane faceva sempre dei movimenti respiratorii. Nelle condizioni in cui si trovava questo animale, dato che l'espirazione fosse semplicemente passiva, si sarebbe dovuto osservare, dopo la dilata-

(1) Secondo A. Fick l'espirazione sarebbe più lenta, quando viene abbandonata alle sole forze elastiche. « Se arrestiamo il respiro nel decorso di una « fase espiratoria, possiamo accorgerci, osservando attentamente, che il resto « del movimento espiratorio avviene lentamente. Si può pure premeditata- « mente lasciare che tutta l'espirazione si compia per mezzo delle forze « elastiche. In tal caso essa dura così a lungo che il numero dei respiri « diventa insufficiente ... » (Vedi A. Fick Lavoro citato). Dalle mie ricerche risulta invece che l'espirazione è più lenta quando è attiva.

zione del torace, una specie di caduta delle pareti toraciche nella posizione primitiva. Invece l'espirazione si compiva in modo molto meno semplice. C'era un primo tempo nel quale le pareti toraciche cadevano rapidamente; un secondo tempo nel quale si accasciavano con maggiore lentezza, come se fosse necessario vincere una resistenza più grande.

Osservazione 3ª. — Riferisco un'altra esperienza nel corso della quale si osservarono in modo assai spiccato gli stessi fenomeni.

Si tratta di un cane con la trachea aperta al quale si sono iniettati nella cavità dell'addome parecchi grammi di idrato di cloralio in soluzione al 25 %. Le pareti addominali di questo cane erano così inerti che ad ogni espirazione del torace eseguivano una serie di oscillazioni digradanti, quali sono rappresentate nella figura 17.

Durante l'inspirazione toracica (*ab*) l'addome si deprime (*a'b'*), nell'espirazione prima si solleva rapidamente (*b'c'*), poi si abbassa fino a metà dell'altezza alla quale si era innalzato (*c'd*), poi si alza ancora a metà dell'altezza della quale si era abbassato (*de*): infine fa ancora alcune piccole oscillazioni.

Le pareti addominali di questo cane sono così inerti e cedevoli che l'impulso cardiaco, non molto energico, produce un evidente polso negativo addominale. Ad ogni sistole l'addome si deprime per sollevarsi nella diastole successiva.

Mi sono fermato alquanto sopra questo fatto, perchè dimostra che nel cane l'addome può essere affatto passivo, il che, secondo LUCIANI, non avverrebbe mai.

Mentre l'addome era affatto inerte e come paralitico, nel torace avevano luogo dei movimenti molto energici. L'espirazione attirò in modo speciale la nostra attenzione. Essa si compieva in due tempi. Se osserviamo la figura 17 della tavola si vede subito che la linea discendente dell'espirazione toracica è formata di due porzioni di cui l'una ripida e quasi verticale (*AB*) l'altra meno ripida ondulata e lentamente digradante verso l'ascissa (*BC*). Il tracciato venne ottenuto ponendo un timpano a bottone sopra una delle pareti laterali del torace presso l'ascella, dove il fenomeno era più evidente, ed un altro timpano simile sulla linea alba addominale.

Accostando l'orecchio od un foglio di carta alle narici del cane si sentiva o si vedeva distintamente che la seconda parte dell'espirazione si compieva in più riprese.

Per dimostrare sempre più la inerzia delle pareti addominali ho cambiato di posto i timpani. Ho portato il timpano addominale sulle parti laterali dell'addome ed il timpano toracico sullo sterno. Ottenni il tracciato di cui la figura 18 rappresenta una parte.

In questa figura le due curve si corrispondono esattamente.

Da	*a*	in	*b*	si ha	nel torace	inspirazione
	a'	»	*b'*	»	nell'addome	abbassamento
	b	»	*c*	»	nel torace	1° periodo espiratorio
	b'	»	*c'*	»	nell'addome	sollevamento rapido
	c'	»	*c''*	»	nell'addome	oscillazione add.
	c	»	*d*	»	nel torace	2° periodo espiratorio
	c''	»	*d'*	»	nell'addome	innalzamento
	d	»	*a*	»	nel torace	ultima espirazione
	d'	»	*a'*	»	nell'addome	immobilità.

Chi volesse spiegare nei due tracciati raccolti in questa esperienza la forma della espirazione, potrebbe fare varie supposizioni. Appunto perciò mi astengo da ogni considerazione ulteriore

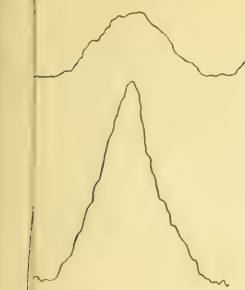
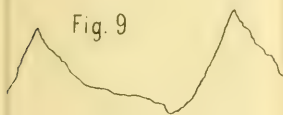
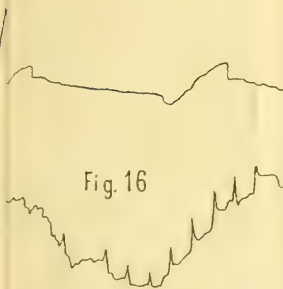
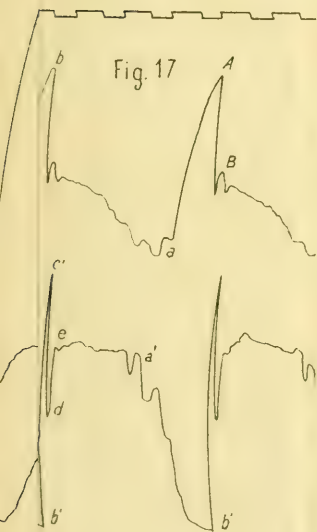
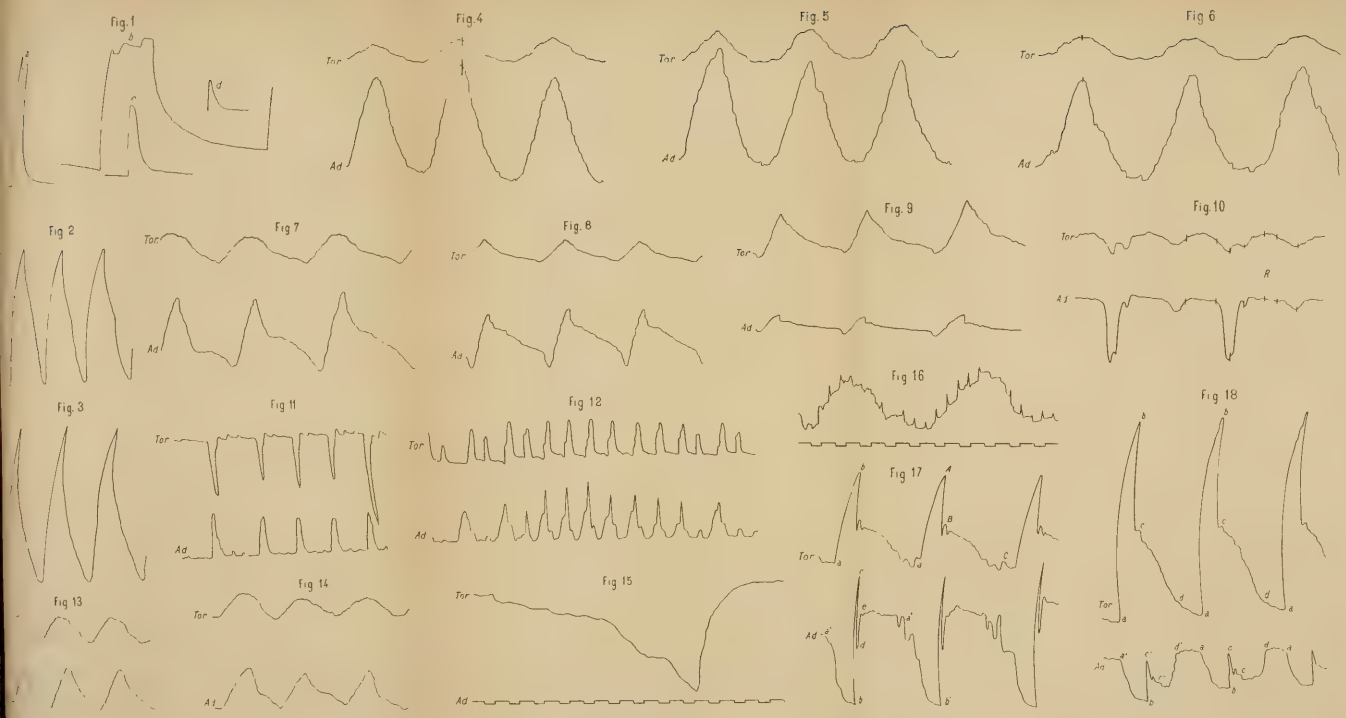
Queste diverse forme di espirazione ed altre, che per brevità non ho riferito, dimostrano che la fase espiratoria del respiro è un fenomeno intimamente legato a delle modificazioni profonde nella funzionalità dei centri nervosi.

CONCLUSIONI.

1° L'espirazione calma non è un fenomeno passivo: in essa si può dimostrare la partecipazione di fattori, che agiscono attivamente.

2° Mentre il torace, normalmente, prima si dilata (inspirazione) e poscia ritorna alla posizione di riposo (espirazione), talora il tipo respiratorio assume una forma ed un decorso che è proprio l'inverso; il torace prima si restringe (espirazione) e poscia ritorna alla posizione di riposo (inspirazione). In questi casi l'inspirazione è passiva e l'espirazione si può compire o per mezzo dei muscoli del torace o per mezzo dei muscoli anteriori dell'addome o per mezzo dei muscoli laterali dell'addome.

Fig. 9
Fig. 16
Fig. 17
b
A
B
a
c'
e
a'
d
b'
b'

Torino, Lit. Salussolia

Sul fenomeno Thomson;

Nota seconda di ANGELO BATTELLI

I risultati che ottenni dalle esperienze sull'effetto Thomson nel cadmio (*), mi hanno incoraggiato a continuare lo studio per altri metalli, onde cercare di giungere a qualche conclusione generale sull'andamento dello stesso effetto al variare dell'intensità della corrente e della temperatura.

Le nuove sostanze su cui ho sperimentato sono: il *ferro*, l'*antimonio*, il *bismuto*, il *pakfong* e la lega ($10\,Bi + 1\,Sb$ in pesi) detta *bismuto di E. Becquerel.*

La disposizione dell'apparecchio e le cautele usate sono esattamente le stesse, che ho riferite nel precedente lavoro. Ho stimato però sufficiente far passare attraverso i metalli due sole correnti di diversa intensità; mentre per alcuni di essi, invece che a tre sole temperature, ho sperimentato a quattro temperature differenti.

Ferro.

Le aste di ferro (come pure quelle degli altri metalli studiati) avevano dimensioni uguali a quelle di cadmio.

L'equivalente in acqua di ognuna delle due vaschette, che servivano da calorimetri, insieme al tratto dell'asta di ferro in essa immerso e agli altri accessori, fu trovato uguale a $15^{gr},9$, come media di quattro determinazioni.

Le correnti elettriche adoperate avevano intensità uguali a quelle usate pel cadmio, e si facevano passare egualmente per venti minuti primi.

Per giungere poi a valori meglio paragonabili, ho avuto cura che in ciascuna serie di esperienze, le estremità di ogni vaschetta avessero le stesse temperature, che avevano nel caso

(*) Atti dell'Acc. delle Scienze di Torino, vol. XXII, pag. 48.

del cadmio, misurate sempre dopo dieci minuti dacchè passava la corrente elettrica.

I risultati si trovano nelle tabelle che seguono. In esse però sono riportate solamente le medie dei risultati delle singole esperienze: nella prima colonna i numeri I e II stanno a indicare che le aste si trovano rispettivamente nella prima o nella seconda posizione; nella seconda colonna i numeri 1 e 2 indicano che la corrente andava nel primo o nel secondo senso; nella colonna N vi è il numero delle esperienze fatte, nella colonna i l'intensità media della corrente in unità del sistema assoluto (C. G. S.), nella colonna L la media dei prodotti dell'equivalente in acqua di una vaschetta per le differenze di temperatura ottenute fra le due vaschette nelle varie esperienze. Dividendo per 10^6 i numeri contenuti nell'ultima colonna si ha il calore ε espresso in piccole calorie, che sarebbe stato sviluppato in un secondo, mentre l'unità di corrente fosse passata fra due sezioni (dalla più calda alla più fredda) che avessero differito fra loro di un grado di temperatura.

Nella 1ª serie di esperienze si aveva

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 63°,5

quella della 2ª . . . . = 42°,5

dopo dieci minuti dacchè passava la corrente elettrica.

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	5	0,350	0,154	
	2	5	0,330	− 0,155	− 9,0497
II	1	5	0,330	0,167	
	2	5	0,335	− 0,137	
I	1	5	0,821	0,386	
	2	6	0,820	− 0,398	− 9,4072
II	1	5	0,822	0,830	
	2	5	0,822	− 0,373	

Se si prende in considerazione una delle due aste, si ha sviluppo di calore quando la corrente elettrica va nel senso contrario della corrente termica, e si ha invece assorbimento di calore nel caso che le due correnti abbiano lo stesso senso; ossia, come è già noto per le esperienze di Le Roux, il trasporto del calore nel ferro è negativo.

I due valori di ε sono abbastanza concordanti fra loro. Essi hanno per media: $-9{,}2284 . 10^{-6}$.

Ho fatto poi la misura dell'effetto Thomson nel ferro fra limiti di temperatura più elevati, come nel cadmio; talchè si aveva, dopo dieci minuti dacchè passava la corrente,

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . . . = 124°,1

quella della 2ª . . . . . . = 92°.7

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	6	0,333	0,299	− 12,296
	2	6	0,329	− 0,311	
II	1	6	0,332	0,314	
	2	6	0,316	− 0,288	
I	1	6	0,810	0,740	− 12,007
	2	6	0,828	− 0,7425	
II	1	6	0.824	0,744	
	2	6	0,820	− 0,743	

I due valori di ε ottenuti con le due diverse correnti, sono discretamente fra loro concordanti e la loro media è uguale a

$$-12,151 . 10^{-6}.$$

Ammettendo, come ho fatto pel cadmio, che i valori trovati dell'effetto Thomson rappresentino i valori veri di tale effetto alla temperatura che è media fra le temperature delle sezioni estreme, si avrà per la temperatura di 53° il valore $-9{,}2284{,}10^{-6}$, e per

la temperatura di 108°, 4 il valore $-12,151.10^{-6}$. Ora, secondo l'ipotesi di Tait, si ammette che l'effetto Thomson sia proporzionale alla temperatura assoluta, e quindi se si scrive la proporzione

$$(273+53):(273+108,4)=-9,2284.10^{-6}:x\ ,$$

si ottiene $$x=-10,797.10^{-6}$$

il quale dovrebbe corrispondere alla temperatura di 108°,4. Questo valore però è alquanto più piccolo di quello che si ottiene coll'esperienza.

Ho innalzata ancora la temperatura delle aste in istudio, in modo che era

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . . . = 263°, 5
quella della 2ª . . . . . . = 222°,0.

		N	i	L	$\varepsilon.10^6$
I	1	6	0,331	0,561	−17,205
	2	6	0,326	−0,564	
II	1	6	0,323	0,560	
	2	5	0,326	−0,553	
I	1	5	0,820	1,37	−16,939
	2	6	0,818	−1,45	
II	1	5	0,816	1,42	
	2	5	0,818	−1,28	

Si ottiene per media dei due valori di ε: $-17,072.10^{-6}$. Si può ritenere che questo sia il valore dell'effetto Thomson, quando l'unità di corrente passa da una sezione alla temperatura di 243°.25 ad un'altra alla temperatura di 242°, 25, (le quali temperature sono intermedie fra quelle che avevano le sezioni estreme durante le esperienze).

Il valore che, seguendo l'ipotesi di Tait, si ricava per questi limiti di temperatura dalle esperienze fatte quando le due sezioni

estreme erano alle temperature di 63°,5 e 42°,5, è $x_1 = -14,600.10^{-6}$; il qual valore è molto più piccolo di quello ottenuto coll'esperienza.

Lo stesso valore dedotto colla solita proporzione dalle esperienze, in cui le due sezioni estreme erano alle temperature di 124°,1 e 92°7, è $x_2 = -16,431.10^{-6}$; il quale è di pochissimo minore di quello ottenuto coll'esperienza.

Nel ferro ho potuto spingermi a temperature più elevate che nel cadmio, ed ho fatta una quarta serie di esperienze, quando era

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . . . = 331°,5
quella della 2ª . . . . = 285, 0 .

Però mi sono limitato ad usare la sola corrente di circa 0,330 unità.

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	5	0,326	0,785	
	2	5	0,330	− 0,780	− 21,461
II	1	5	0,329	0,782	
	2	5	0,327	− 0,795	

Questo valore di ε si può riguardarlo, come nei casi precedenti, quale valore vero dell'effetto Thomson alla temperatura di 308°,25, che è media fra le temperature delle sezioni estreme. Ora, se si ricava tale valore dalle esperienze fatte tra 63°,5 e 42°,5, si ottiene $x_1 = -16,454.10^{-6}$; il quale valore è molto più piccolo di quello ottenuto direttamente coll'esperienza.

Se poi lo si ricava dalle esperienze fatte tra 124°,1 e 92°,7, si ottiene $x_2 = -18,518.10^{-6}$, che è pure molto più piccolo di quello ottenuto coll'esperienza.

E se finalmente si ricava tale valore dalle esperienze, in cui le sezioni estreme erano alle temperature di 263°,5 e di 222°,0, si ottiene $x_3 = -19,240.10^{-6}$, il quale è ancora alquanto minore di quello ottenuto coll'esperienza.

Da queste determinazioni si deduce, che nel ferro il fenomeno Thomson è proporzionale all'intensità della corrente: ma

non è esattamente proporzionale alla temperatura assoluta. E invero i valori dati dalle osservazioni si mostrano alquanto più grandi di quelli che si ottengono dal calcolo ammettendo tale proporzionalità.

Antimonio.

L'antimonio era del più puro che vien fornito dalla fabbrica Trommsdorff.

L'equivalente in acqua di ognuna delle vaschette insieme al mercurio, alla punta della pila termoelettrica e del tratto di asta che vi era contenuto, fu trovato uguale a 15^{gr}, 1, come media di quattro determinazioni.

È già noto che il trasporto elettrico del calore nell'antimonio è positivo.

Nella prima serie d'esperienze era

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 63°,5

quella della 2ª . . . . = 42°,5 .

Le temperature delle estremità delle vaschette nell'antimonio furono sempre determinate dopo dieci minuti dacchè passava la corrente elettrica, come nel cadmio e nel ferro e in tutte le altre sostanze sottoposte allo studio.

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	6	0,324	0,378	23,077
	2	6	0,322	— 0,365	
II	1	6	0,323	0,386	
	2	6	0,325	— 0,376	
I	1	6	0,820	0,834	20,156
	2	6	0,811	— 0,822	
II	1	6	0,810	0,834	
	2	6	0,807	— 0,812	

Quantunque non molto concordanti questi due valori di ε, si può ritenere tuttavia che l'effetto sia proporzionale all'intensità della corrente, osservando che nell'antimonio può avere qualche influenza sulle esperienze la cristallizzazione del metallo.

La media è uguale a $21{,}6165 . 10^{-6}$.

Ho messo poi nel recipiente B a bollire del petrolio, e ho disposto per modo le aste che si aveva

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 124°,1

quella della 2ª . . . . = 92°,7 .

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	6	0,306	0,660	28,549
	2	6	0,300	− 0,642	
II	1	6	0,302	0,671	
	2	6	0,300	− 0,626	
I	1	6	0,810	1,66	27,197
	2	6	0,806	− 1,58	
II	1	6	0,805	1,84	
	2	6	0,809	− 1,54	

I due valori di ε, fra loro abbastanza concordanti, hanno per media: $27{,}873 . 10^{-6}$. Il qual valore si può ritenere come *valore vero* dell'effetto Thomson alla temperatura di 108°,4.

Se si ricava il valore dell'effetto Thomson a questa temperatura, seguendo l'ipotesi di Tait, dal valore trovato per lo stesso effetto a 53°, si ottiene $x = 25{,}290 . 10^{-6}$, il quale è discretamente concordante con quello ottenuto direttamente coll'esperienza.

Ho studiato poi il caso in cui era

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 263°,5

quella della 2ª . . . . = 222°,0

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	6	0,309	1,15	37,754
	2	6	0,307	— 1,19	
II	1	6	0,308	1,18	
	2	6	0,310	— 1,12	
I	1	5	0,807	2,83	35,240
	2	5	0,806	— 2,705	
II	1	5	0,809	2,91	
	2	5	0,810	— 2,90	

I due valori di ε così ottenuti concordano abbastanza fra loro, ed hanno per media: $36,497.10^{-6}$, che si può considerare come il *valore vero* dell'effetto Thomson alla temperatura di $242°,75$.

Si può ricavare il valore di tale effetto corrispondente a questa stessa temperatura, seguendo l'ipotesi di Tait, dal valore che esso ha alla temperatura di $53°$; e si ottiene $x_1 = 34,198.10^{-6}$, che si discosta di poco dal valore dato dall'esperienza.

Si può anche ricavare il valore dell'effetto Thomson a $242°,75$ dal valore che esso ha a $108°,4$, e si ottiene $x_2 = 37,691.10^{-6}$, che è vicino al valore che dà l'esperienza direttamente.

Ho fatto ancora una quarta serie di esperienze, essendo

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 331°,5
quella della 2ª . . . . = 285°,0

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	6	0,314	1,34	42,480
	2	6	0,321	— 1,245	
II	1	6	0,320	1,20	
	2	6	0,325	— 1,28	

Volendo ricavare il valore dell'effetto Thomson a 308°.25 (che è la temperatura media fra le temperature di 331°.5 e 285°,0 delle sezioni estreme) dal valore che esso possiede a 53°, seguendo l'ipotesi di Tait, si ottiene $x_1 = 38,541.10^{-6}$.

Ricavandolo dal valore che possiede a 108°,4, si ottiene $x_2 = 42.474.10^{-6}$.

E finalmente ricavandolo dal valore che possiede 242°,75. si ottiene $x_3 = 41,130.10^{-6}$.

Il valore di ε dato dall'esperienza è alquanto discosto dal valore di x_1; ma è invece molto prossimo agli altri due valori. x_2 e x_3: mi pare quindi di poter concludere che anche in questo caso si avvera la proporzionalità fra il valore dell'effetto Thomson e la temperatura assoluta.

Risulta inoltre dalle esperienze fatte che l'effetto Thomson nell'antimonio è pure proporzionale all'intensità della corrente: si potrà quindi esprimere il valore di tale effetto quando una corrente i, espressa in unità del sistema (C.G.S.), passa per 1″ da una sezione alla temperatura t a un'altra alla temperatura t-1, mediante la formola:

$$\varepsilon = 7,081.10^{-8}\,(273 + t)\,i \text{ piccole calorie} \quad \ldots (1).$$

Basandosi sull'esperienza fatta da Le Roux nel bismuto di E. B., e sulla relazione da lui trovata fra l'effetto Thomson in questa lega e l'effetto Thomson nell'antimonio, si ricava come valore assoluto di tale effetto nell'antimonio, pel passaggio dell'unità di corrente del sistema (C.G.S.) durante 1″, da una sezione a 50°,5 a un'altra a 49°,5 ,

$$\varepsilon_1 = 21,480.10^{-6} \text{ piccole calorie.}$$

Se si calcola colla formola (1) il valore dell'effetto Thomson nell'antimonio, facendo $t = 50°,5$, si ottiene

$$\varepsilon = 12,870.10^{-6} \text{ piccole calorie.}$$

Per l'antimonio adunque il valore da me trovato e quello che si ricava dalle ricerche di Le Roux, dentro i limiti di temperatura in cui egli ha sperimentato, vanno molto d'accordo.

Bismuto.

Il bismuto, di cui si fecero le aste, era anche del più puro che venga fornito dalla fabbrica Trommsdorff.

L'equivalente in acqua di ognuna delle vaschette di mercurio, insieme al tratto di asta in essa immerso e agli altri accessori, era uguale a $16^{gr},0$.

È già noto che il trasporto del calore nel bismuto è negativo. Nella 1ª serie d'esperienze era

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 63°,5
quella della 2ª . . . . = 42°,5

		N	i	L	$\varepsilon.10^6$
I	1	8	0,306	0,191	— 12,634
	2	8	0,302	— 0,187	
II	1	8	0,302	0,197	
	2	8	0,304	— 0,198	
I	1	6	0,810	0,526	— 12,682
	2	6	0,813	— 0,514	
II	1	6	0,813	0,506	
	2	6	0,812	— 0,530	

I due valori di ε sono fra loro concordantissimi, ed hanno per media: $-12,658.10^{-6}$.

A cagione della bassa temperatura di fusione del bismuto ho fatta un'altra sola serie di esperienze, essendo

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 124°,1
quella della 2ª . . . . = 92°,7

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	6	0,307	0,362	
	2	6	0,305	— 0,312	— 14,809
II	1	6	0,303	0,325	
	2	6	0,302	— 0,317	
I	1	6	0,810	0,894	
	2	6	0,809	— 0,902	— 15,206
II	1	6	0,811	0,908	
	2	6	0,809	— 0,898	

Anche questi due valori di ε sono molto concordanti fra di loro, ed hanno per media: $-15,009 . 10^{-6}$.

Questa media può anche ritenersi come il *valore vero* dell'effetto Thomson alla temperatura di 108°,4.

Volendo poi ricavare il valore dell'effetto Thomson alla stessa temperatura di 108°,4 dal valore che esso ha alla temperatura di 53°, seguendo l'ipotesi di Tait, si ottiene

$$x = -14,810 . 10^{-6},$$

valore che è identico a quello ottenuto coll'esperienza, quando l'intensità della corrente era di 0,304; e molto prossimo alla media dei valori dati da tutte le esperienze insieme.

Risulta quindi dimostrato, che dentro i limiti di queste ricerche, l'effetto Thomson nel bismuto è proporzionale alla temperatura assoluta e all'intensità della corrente; e si potrà esprimere il calore che corrispondentemente ad esso si sviluppa in 1″, quando una corrente d'intensità i espressa in unità del sistema (C.G.S.) passa da una sezione alla temperatura t a un'altra a una temperatura t-1, mediante la formola:

$$\varepsilon = -3,909 . 10^{-8} (273 + t) i \textit{ piccole calorie} \quad \ldots (2).$$

Dall'esperienza sopra citata di Le Roux, si ricava come valore assoluto dell'effetto Thomson nel bismuto, pel passaggio dell'unità

di corrente del sistema (C.G.S.) da una sezione a 50°,5 a un'altra a 49°,5.

$$\varepsilon_1 = -10,404.10^{-6} \textit{ piccole calorie.}$$

Se invece si calcola colla formola (2) il valore dell'effetto Thomson nel bismuto, facendo $t = 50°,5$, si ottiene:

$$\varepsilon_2 = -12,645.10^{-6} \textit{ piccole calorie.}$$

Pakfong.

L'equivalente in acqua di ciascuna vaschetta di mercurio. insieme al tratto di asta in essa immerso e agli altri accessori. era uguale a $15^{gr},6$.

È già noto che il trasporto elettrico del calore nel pakfong è negativo.

Nella prima serie di esperienze era:

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 63°,5

quella della 2ª . . . . = 42°,5.

		N	i	L	$\varepsilon.10^6$
I	1	8	0,302	0,140	− 9,136
	2	8	0,304	− 0,129	
II	1	8	0,303	0,136	
	2	8	0,305	− 0,154	
I	1	6	0,810	0,312	− 7,091
	2	6	0,816	− 0,303	
II	1	6	0,810	0,291	
	2	6	0,812	− 0,262	

Questi due valori di ε sono alquanto discordanti fra loro; come pure non sono molto concordanti i singoli valori di L; ma ciò deve attribuirsi in grandissima parte alle influenze estranee

che potevano alquanto alterare deviazioni così piccole, come quelle che in tal caso venivano prodotte nel galvanometro. I due valori di ε hanno per media: $-8,113.10^{-6}$.

Ho poi sperimentato essendo

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 124°,1
quella della 2ª . . . . = 92°,7

		N	i	L	$\varepsilon.10^{-6}$
I	1	6	0,302	0,224	
	2	6	0,306	− 0,220	− 9,630
II	1	6	0,305	0,232	
	2	6	0,307	− 0,209	
I	1	6	0,808	0,601	
	2	6	0,809	− 0,593	− 9,739
II	1	6	0,809	0,574	
	2	6	0,811	− 0,607	

Questi due valori di ε sono concordanti fra di loro, ed hanno per media: $-9,6845.10^{-6}$. Il qual valore può ritenersi anche come *valore vero* dell'effetto Thomson alla temperatura di 108°,4.

Ricavando il valore di tale effetto alla stessa temperatura di 108°,4, dal valore che esso ha alla temperatura di 53°, seguendo l'ipotesi di Tait, si ottiene $x = -9,4917.10^{-6}$, valore assai vicino a quello ottenuto coll'esperienza.

In seguito fu esperimentato essendo

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 263°,5
quella della 2ª . . . . = 222°,0

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	6	0,304	0,432	
	2	6	0,3045	— 0,426	
					— 14,231
II	1	6	0,302	0,442	
	2	6	0,303	— 0,420	
I	1	6	0,807	1,20	
	2	6	0,809	— 1,16	
					— 14,685
II	1	6	0,808	1,23	
	2	6	0,810	— 1,14	

Questi due valori di ε sono molto concordanti fra di loro, ed hanno per media: $-14{,}458.10^{-6}$; la quale può essere considerata come *valore vero* dell'effetto Thomson a 242°, 75.

Secondo l'ipotesi di Tait, si ottiene per valore dell'effetto Thomson a 242°,75, ricavato da quello a 53°, $x_1 = -12{,}836.10^{-6}$, il qual valore è alquanto più piccolo di quello ottenuto coll'esperienza, ma tuttavia da esso non troppo discosto.

Invece ricavando il valore dell'effetto Thomson a 242°,75, dal valore che esso ha a 108°,4, si ottiene $x_2 = -13{,}096$, che è sufficientemente vicino al valore ottenuto coll'esperienza.

Finalmente ho sperimentato, essendo

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . . = 331°,5

quella della 2ª . . . . = 285°,0

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	6	0,303	0,516	
	2	6	0,304	— 0,492	
					— 15,164
II	1	6	0,304	0,527	
	2	6	0,306	— 0,523	

Si può ritenere questo valore di ε come il *valore vero* dell'effetto Thomson alla temperatura di 308°,25.

Se l'effetto Thomson alla stessa temperatura di 308°,25 lo si ricava dal valore che possiede a 53°, si ottiene $x_1 = -14,465.10^{-6}$, che è discretamente prossimo al valore dato dall'esperienza.

Se lo si ricava dal valore che possiede a 108°,4, si ottiene $x_2 = -14,759.10^{-6}$, che è assai vicino a quello ottenuto coll'esperienza.

Se finalmente lo si ricava dal valore che possede a 242°,75, si ottiene $x_3 = -16,294.10^{-6}$, che è abbastanza vicino a quello dato dall'esperienza.

Notando che le divergenze talvolta avveratesi fra i risultati nel pakfong debbono essere attribuite in grandissima parte all'influenza di cause esterne sulla piccolezza del fenomeno in questo metallo; mi pare di poter concludere che l'effetto Thomson nel pakfong è proporzionale alla temperatura assoluta e all'intensità della corrente.

Allora si potrà esprimere il calore dovuto all'effetto Thomson quando una corrente i, espressa in unità del sistema (C.G.S.). passa per 1″ da una sezione alla temperatura t a un'altra alla temperatura $t-1$, mediante la formola:

$$\varepsilon = -2,560.10^{-8}(273+t)i \text{ piccole calorie} \quad \ldots (3).$$

Ammettendo fra i valori dell'effetto Thomson nel pakfong e nel bismuto di E.B. la relazione trovata da Le Roux, e prendendo per valore assoluto di tale effetto in quest'ultima lega il valore trovato dallo stesso sperimentatore; si ricava come valore assoluto dell'effetto Thomson nel pakfong, pel passaggio dell'unità di corrente del sistema (C.G.S.) durante 1″, da una sezione a 50°,5 a un'altra a 49°,5,

$$\varepsilon_1 = -8,390.10^{-6} \text{ piccole calorie.}$$

Se si calcola colla formola (3) il valore dell'effetto Thomson facendo $t = 50°5$, si ottiene:

$$\varepsilon_2 = -8,2816.10^{-6} \text{ piccole calorie},$$

il quale è concordantissimo col precedente; sebbene probabilmente il pakfong da me usato era diverso da quello usato da Le Roux.

Bismuto di E. B. (pesi $10 Bi + 1 Sb$).

In questo caso ciascuna delle vaschette di ferro col mercurio e le parti dell'apparecchio in essa contenute, aveva un equivalente in acqua uguale a $16^{gr},2$.

Come è noto, il trasporto elettrico del calore in questa lega è positivo.

Nella prima serie d'esperienze era

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 63°,5
quella della 2ª . . . . = 42°,5

		N	i	L	$\varepsilon \cdot 10^6$
I	1	6	0,304	0,502	33,494
	2	6	0,305	−0,511	
II	1	6	0,302	0,516	
	2	6	0,302	−0,517	
I	1	6	0,810	1,36	31.722
	2	6	0.809	−1,28	
II	1	6	0,811	1,35	
	2	6	0,809	−1,19	

Questi due valori di ε sono discretamente concordanti, ed hanno per media: $32,608 . 10^{-6}$.

Anche in questa lega, a cagione della sua bassa temperatura di fusione, ho dovuto limitarmi a fare un'altra sola serie di esperienze, essendo

la temperatura della 1ª estremità della vaschetta in ciascun'asta . . . . = 124°,1
quella della 2ª . . . . = 92°.7

		N	i	L	$\varepsilon . 10^6$
I	1	6	0,304	0,856	40,081
	2	6	0,305	— 1,02	
II	1	6	0,310	0,913	
	2	6	0,309	— 0,929	
I	1	6	0,808	2,36	38,968
	2	6	0,8095	— 2,40	
II	1	6	0,811	2,31	
	2	6	0,810	— 2,44	

Questi due valori di ε sono discretamente fra loro concordanti, ed hanno per media: $39,524.10^{-6}$; la quale può ritenersi come il *valore vero* dell'effetto Thomson alla temperatura di 108°,4.

Ricavando il valore dell'effetto Thomson a questa stessa temperatura di 108°,4, dal valore che esso possiede a 53°, si ottiene $\varepsilon=38,149.10^{-6}$, che concorda con quello ottenuto colla esperienza.

Dai risultati di queste determinazioni risulta che nel bismuto di E.B. l'effetto Thomson è proporzionale alla temperatura assoluta e all'intensità della corrente. Perciò il calore sviluppato corrispondentemente all'effetto Thomson in 1'', quando una corrente i, in unità del sistema (C.G.S.), passa da una sezione alla temperatura t a un'altra alla temperatura $t-1$, potrà esprimersi mediante la formola:

$$\varepsilon = 10,002.10^{-8}(273+t)i \text{ piccole calorie} \quad \ldots (4).$$

Dall'esperienza più volte citata di Le Roux risulta che il calore sviluppato corrispondentemente all'effetto Thomson in 1'', quando l'unità di corrente del sistema (C.G.S.) passa da una sezione alla temperatura di 50°, 5 a un'altra alla temperatura di 49°, 5, è uguale a $24,50.10^{-6}$ *piccole calorie.*

Se invece si calcola colla formola (4) il valore dell'effetto Thomson, facendo $t=50°5$, si ottiene: $32,357.10^{-6}$ *piccole calorie;* il qual valore è invero molto superiore a quello ottenuto da Le Roux.

Conclusioni.

Dalle esperienze riferite in questa memoria e in quella che la precede, si deduce:

1° Che per tutte le sostanze sottoposte allo studio [cadmio, ferro, antimonio, bismuto, pakfong, lega (10 Bi + 1 Sb in pesi)], l'effetto Thomson è proporzionale all'intensità della corrente.

2° Che per tutte queste sostanze l'effetto Thomson è proporzionale alla temperatura assoluta, fatta eccezione del ferro, nel quale i valori dati dall'esperienza sono superiori a quelli che si ottengono col calcolo, ammettendo tale proporzionalità.

Ne segue, che in queste sostanze, tranne nel ferro, si può esprimere il calore sviluppato in un secondo, per effetto del fenomeno Thomson, quando una corrente d'intensità i passa da una sezione alla temperatura assoluta T ad un'altra alla temperatura $T-1$, mediante la formola:

$$\varepsilon = a \, . \, \mathrm{T} \, . \, i \, .$$

E se si esprime ε in piccole calorie, e i in unità del sistema (C.G.S.), si hanno, nelle varie sostanze, per a i seguenti valori:

cadmio	$3{,}678.10^{-8}$
antimonio	$7{,}081.10^{-8}$
bismuto	$-3{,}909.10^{-8}$
pakfong	$-2{,}560.10^{-8}$
bismuto di E. B.	$10{,}002.10^{-8}$

Questo studio venne eseguito nel Laboratorio diretto dal Prof. A. Naccari, e ne rendo quindi al mio Maestro i più sinceri ringraziamenti.

Torino, marzo 1887.

Terza ed ultima serie di osservazioni delle comete Finlay e Barnard-Hartwig all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio di Torino; Nota di Francesco Porro.

Le presenti osservazioni, eseguite secondo il solito al Refrattore equatoriale di Merz mediante un micrometro circolare da me già descritto (1), abbracciano il periodo di tempo compreso fra il 23 novembre ed il 23 dicembre 1886, durante il quale potei determinare solo cinque posizioni della cometa Finlay, e tredici della Barnard-Hartwig. Il numero delle posizioni da me determinate nel 1886 a questo istrumento ammonta adunque complessivamente a 57, e cioè (2)

Sei della Cometa Fabry . . . . (1886 I),
Quattro della Cometa Barnard . . . . (1886 II),
Quattro della Cometa Brooks prima . . (1886 V),
Diciotto della Cometa Finlay . . . . (1886 d),
Venticinque della Cometa Barnard-Hartwig (1886 e),

risultato abbastanza soddisfacente, attese le condizioni dell'istrumento e la sua inopportuna collocazione. A questa ultima causa vuolsi attribuire se non ho potuto seguire, come era mio desiderio, la Cometa Barnard-Hartwig nel dicembre, quando per il suo rapido movimento verso Est essa divenne visibile nelle prime ore della sera. Un tentativo fatto la sera del 18 dicembre mi convinse che per la nebbia e per la luce diffusa io avrei fatto opera vana.

Ecco adunque senz'altro il quadro delle mie osservazioni, calcolato al modo consueto, e colle consuete avvertenze relative al moto proprio delle Comete in Ascensione retta, ed alla Refrazione. Essendo la Cometa Barnard-Hartwig uscita dal campo del primo catalogo di Weisse-Bessel, adoperai il secondo, che va da $+15^\circ$ a $+45^\circ$.

(1) Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXI, adunanza del 20 Giugno 1886.

(2) Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXI, adunanza del 20 Giugno 1886; vol. XXII, adunanze del 14 Novembre e del 12 Dicembre 1886.

RISULTATI DELLE OSSERVAZIONI. — Cometa Finlay.

1886	Tempo medio di Torino	Δα (☄ — *)	Δδ (☄ — *)	Confr.	α apparente	Log pΔ	δ apparente	Log pΔ	Riduzione al luogo apparente	*
Novemb. 24	5h 46m 44s	+ 0m 34s, 20	— 2′ 20″, 9	3	20h 39m 19s, 66	9, 193	— 20° 51′ 4″, 8	0, 898	+ 1s, 74 + 12″, 8	1
» 26	5 54 3	+ 3 23, 89	— 3 3, 7	8	20 49 10, 30	9, 217	— 20 7 4, 1	0, 895	+ 1, 74 + 13, 0	2
» 27	5 45 25	— 2 11, 97	— 2 54, 8	8	20 54 6, 11	9, 168	— 19 44 28, 7	0, 895	+ 1, 77 + 13, 2	3
Dicemb. 22	6 10 29	— 6 17, 62	— 9 47, 3	4	23 2 9, 52	9, 120	— 6 49 20, 7	0, 839	+ 2, 11 + 15, 3	4
» 23	5 53 30	— 2 36, 25	+ 6 24, 5	8	23 7 13, 32	8, 998	— 6 12 25, 8	0, 836	+ 2, 11 + 15, 3	5

Cometa Barnard-Hartwig.

1886	Tempo medio di Torino	Δα (☄ — *)	Δδ (☄ — *)	Confr.	α apparente	Log pΔ	δ apparente	Log pΔ	Riduzione al luogo apparente	*
Novemb. 23	15h 54m 25s	+ 0m 19s, 96	— 3′ 58″, 5	16	13h 57m 48s, 73	$9,636_n$	+ 15° 27′ 23″, 6	0, 774	+ 0s, 78 — 7″, 6	6
» 23	17 57 12	+ 1 4, 67	— 1 41, 5	8	13 58 33, 44	$9,562_n$	+ 15 29 40, 6	0, 708	+ 0, 78 — 7, 6	6
» 24	15 24 58	+ 1 15, 41	+ 1 33, 2	8	14 6 31, 36	$9,635_n$	+ 15 51 11, 1	0, 792	+ 0, 76 — 7, 2	7
» 24	17 33 1	+ 2 3, 21	+ 3 45, 8	8	14 7 19, 16	$9,593_n$	+ 15 53 23, 7	0, 721	+ 0, 76 — 7, 2	7
» 25	16 15 8	+ 8 47, 30	+ 3 14, 0	8	14 16 3, 65	$9,637_n$	+ 16 15 5, 1	0, 766	+ 0, 76 — 7, 4	8
» 26	16 8 11	+ 2 43, 00	— 1 50, 4	8	14 25 33, 64	$9,639_n$	+ 16 36 22, 9	0, 772	+ 0, 70 — 6, 3	9
» 26	16 8 11	+ 1 18, 59	— 3 35, 2	8	14 25 33, 93	$9,639_n$	+ 16 36 1, 2	0, 772	+ 0, 70 — 6, 3	10
» 26	17 50 1	+ 1 43, 80	— 5 24, 3	8	14 26 16, 04	$9,589_n$	+ 16 37 35, 3	0, 713	+ 0, 70 — 6, 3	11
» 28	16 17 51	+ 1 35, 67	— 3 46, 4	8	14 45 38, 02	$9,620_n$	+ 17 13 39, 2	0, 771	+ 0, 66 — 5, 2	12
» 28	17 35 48	+ 1 12, 44	— 2 0, 1	8	14 46 9, 94	$9,612_n$	+ 17 14 39, 6	0, 725	+ 0, 66 — 5, 2	13
» 28	18 5 20	+ 2 21, 02	— 2 19, 9	8	14 46 23, 37	$9,588_n$	+ 17 15 5, 7	0, 706	+ 0, 66 — 5, 2	12
» 28	18 5 20	+ 1 25, 34	— 1 33, 6	8	14 46 22, 84	$9,588_n$	+ 17 15 6, 1	0, 706	+ 0, 66 — 5, 2	13
Dicemb. 4	16 42 21	+ 2 26, 22	+ 3 4, 6	8	15 51 5, 38	$9,642_n$	+ 18 0 19, 6	0, 780	+ 0, 56 — 0, 4	14

Posizioni medie delle Stelle di comparazione.

*	α 1886,0	δ 1886,0	Autorità
1	20h 38m 43s, 72	— 20° 48′ 56″, 7	Washington Zon. 190, N. 23 (1).
2	20 45 44 , 67	— 20 4 13 , 4	Lamont 1298 (2).
3	20 56 16 , 31	— 19 41 47 , 1	Yarnall 9198.
4	23 8 25 , 03	— 6 39 48 , 7	1/3 (Stone 12060 + 2 Yarnall 10230) (3).
5	23 9 47 , 46	— 6 19 5 , 6	B. Z., 105 (4).
6	13 57 27 , 99	+ 15 27 23 , 6	Weisse II, Hora XIII, 1229.
7	14 5 15 , 19	+ 15 49 45 , 1	Weisse II, Hora XIV, 61.
8	14 7 15 , 59	+ 16 11 58 , 5	Weisse II, Hora XIV, 107.
9	14 22 49 , 94	+ 16 38 19 , 6	Weisse II, Hora XIV, 454-455.
10	14 24 14 , 64	+ 16 39 42 , 7	Weisse II, Hora XIV, 482 (5).
11	14 24 30 , 54	+ 16 43 5 , 9	Weisse II, Hora XIV, 487-488.
12	14 44 1 , 69	+ 17 17 30 , 8	Weisse II, Hora XIV, 924-925.
13	14 44 56 , 84	+ 17 16 44 , 9	Weisse II, Hora XIV, 937.
14	15 48 38 , 60	+ 17 57 14 , 4	Weisse II, Hora XV, 1176.

(1) *Washington Astronomical Observations*, for 1870.

(2) Questa stella a mio giudizio è di settima grandezza, come nella *Durchmusterung*; invece le carte di Chacornac la danno di ottava, e Lamont di ottava in nona.

(3) φ Aquarii. Moto proprio in δ = — 0″, 19 per anno, dedotto dal Catalogo di Stone.

(4) *Astronomische Nachrichten*, N. 2767.

(5) La differenza di declinazione fra questa stella e la precedente, che dal Catalogo di Weisse risulta eguale a 1′, 4, in *Durchmusterung* sarebbe di 1′, 8. Mi par quindi lecito attribuire in gran parte ad un errore del Catalogo il notevole divario fra le declinazioni della Cometa dedotte da queste stelle in una medesima osservazione.

Note sull'Aspetto fisico delle Comete.

Cometa Finlay.

Il 26 novembre questa Cometa mi sembra aumentata di splendore; aureola larga, chioma folta. L'aspetto generale rimane invariato; anche il 23 dicembre noto la forma oblunga; nel senso Est-Ovest non è più larga di un minuto d'arco.

Cometa Barnard-Hartwig.

Dopo il cambiamento notevole avvenuto fra il 23 ed il 24 novembre, e sommariamente descritto nella precedente nota, la Cometa continuò a svilupparsi, principalmente nella coda posteriore. Il 26 novembre noto che la coda anteriore continua a diffondersi ed a diminuire di splendore e di lunghezza; invece la maggiore, posta più verso Nord-Ovest, si allunga, staccandosi dal capo con leggiera incurvatura (visibile solo nel refrattore), e proseguendo diritta. La coda anteriore non oltrepassa la stella 10, ed è quindi inferiore ad un minuto e mezzo di tempo. Invece l'altra si segue sicuramente sin oltre α *Bootis*, che a $16^h\ 50^m$ del tempo medio di Torino è esattamente sul lembo anteriore, mentre sul lembo posteriore, un poco più al Sud, si trova una bella stella rossa, di sesta a settima grandezza, che assai probabilmente è Weisse II, Hora XIV, 188. La stella 11 è sull'asse di simmetria delle due code, mentre la 10 è sul lembo interno (boreale) della coda minore, e la 9 poco al Sud del lembo esterno (australe) prolungato. Tutte queste osservazioni sono fatte nel cercatore di Fraunhofer, con ingrandimento minimo; nel binoccolo da teatro la coda si vede bene sin presso ad Arturo; lo splendore del capo mi par compreso fra η e ζ Bootis, che Heis fa di terza grandezza entrambe, ma che a me sembrano disuguali, forse perchè a diversa altezza sull'orizzonte. Nel micrometro circolare il nucleo presenta un getto in forma di ventaglio, emanante in direzione opposta alle code, e più brillante nella parte opposta alla coda più lunga. Questo getto o settore

è inviluppato da una chioma, che alla sua volta degrada in un'atmosfera a contorno parabolico, uguale per intensità luminosa alla materia delle code.

Tutte queste apparenze sono confermate nella notte del 28; la Cometa è notevolmente maggiore di π Bootis, doppia stretta le cui componenti sono rispettivamente di quarta e di quinta grandezza; nel crepuscolo chiaro del mattino la chioma ed il settore sono ancor visibili, ed il nucleo è appena inferiore alla stella DM + 17° 2783, che è più vicina alla settima che alla sesta grandezza.

Il 4 dicembre l'aspetto generale non è molto diverso; il settore si vede a stento e con poca precisione, presentando forse più chiara la parte opposta alla coda anteriore. Ad occhio nudo la Cometa è notevolmente più grossa di β Serpentis (terza grandezza); la coda maggiore si prolunga nel binoccolo sin oltre ι Serpentis, verso γ Coronae.

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 3 Aprile 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ANGELO GENOCCHI
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: SOBRERO, LESSONA, SALVADORI, BRUNO, BERRUTI, BASSO, D'OVIDIO, FERRARIS, GIBELLI.

Vien letto l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Il Socio COSSA fa giustificare la sua assenza motivata da ragioni di ufficio.

Fra i libri presentati in omaggio all'Accademia vengono segnalati i seguenti:

« *Sur l'action du chlorure de méthyle sur la benzine orthodichlorée en présence du chlorure d'aluminium* »; del Socio Corrispondente C. FRIEDEL in collaborazione col sig. J.-M. CRAFTS.

« *Esperimenti sulla resistenza dei laterizi allo schiacciamento* »; e « *Esperimenti sulla resistenza delle pietre alla flessione* » del Prof. Federico FALANGOLA, Maggiore del Genio.

Le letture si succedono nel modo che segue:

« *Trifolium Barbeyi* »: Nota del Socio G. GIBELLI, in collaborazione col Dott. S. BELLI.

« *Rilievi di osservazioni orarie dei registratori* HIPP: (*Barografo e termografo*, 2° trimestre 1886) »; lavoro dell'Assistente Prof. Angelo CHARRIER, presentato dal Socio BRUNO, per la consueta pubblicazione nel *Bollettino* annesso gli *Atti*.

LETTURE

Trifolium Barbey novam speciem
digessere G. Gibelli et S. Belli

DESCRIPTIO.

Planta annua, nana, pusilla, pulviniformis, in orbem prostrata, ad summum diametrum octo centimetrorum metiens.

Radix tenuis, parce ramosa, fibrillosa.

Caulis caespitosus, axi praecipuo ad collum brevissimum reducto: ex eo prodeunt ramuli multi cito iterato ramulosi, pro longitudine crassiusculi, teretes, farcti, hirto-pilosi, ramusculis axillaribus appropinquatis, contortis, decumbentibus.

Folia radicalia et inferiora e caespitis orbe proeminentia, petiolis longissimis, sulcatis, hirto-pilosis, in superioribus longitudine decrescentibus, numquam tamen, etiam in involucrantibus, deficientibus: quisque ramulus in axilla folii folium alterum sterile gerit: duo suprema quasi superposita involucrum sistunt.

Stipulae pro latitudine longiusculae et ideo lineares, membranaceo-scariosae, nervosae, glabrae, margine ciliato, totae apertae, tantum cercine basilari tenuissimo amplexicaules, caudis brevibus, dentiformibus, ciliatis.

Foliola equaliter petiolulo brevissimo munita, oblongo-cuneato-obovata, apice rotundata et vix erosula: quo ad ambitum omnia parcissime mutabilia, utraque pagina hirsuto-pilosa.

Pedunculi ita abbreviati ut capitula florum, stipulis foliorum duorum approximatorum (false oppositorum) involucrata, terminalia appareant (revera *pseudo-terminalia*).

Flores subsessiles et sine bracteolis sunt, non numerosi, 20-25 ad maximum, in apice pedunculi congesti, ut capitulum subrotundum axi fere carere videatur.

Calyx in anthesi tubuloso-obconicus, in fructu auctus, turbinato-campanulatus; tubus externe villosus, vigintinervis,

faucibus annulo dense piloso-villoso obsitis, dentibus basi quinquenerviis late triangularibus, in mucronem subulatum hirsuto-pilosum productis, tubo brevioribus, inferiore interdum vix longiore.

Corolla rosea, calyce duplo longior, unguibus petalorum omnium cum tubulo staminorum coalitis, in fructu marcescens.

Vexillum limbo oblongo-ovato, basi truncato, apice rotundato, nervis exilibus percurso, cum ungue, e ceteris petalis evecto, *palam infundibuliformem* effingit. Alae nonnihil breviores, semihastatae, obtusae, laeviter instar S contortae, auricula brevi rotundata praeditae: carinae cultriformes, acie caedente convexa.

Staminorum filamenta alternatim longiora et breviora, medianum aliquantulum apicem versus elatius, antherae oblongo-ellipticae.

Ovarium subsessile, obconicum, stylus medianus valde productus, ad apicem versus paululum incrassatum, stigmatiferum, ovulum unicum.

In fructu calyx, faucibus dilatatis, annulo pilorum obsitis, non tamen obstructis, turbinato-campanulatus: corolla marcescens, tandem elabescens: legumen antice in operculum cartilagineum per dehiscentiam dissilientem incrassatum, quandoque per suturam superiorem se aperire tradit: postice membranaceum, monospermum: semen subrotundum, laeve, badium.

Species haec manifeste ob calycem 20-nervem, faucibus annulo pilorum (non calloso) cinctis, ob petalorum ungues cum cuniculo staminorum cohaerentes, ad sectionem *Lagoporum* Koch, et ob capitula pseudo-terminalia foliis duobus approximatis involucrata, ad illam *Eutriphyllorum* Godr., referri patet. — Propter florum fabricham affinis *T. lappacео L.*; quae species tamen ter maior, ramis flagelliformibus, pedunculis plus minusve elongatis, axi capituli conico cylindrico evidenter producto, tubo calycis exterius glabro, dentibus subulatis tubo ipso duplo longioribus (ita ut capitulum fructiferum *dipsaciforme appareat*), tandem toto coelo diversa.

Trifolium pallidum W. et Kit. (*flavescens* Tineo) quamvis nostro valde affine, tamen statim distinguitur calyce decemnerve, dentibus tubi longitudine, nec non demensionibus omnibus pluries majoribus.

Primo intuitu nostra species faciem *T. congesti* Guss., praebet. Sed istud inspectione vix diligentiori, propter foliola eximie cuneato-obcordata, stipulas late-ovatas caudibus triangularibus,

calycis dentes subulatos, in fructu tubo ipso duplo longiores, caeteris characteribus relictis, statim distinguitur.

Tandem trifolium nostrum ad *T. hirtum* All. accedere videtur: quod tamen dentibus calycis vix basi dilatatis, longe subulatis, tubo duplo longioribus et in fructu non campanulato-turbinato, vexillo lanceolato acuto, stipula suprema involucrante aphylla, nec non tota facie diversum, cum illo confundere nequit.

Species haec crescit in cultis insulae *Karpathos* mari Ægei (inter Cretam et Rhodum) ubi dominus *Pichler* anno 1883, et dominus *Forsitz-Maior* anno 1886 mense Iunio legerunt, tradiderunt que clarissimo viro William-Barbeyo. Qui heres musei botanici perillustri Boissierii, eiusque scientiae botanicae eximius prosecutor, nobis hanc speciem a caeteris multis discriminandam, describendam et in systhemate inserendam humanissime protulit.

Qua de re, et propter eius munificentissimam liberalitatem in comunicandis thesauris rei herbariae musei sui, summopere ad nostram monographiam *Trifoliorum* instruendam pretiosis, animo gratissimo, speciem hanc novissimam, nitidam inter permultas erumpentem, ipsius nomini dicamus.

EXPLICATIO TABULAE.

FIG. *a.* Planta magnitudine naturali.
» *b.* Ramuli duo cum tribus capitulis ($^2/_1$).
» *c.* Flos in anthesi ($^8/_1$).
» *d.* Calyx in flore, apertus ($^8/_1$).
» *e.* Vexillum apertum ($^8/_1$).
» *f.* Ala ($^8/_1$).
» *g.* Carina ($^8/_1$).
» *h.* Staminorum fasciculus longitudinaliter dimidiatus ($^{16}/_1$).
» *i.* Pistillum ($^8/_1$).
» *k.* Calyx fructifer, a latere visus ($^8/_1$).
» *l.* Calyx fructifer apertus, intus visus ($^8/_1$).
» *m.* Legumen maturum cum stilo ($^8/_1$).
» *n.* Semen ($^8/_1$).

c
m
a
e
h
b
d
g
i
n
f
l
k

guriano
Flysch e Calcare
curve met

Studio geologico dei dintorni di Voltaggio,

del Dott. FEDERICO SACCO

presentato nell'adunanza del 20 *Febbraio* 1887

In vista di uno studio generale che intendo di fare sui terreni terziari del Piemonte e della Liguria settentrionale, nella scorsa estate ebbi a soggiornare qualche tempo a Voltaggio i cui dintorni presentano, nei terreni miocenici, eocenici e preterziari che li costituiscono, fatti così interessanti che io credo opportuno di farne sin d'ora una sommaria descrizione cominciando dai terreni più antichi e salendo sino ai più giovani.

Serpentina (Preterziaria).

I terreni più antichi che affiorano nelle vicinanze di Voltaggio sono costituiti da una grande massa di roccia serpentinosa che compare nella parte S. O. dell'unita carta geologica e costituisce una regione molto accidentata, brulla, poco abitata e con numerose cime oltrepassanti i 1000 metri d'elevazione, fra le quali il M. Tobbio è specialmente notevole per l'ampio panorama che si osserva dalla sua punta.

Molto incerta è l'età a cui si deve attribuire questa roccia serpentinosa poichè, mentre il Prof. Taramelli (1) la suppone *precarbonifera*, il Mazzuoli e l'Issel (2), che ebbero occasione di esaminarla più minutamente, la credono triassica inglobandola nel

---

(1) T. TARAMELLI, *Osservazioni fatte nel raccogliere alcuni campioni di Serpentini*. Boll. Soc. Geol. Ital., Vol. I, 1882.

(2) A. ISSEL e MAZZUOLI, *Nota sulla zona di coincidenza delle formazioni ofiolitiche eocenica e triassica nella Liguria occidentale*, Boll. R. Com. Geol. Ital., 1884.

Trias inferiore o *Buntersandstein*, ed infine il De Stefani accennando alle serpentine di Voltri e Sestri Ponente che strettamente si collegano con quelle di Voltaggio, ora in esame, le riferisce all'*Eocene* (1).

Occupandomi in questo lavoro specialmente dei terreni terziari non credo di dovermi fermare su tale questione nè sui numerosi modi di presentarsi della roccia serpentinosa, ciò che sarebbe opportuno in un lavoro d'indole più generale; non posso però fare a meno di esprimere il dubbio che la zona ofiolitica in questione sia piuttosto paleozoica che non triassica, perchè mi parve collegarsi meglio colle roccie schistose paleozoiche che non coi calcari triassici, i quali in lembi staccati si vedono appoggiarvisi verso Ovest.

Qua e là la zona ofiolitica in discorso presenta traccie di minerali auriferi ed altre mineralizzazioni meno importanti e poco estese.

Liguriano.

Il piano *Liguriano* di Mayer si presenta nella regione in esame sotto diverse forme, fra cui le principali sono: *Serpentina*, *Calcare* e *Flysch*.

Serpentina.

Sebbene sino al giorno in cui mi recai a perlustrare geologicamente i contorni di Voltaggio avessi solo avuto occasione di studiare le serpentine paleozoiche delle Alpi Piemontesi e fossi in certo qual modo allevato alla scuola del Gastaldi sull'antichità delle serpentine appenniniche, tuttavia sin dalla prima escursione che feci nella regione in esame, osservando i banchi serpentinosi interstratificati agli schisti argilloso-talcosi ed ai calcari eocenici, non potrei più dubitare della loro eocenicità e li inclusi senz'altro nel piano *Liguriano*, accordandomi in tal modo perfettamente colle opinioni emesse da Issel e Mazzuoli e distaccandomi anche dall'idea del Mayer che crede queste serpen-

---

(1) Estratto della conferenza *sulle Serpentine*, Boll. Soc. geol. Ital., Vol. I, p. 21, 1882.

tine anteriori all'*Eocene*, pur supponendo egli nuove fusioni e nuovi espandimenti ofiolitici durante l'epoca del *Tongriano* inferiore e superiore, dell'*Aquitaniano*, dell'*Elveziano* inferiore e superiore e del *Tortoniano* (1), ciò che invece io non sono punto inclinato ad ammettere, almeno dietro i fatti finora osservati.

Ma se queste serpentine terziarie nel loro andamento stratigrafico e nel loro modo di presentarsi si distinguono in generale abbastanza bene da quelle antiche, dove però vengono tra loro a contatto, come per esempio, nel rio di Acquastriata, tale distinzione non riesce sempre facile.

In generale si può dire che le serpentine eoceniche, rispetto a quelle antiche, si presentano meno dure e meno compatte, sono di una lucentezza più grassa, talora con svariati colori sfumanti gli uni negli altri, spesso di un color verde-erba più spiccato e più vivo, meno ruvide al tatto, a frattura più facile e più scagliosa, naturalmente con eccezioni in un caso e nell'altro; in complesso poi la formazione ofiolitica eocenica costituisce nella regione in esame rilievi molto minori e meno accidentati che non quelli della formazione ofiolitica più antica. Infine le serpentine eoceniche sono in generale assai più mineralizzate che non quelle antiche, ed infatti vi troviamo non di rado giacimenti di Calcopirite, di Pirite, di Magnetite, ecc.

Sapendo che accurati studî sulle roccie ofiolitiche di queste regioni erano già stati fatti dall'Issel e dal Mazzuoli e sperando che tali studi vengano presto pubblicati con una carta alla scala almeno di 1 a 50.000, io mi limitai, per inquadrare l'unita carta geologica, a segnare i principali banchi serpentinosi che veggonsi comparir tra le roccie eoceniche e che in generale paiono allineati, come in complesso gli strati che li racchiudono, da S. E. a N. O.

Di questi banchi ofiolitici alcuni, come quelli di M. Lagoscuro, sono assai sviluppati quantunque di varia potenza nel loro percorso visibile, spesso intrecciandosi cogli strati eocenici e presentandosi irregolarmente suddivisi, altri invece, come quelli più vicini al paese di Voltaggio, appaiono solo come piccole lenti non sempre facilmente reperibili.

Oltre ai banchi serpentinosi che con un allineamento ad un

---

(1) C. Mayer, *Sur la carte géologique de la Ligurie centrale*, Bull. de la Soc. géol. de France, 3e Série, Tome V, 1887.

dipresso N. O. — S. E. si vanno ad adagiare, con interstrati calcarei, sulla formazione ofiolitica antica, notasi anche uno spuntone ofiolitico di color verde erba, presso C. Rivera, isolato in mezzo al *Flysch*, ma che probabilmente fa parte di una lente serpentinosa interstratificata agli argillo-schisti *liguriani*.

Nel passaggio tra i banchi ofiolitici ed i calce-schisti si trova talora per certi tratti la roccia serpentinosa infranta e cementata da materiale calcareo per modo da costituire una *oficalce*, come presso i molini di Voltaggio, degna di essere escavata. Piuttosto strettamente collegate colle serpentine sono certe roccie cristalline, a varie modificazioni locali, appellate *anfimorfiche* dall'Issel, le quali osservansi rappresentate anche nella regione in esame, specialmente poco a Nord dei molini di Voltaggio.

Debbo poi notare ancora, riguardo alle serpentine di queste regioni, come lo spuntone ofiolitico indicato dal Sismonda nella sua carta geologica presso il paesello di Carrosio, non sia per me altro che un conglomerato-breccia, costituito bensì di elementi serpentinosi ed a pasta serpentinoso-calcarea, ma rappresentante la parte superiore del *Tongriano inferiore*.

Infatti se a primo aspetto la roccia compatta, nerastra, su cui è fondata una parte del paese di Carrosio, e che forma qualche rilievo nelle vicinanze, può essere presa come Serpentina in posto, se si esamina un po' minutamente vedesi composta di elementi rocciosi più o meno brecciosi o rotondeggianti, di varie dimensioni e fortemente cementati fra di loro.

Resterebbe però ancora il dubbio che si tratti di una oficalce almeno eocenica. Ma internandoci nel profondo burrone che esiste ad Ovest di Carrosio, possiamo osservare assai bene come gli elementi di questa roccia sono ben stratificati, cioè non sono altro che il solito conglomerato (passante talora a breccia con enormi frammenti di Serpentina) del *Tongriano inferiore* ad elementi serpentinosi collegati da cemento calcareo, formando così un passaggio tra i conglomerati esistenti ad Est, costituiti in gran parte di elementi calcarei fortemente cementati, e quelli esistenti ad Ovest, costituiti essenzialmente di materiali serpentinosi ma spesso disaggregati per scarsità di materiale calcareo cementante; fenomeni tutti che sono in diretta relazione colla natura litologica delle prossime regioni montuose, rappresentate generalmente da calcari e calceschisti eocenici ad Est e da Serpentine antiche ad Ovest.

Calcare.

Lungo la linea di contatto tra le roccie eoceniche e le serpentine antiche si presenta nei dintorni di Voltaggio, per estensioni più o meno grandi, una roccia calcareo-dolomitica, di color grigio-cenerognolo, talora brecciosa, venata, talvolta con inclusioni steatitose, a stratificazione spesso confusa, e che nell'assieme ricorda assai certi calcari mesozoici delle Alpi Marittime (1).

Gli egregi geologi Issel e Mazzuoli che nei sovraccennati lavori, come pure in altre Memorie (2), ebbero già ad occuparsi di questo calcare di Voltaggio, lo considerarono come triassico e lo parallelizzarono al *Muschelkalk*.

Quantunque io non abbia fatti gli studi, accuratamente eseguiti invece dai prelodati geologi, sui calcari di Madonna del Gazo, di M. Torbi e di M. S. Carlo che sembrano sincroni con quelli di Voltaggio, tuttavia per ciò che ebbi ad osservare nei dintorni di quest'ultimo paese, sarei invece del parere che tali calcari siano eocenici e racchiudibili nel *Liguriano*.

Questa mia opinione, che però è affatto personale, riposa sui seguenti fatti: 1° anzitutto che questi calcari in certi casi, come per esempio, al Castello di Voltaggio, sono separati dalle serpentine antiche per mezzo di potenti banchi di serpentina eocenica interstratificati agli schisti eocenici; 2° che l'andamento generale degli strati eocenici includenti le masse calcareo-dolomitiche in questione non presentano per lo più quegli speciali disordini stratigrafici che dovrebbero invece esistere se tali calcari fossero spuntoni di terreno antico sporgenti fra le roccie eoceniche; 3° inoltre in certi casi, come per esempio nel rio Frasso, ho potuto constatare come queste masse calcaree sono strettamente collegate ed alternate con argilloschisti che per *facies*, struttura ed andamento stratigrafico, credo assolutamente includibili, non in terreni triassici, ma nel tipico *Flysch* eocenico:

---

(1) Nelle mie note di campagna trovo che, in seguito alla prima visita fatta ai calcari di Voltaggio, li indicai come « frammentari, grigiastri, somiglianti ai calcari triassici ».

(2) L. Mazzuoli ed A. Issel, *Sulla sovrapposizione nella riviera di ponente di una zona ofiolitica eocenica ad una formazione ofiolitica paleozoica*, Boll. della Soc. geol. ital. Vol. II, 1883.

4° al fondo del rio Frasso, fra i calcari in esame, ebbi ad osservare uno spuntone ofiolitico che ha piuttosto l'aspetto delle serpentine terziarie che non di quelle antiche; 5° infine se le masse calcaree in questione fossero realmente triassiche, non comprenderei perchè trovinsi solo lungo la linea di contatto fra le roccie antiche e quelle eoceniche, che sono alle prime discordantemente sovrapposte, e non ne esistano anche lembi isolati sulla estesa formazione ofiolitica antica, come si verifica più ad Ovest verso Dego, Cairo, ecc., dove osservansi numerosi lembi isolati di calcare che credo veramente triassico.

Io ritengo quindi, sino a positiva prova contraria, che i calcari dei dintorni di Voltaggio siano eocenici e che il loro *facies*, antico direi, dipenda solo dalle particolari condizioni che hanno accompagnata la loro deposizione. Sarebbero quindi anche eocenici i calcari del Gazo, del M. Torbi e di S. Carlo.

Questi calcari vengono escavati su vasta scala come pietra da calce sia tra Voltaggio ed il rio Morsone, sia specialmente nella valle Frasso, sia anche infine in un breve tratto della parte alta della valletta di S. Pietro sboccante nella valle Lardona.

Una placca di questo calcare esiste pure nel vallone di Acquastriata, poco sopra la cascina Acquastriata.

Noto ancora come presso Voltaggio ed in rapporto colle roccie calcaree esiste una sorgente solforosa usata come acqua medicinale.

Oltre ai calcari di Voltaggio, sulla cui età esistono le divergenze di opinione sovraccennate, sono a notarsi nella unita carta geologica la presenza di banchi calcarei, certamente eocenici *(liguriani)*, nella valle della Scrivia ad un dipresso tra Villavecchia presso Ronco Scrivia e Pietrabissara.

Questi banchi calcarei, che rappresentano i noti *calcari alberesi*, qua e là racchiudono le tipiche impronte di *Helminthoidea labyrinthica Heer*, si presentano in complesso inclinati verso Nord-Est circa, ma spesso poi sono eziandio ripiegati, drizzati quasi alla verticale od anche rovesciati. Begli esempi di ripiegature in piccola scala si possono, ad esempio, osservare presso la Scrivia di fronte a Pietrabissara.

Esistono poi ancora nella valle di Lemma banchi calcarei eocenici diversi sia da quelli *alberesi* di val Scrivia sia da quelli a *facies* antico delle vicinanze di Voltaggio; sono calcari compatti, di color vario, per lo più brunastri, stupendamente

stratificati, spesso rizzati alla verticale, talora passanti ad ipoftaniti ed osservabili specialmente tra Voltaggio ed i Molini di Voltaggio.

Flysch.

Un altro rappresentante dell'eocene nella regione in esame, indicando solo però i *facies* più spiccati, è il *Flysch* costituito da schisti argillosi e talcosi, passanti a calceschisti, di colore generalmente grigio-plumbeo, talvolta con sfumature azzurrognole o violacee, spesso con lenti pieghettate o frantumate di arenaria, di quarzo e di calcare interstratificate.

Il *Flysch* forma rilievi poco accidentati, a morbidi pendii, rivestiti spesso di praterie, solo talora intersecati da profondi burroni che mettono a nudo gli schisti grigio-lucenti.

Questo *facies* del *Liguriano* comincia a presentarsi nella valle della Scrivia specialmente a Sud del Colle Piazzi, sviluppandosi poi estesissimamente verso mezzogiorno per modo da costituire gran parte della catena dei Giovi, donde le grandi difficoltà incontrate nel sostegno e manutenzione delle gallerie quivi scavate in detta roccia che, oltre ad alterarsi rapidamente, ad imbeversi d'acqua, ed a ridursi in poltiglia, resiste pochissimo alla spinta delle masse laterali e sovrastanti: spinta resa soventi molto irregolare e localmente spesso potentissima a causa delle sovraccennate lenti calcareo-arenacee o quarzitiche, sparse qua e là negli argilloschisti.

Ad Ovest della valle Scrivia il *Flysch* con varia inclinazione, in complesso verso Nord e Nord-Est, ma spesso contorto, va a costituire la valle Traversa e passa per tal modo nella valle di Lemma, quivi assumendo una direzione ad un dipresso da S. E. a N. O., presentando i suoi strati pressochè verticali, offrendo ripetuti interstrati ofiolitici e collegandosi con calceschisti e calcari compatti, finchè viene ad appoggiarsi sulla Serpentina antica, precisamente lungo una linea diretta da Sud-Est a Nord-Ovest all'incirca.

Nelle vicinanze di Voltaggio spesso gli schisti del *Flysch* prendono un color rosso vinato o giallo verdastro, per cui paiono far quasi un passaggio ai serpentinoschisti, indicando, a mio parere, essersi deposti in condizioni alquanto speciali ed un poco simili a quelle che accompagnarono la formazione dei banchi serpentinosi i quali infatti trovansi quasi sempre poco lontani.

Tra il *facies* a calcare alberese e quello inferiore ad argilloschisti vi è un passaggio abbastanza graduale per mezzo di ripetute alternanze di banchi calcarei biancastri ed argillosi grigio-plumbei con aspetto grafitoide.

Tongriano inferiore.

Sulle serpentine antiche e sulle formazioni *liguriane* si appoggiano verso Nord, sempre alquanto discordantemente, depositi in massima parte conglomeratici ad elementi calcareo-serpentinosi e fortemente cementati verso Est, ed invece prevalentemente serpentinosi e meno cementati verso Ovest, naturalmente con una serie di passaggi osservabili nelle località intermedie che stanno ad un dipresso nella parte centrale della unita carta geologica; anche una certa gradazione nella forza di cementazione si osserva pure tra gli strati più antichi e quelli più recenti di questo piano *oligocenico*.

Non sono rari, specialmente nella parte superiore affatto di questo piano, i resti fossili, su cui non credo opportuno di soffermarmi ora, accennando solo che essi servono assai bene a precisarci l'età del terreno che li racchiude. Qua e là i resti vegetali accumulatisi in maggior numero diedero luogo a banchi lignitici di poca importanza; così per esempio, presso Crovara Superiore in val Morsone.

L'inclinazione generale degli strati *tongriani* è piuttosto regolare verso il Nord-Ovest, ma per lo più non molto forte; esistono tuttavia locali irregolarità stratigrafiche che non alterano però l'andamento generale della formazione in esame.

Nella valle della Scrivia i conglomerati *tongriani* costituiti in massima parte di elementi calcareo-serpentinosi tolti alla formazione *liguriana*, vengono utilizzati su vasta scala come materiale di costruzione, e famosi a questo riguardo sono specialmente i dintorni di Pietrabissara, perchè quivi i conglomerati in questione scendono al fondo della valle e sono quindi più comodamente utilizzabili, mentre più a Sud, a causa dell'antica erosione acquea, costituiscono attualmente sul *Liguriano* solo una specie di mantello più o meno potente, elevato spesso di oltre 300 metri sul fondo della vallata. A questo riguardo spesso però esistono delle fortissime varianti, per modo che si può supporre

come, allorquando si deposero i conglomerati *tongriani*, la formazione *liguriana*, ed a maggior ragione le serpentine antiche esistenti ad Ovest, costituissero una regione non già pianeggiante ed a dolce pendio verso Nord, ma bensì abbastanza accidentata per curvature ed erosioni; quindi alquanto irregolarmente dovette verificarsi la deposizione dei conglomerati *oligocenici*.

Questo fatto, assieme ad altre considerazioni d'indole più generale, ci rendono avvertiti esistere un *hiatus* abbastanza notevole tra i terreni *liguriani* della regione in esame ed il *Tongriano inferiore*.

La potenza della formazione *tongriana inferiore* è molto varia a seconda le diverse località, anche per le ragioni sovraccennate; in certe regioni pare che oltrepassi anche i 300 metri, mentre in altri è ridotta a sottili lembi irregolari, talora isolati come ad esempio, quello di Fiaccone, dove la placca *tongriana* nella parte sua occidentale presenta i grossi elementi che la costituiscono sparsi irregolarmente sulla roccia eocenica, per modo da simular quasi un residuo morenico.

Riguardo alle placche conglomeratico-brecciose del *Tongriano inferiore* applicantesi alla formazione ofiolitica antica, debbo notare come non ne sia sempre facile la distinzione dalla roccia serpentinosa in posto, spesso molto alterata e ridotta superficialmente a *cassere* che si potrebbero talora anche interpretare come residui di breccie serpentinose *tongriane*; queste difficoltà di delimitazione, che derivano appunto dall'essere per lo più le breccie *tongriane* solo un impasto (formato a breve distanza dal punto d'origine dei materiali) di elementi tolti alle formazioni rocciose antiche, si presentano specialmente nelle vicinanze del M. Tobbio.

I conglomerati *tongriani* (spesso però passanti a vere breccie, talora ad enormi elementi, per modo da avvertirci della vicinanza della roccia serpentinosa in posto) per lo più di un color verdastro più o meno scuro, si presentano talora, negli spaccati naturali, di color azzurrastro violaceo, per alterazione dei materiali serpentinosi che li costituiscono, come si può assai bene osservare, ad esempio, in diversi punti nel rio Morsone e nel rio Roverno.

Sulla destra della Scrivia, quasi di fronte al paesello di Creverina, i calcari *alberesi* sopportano una placca di *Tongriano inferiore* conglomeratico, di cui alcuni grossi frammenti abba-

stanza distanti dalla massa principale non ho creduto di dover segnare sulla carta, perchè incerto se si tratti di lembi residui in posto, oppure di pezzi discesi in basso.

Noto ancora come alla base del *Tongriano* esiste in certe località, come tra la Cresta di Cravara ed il fondo di val Morsone, nelle vicinanze di C. Biscaelli, al fondo della valle Piola sotto la Cresta Pantaleo, al Bric Roccon presso C. Ronco, ecc., una breccia calcarea, costituente un banco grigio-biancastro di varia potenza, abbastanza sviluppato, appoggiantesi talora direttamente sulla serpentina antica.

Questa breccia calcarea, già in altri tempi utilizzata presso C. Biscaelli come pietra da calce, senza una accurata osservazione potrebbe essere presa per roccia in posto, mentre a mio parere, non è altro che una breccia *tongriana* fatta alle spese di qualche distrutto o mascherato lembo calcareo probabilmente eocenico.

Quanto all'elevazione raggiunta dai depositi *tongriani* in discorso essa varia moltissimo secondo le località, giacchè mentre li vediamo abbassarsi sotto i 250 metri presso Carrosio, li vediamo invece oltrepassare gli 800 metri al M. Refin (821), al M. Porale (835), al M. Alpe (841), al M. Lanzone (804), ecc., e sollevarsi poi sin quasi ai 900 metri alla Cresta di Castiglione.

Anche la grossezza degli elementi che costituiscono i conglomerati del *Tongriano inferiore* è sommamente variabile; in generale si possono notare delle lenti di enormi ciottoloni frammezzo ai banchi conglomeratici ad elementi di mediocre grossezza; il masso più colossale che potei sinora misurare in quest'orizzonte geologico trovasi nella val Carbonassa, 500 metri in linea retta ad Ovest di C. Beno; esso ha un massimo diametro di 8 metri ed un volume di circa 200 metri cubi.

Ancora alla base affatto del *Tongriano inferiore* osservasi in certe località, specialmente presso Creverina in val Scrivia, presso C. Beno, C. Scietti, ecc., in val Carbonassa, nel rio Pagarnino ed altrove un banco di varia potenza, breccioso-conglomeratico, ad elementi serpentinosi riuniti da una pasta verdastra pure serpentinosa per modo che esso, sia di color nerastro quando compatto ed alterato, sia di color verdastro quando in sfacelo, ricorda molto bene la Serpentina in posto, per cui può facilmente trarre in errore.

In certe località i lembi *tongriani* sono applicati alla roccia serpentinosa in modo che paiono sottostanti ad essa, così per esempio nel rilievo che esiste immediatamente ad Est di C. Acquafredda in val Morsone, la placca conglomeratica *tongriana* è applicata così verticalmente alla parete rocciosa di Serpentino preterziario in posto, che in certi punti questo strapiomba sul *Tongriano* il quale parrebbe quindi più antico della formazione ofiolitica.

La regione costituita dall'orizzonte esaminato si presenta per lo più silvestre, talora quasi impraticabile, con non rare sorgenti, con una innumerevole quantità di massi rocciosi sparsi sulla superficie del terreno, spesso con pareti a picco, con monoliti abbastanza grandiose, con belle cascate d'acqua, ecc.

Ho già sovra accennato come tra il *Tongriano inferiore* ed il *superiore* sianvi banchi di passaggio costituiti da alternanze di marne, sabbie e ghiaie, ma è specialmente dalle falde settentrionali di M. Brogie verso Ovest che questi banchi divengono più potenti e si vanno, direi, individualizzando coll'assumere un *facies* proprio prevalentemente arenaceo ed un color grigio-giallastro particolare: pel paleontologo è poi grandissima l'importanza di questi banchi di passaggio, poichè sono essi che forniscono la massima parte dei fossili *tongriani*, quantunque letti arenacei a numerose Nummuliti, Orbitoidi, ecc. incontrinsi pure qua e là fra i banchi conglomeratici del *Tongriano inferiore*, anche alla sua base.

Tongriano superiore.

Nella regione in esame il *Tongriano superiore* è rappresentato da banchi di marna grigio-verdastra, poco compatta, per modo da costituire sovente regioni molto accidentate, soggette a continue variazioni per scorrimenti, frane, ecc., per cui la viabilità ne è spesso difficile.

Però nella parte superiore di questo orizzonte geologico veggonsi sovente alternarsi banchi arenacei resistenti a quelli marnosi, per modo da costituire un graduale passaggio al sovrastante *Aquitaniano*, come si può bene osservare specialmente tra il paese di Rigoroso, il M. Vignazza e la C. Colombara.

I resti fossili sono scarsissimi in queste marne *tongriane*, riducendosi per lo più solo a *Zoophycos* là dove esse passano ai conglomerati inferiori.

Il *Tongriano superiore* tanto sviluppato a Nord della regione in esame, quivi invece va rapidamente restringendosi per modo da esser talora ridotto, come a Carrosio e Mornese, ad una sottile striscia, ciò che deriva probabilmente dalla grande vicinanza del rilievo roccioso appenninico contro cui si appoggiano le formazioni mioceniche.

Il passaggio tra il piano superiore e quello inferiore del *Tongriano*, come ebbi già ad accennare, avviene per lo più abbastanza gradualmente per mezzo di un'alternanza di letti e lenti arenaceo-conglomeratiche fra gli strati marnosi, ed è precisamente in questi banchi di transizione che ebbi a rinvenire fossili in maggior quantità, tanto nella regione in esame quanto altrove in Piemonte.

L'inclinazione degli strati è abbastanza regolare verso il Nord Nord-Ovest.

Aquitaniano.

Sopra le marne *tongriane*, e talora per mezzo dei sovraccennati passaggi, si vengono ad appoggiare banchi arenacei più o meno potenti, più o meno cementati, talora fossiliferi, che dal Mayer (1) vennero considerati come *Tongriano superiore*, mentre io credo invece di doverli includere nell'*Aquitaniano inferiore*.

I fatti su cui fondo questo modo di vedere, per ora però affatto personale, sono specialmente i seguenti: 1° i banchi arenacei in questione, che in certi punti si presentano abbastanza individualizzati, come ad esempio, presso Carrosio, in generale invece si distaccano bensì abbastanza nettamente dalle marne *tongriane*, ma si collegano strettamente coi sovrastanti banchi sabbiosi dell'*Aquitaniano;* 2° il *facies* littorale di questi banchi arenacei concorda assai meglio con quello di natura simile dell'*Aquitaniano* che non col *facies* di mare abbastanza profondo del *Tongriano superiore;* 3° i banchi in questione, potenti tra

(1) C. Mayer, *Sur la carte géologique de la Ligurie centrale* (V. ante).

Rigoroso e Carrosio, si vanno verso Ovest e verso Nord di molto riducendo e talmente immestando coi banchi sabbioso-arenacei *aquitaniani*, che ne riuscirebbe affatto illogica e soventi impossibile la separazione; 4° spesso nell'*Aquitaniano* vero, a breve distanza dai banchi arenacei in questione, e da essi separati solo per mezzo di poco potenti strati sabbioso-arenacei, osservansi, come ad esempio tra C. Colombara e M. Vignassa, altri banchi arenacei talmente simili a quelli inferiori che non sarebbe naturale di attribuirli a due piani geologici diversi; 5° infine l'assieme della fauna di questi banchi arenacei ha piuttosto il *facies aquitaniano* che non quello *tongriano*.

È bensì vero che in fondo la questione si riduce ad una differenza di poca importanza essendo quasi sempre incerti i limiti tra i diversi piani della serie terziaria, ma ad ogni modo dovendosi necessariamente segnare tali limiti, sembrami assai più naturale nel caso in esame, di farli passare sotto che non sopra ai banchi arenacei in questione per le ragioni sovraccennate.

Tra Rigoroso ed Arquata Scrivia gli indicati banchi arenaceo-calcarei per la loro grande resistenza vengono escavati come materiali da costruzione.

Al disopra poi di questo orizzonte arenaceo, che si solleva a M. Vignazza a quasi 600 metri d'altezza, si appoggiano potenti banchi sabbioso-marnosi di color grigiastro o grigio giallastro in generale stupendamente stratificati, fossiliferi, specialmente nella parte inferiore, alternati sovente con piccoli letti arenacei duri, pieghettati, il tutto con una inclinazione di 20° o 25° verso Nord-Ovest circa.

Nella parte superiore dell'*Aquitaniano* i banchi marnosi si fanno più potenti, di un grigio più azzurrognolo, vengono a scarseggiare gli strati arenacei e si passa così gradatamente al sovrastante piano *Langhiano*, talora potendosi assumere come limite divisorio tra i due piani un bel banco arenaceo giallastro, spesso invece mancando anche tale artificiale mezzo di distinzione, per modo che questa risulta specialmente dal diverso *facies* complessivo delle due formazioni, essendo facilmente discernibili anche di lontano le colline *aquitaniane*, abbastanza acute e foggiate verso Nord-Ovest a larghi piani inclinati di una ventina di gradi, da quelle *langhiane* più basse e rotondeggianti; ciò in rapporto colla natura loro litologica.

La potenza dell'*Aquitaniano* che è assai notevole, cioè di

circa 1000 metri, tra la valle della Scrivia e quella di Lemna, va rapidamente diminuendo ad Ovest di Carrosio, accordandosi ciò col restringersi del sottostante *Tongriano superiore*, probabilmente per la stessa causa sopra accennata.

Langhiano.

Infine il più recente piano terziario che appare per piccola parte nell'angolo Nord-Ovest dell'unita carta geologica è il *Langhiano*, rappresentato essenzialmente da banchi marnosi grigio-azzurrognoli, più o meno induriti, talora quasi fogliettati (non di rado racchiudenti fossili di mare piuttosto profondo), inclinati in media di 20° verso il Nord-Nord-Ovest circa; nella parte sua inferiore però il *Langhiano* racchiude non di rado banchi arenacei ed impronte di *Zoophycos*, che ci indicano una regione di tranquillo litorale non molto dissimile da quello in cui si formarono i sopradescritti depositi *aquitaniani*.

Non compare affatto, nella regione studiata, l'*Elveziano* e sono senza dubbio riferibili al *Tongriano inferiore* le *glauconie* delle vicinanze di Voltaggio indicate dal Taramelli (1) come *elveziane*.

CONCLUSIONE.

Dallo esame fatto delle varie formazioni geologiche che affiorano nei dintorni di Voltaggio si possono trarre le seguenti conclusioni;

1° La serie dei terreni costituenti i dintorni di Voltaggio è la seguente:

Langhiano (prevalentemente marnoso, grigio-azzurrognolo).

---

(1) T. Taramelli, *Osservazioni geol.* ecc., (V. ante).

Aquitaniano (prevalentemente sabbioso, con banchi arenacei verso la base).

Tongriano superiore (prevalentemente marnoso, grigio verdastro).

Tongriano inferiore (prevalentemente conglomeratico, con breccie calcaree e serpentinose verso la base).

Liguriano
- Calcare alberese e calcare dolomitico breccioso.
- Argillo schisti *(Flysch)* con banchi *ofiolitici.*

Serpentina preterziaria.

2° Il presunto *spuntone serpentinoso in posto* di Carrosio è un conglomerato-breccia, ad elementi prevalentemente serpentinosi riuniti da pasta serpentinoso-calcarea, costituente la parte superiore del *Tongriano inferiore.*

3° I calcari di Voltaggio, e probabilmente quindi anche quelli del Gazo, dei Torbi e di S. Carlo, piuttosto che triassici debbonsi ritenere come un *facies* speciale del *Liguriano.*

4° I banchi serpentinosi di Voltaggio sono assolutamente eocenici.

5° Il calcare di C. Biscaelli, C. Ronco, ecc., quantunque con aspetto di roccia antica in posto, è una breccia rappresentante quivi la base del *Tongriano inferiore.*

6° Molte breccie serpentinose, a pasta pure serpentinosa, dei dintorni di Voltaggio, benchè con aspetto di roccia antica in posto, appartengono invece al *Tongriano inferiore*, specialmente alla sua parte basale.

7° I grandi banchi arenacei che stanno alla base dell'*Aquitaniano* tipico, piuttosto che non nel *Tongriano* sono da includersi ancora nell'*Aquitaniano.*

Intorno alla morfologia differenziale esterna ed alla nomenclatura delle specie di Trifolium *della sezione* Amoria *Presl, crescenti spontanee in Italia;* Nota critica del Professore G. Gibelli e di S. Belli, assistente al R. Orto Botanico; *lavoro presentato nell'adunanza del* 20 *marzo* 1887.

Il gruppo **Amoria** fu stabilito da *Presl.* (*Symb. bot.*, p. 47, 1832). Noi però non lo accettiamo tal quale, perchè vi includiamo il **T. montanum**, e ne escludiamo qualche altra specie, che meglio potrebbe essere compresa (come il **T. parviflorum** *Ehr.*) nel gruppo dei **Micranthemum** pure di *Presl.* Circoscritto come noi l'intendiamo il gruppo delle **Amoria** di *Presl* potrebbe chiamarsi **Eu-Amoria**, e si potrebbe definire come segue:

Pedunculi axillares, tandem omnes folio longiores: capitula sub-globosa, denique (**T. Thalii** *excepto*) *ob pedicellos, bracteola polymorpha fultos, elongatos, deflexos, umbellaria: calyx membranaceus, decemnervis, interdum nervis interdentalibus inconspicuis, in fructu fere immutatus, fauce nuda, dentibus sub-equalibus vel duobus superioribus paululum excedentibus: corolla plerumque calyce* (*inclusis dentibus*) *duplo-longior, in fructu marcescens: vexillum liberum, antherae oblongo-ovatae vel oblongo-ellipticae* (1)*: legumen induviatum, membranaceum, sutura ventrali dehiscens.*

Questo gruppo così definito comprende specie assai omogenee tanto per la fisonomia esteriore, quanto per caratteri organografici di primo ordine; cosicchè gli Autori, anche i monografisti del genere, si trovarono spesso imbarazzati nel distinguere le varietà di specie molto affini fra loro (**repens** e **pallescens**, **elegans** e **Michelianum**, ecc.), e accadde non di rado che, prendendo abbagli gravi sopra esemplari secchi, si scambiarono fra loro esemplari con denominazioni false. Ne conseguì, come era naturale, una

(1) Nel gruppo dei **Micranthemum** le antere sono sub-rotondo-didime.

nomenclatura farraginosa, una sinonimia estremamente imbrogliata e ingannevole (1), a districare la quale costò a noi tempo e fatica ingrata, forse degna di miglior argomento.

Noi abbiamo riunito a questo gruppo anche il T. **montanum**, quantunque il *Celakovsky* (2) creda doversi per esso stabilire una sezione a parte, o collocarlo quanto meno nel gruppo dei **Micranthemum** *Presl*. dai quali differisce *toto coelo*. Nei **Micranthemum** invece secondo noi va collocato il T. **parviflorum** (specie non italiana) per avere la corolla brevissima, le antere rotonde, il calice lacerato dal legume maturo; e ciò non ostante il *Presl* lo comprende nelle sue **Amoria**. A noi pare che i **Micranthemum** stiano assai bene riuniti in una sezione naturale distinta dalle **Amoria**.

Unico scopo della presente nota è di mettere in evidenza i caratteri di ciascuna specie e le varietà della sezione **Amoria**, e dar ordine preciso alla loro sinonimia aggrovigliatissima. Per il nostro lavoro ci siamo serviti delle collezioni degli Erbarii di Firenze, di Palermo, di Torino, dei nostri privati, di quelli degli illustri *Cesati*, *Boissier*, del signor *Burnat*, del signor *Janka*, del signor *Levier*. Abbiamo consultati anche quelli di Pisa e di Padova, e in qualche caso anche quello del venerando *Bertoloni*.

Noi siamo d'avviso che oggimai, per non fare inutile o poco utile lavoro in fatto di botanica sistematica, sia necessario per ogni specie avere sott'occhio e comparare fra loro gli esemplari provenienti da tutte le regioni fisico-geografiche, in cui cresce la specie stessa, e possibilmente da tutte le località notevolmente disparate fra loro per tutte quelle condizioni fisico-chimiche del suolo e dell'ambiente, che fanno variare un'area di vegetazione da un'altra anche prossime fra loro. Bisogna insomma attuare una vera *monografia* analitica di ciascuna specie in tutta la sua estensione geografica di vegetazione. Allora soltanto ci sarà dato rilevare i passaggi graduati da una varietà in un'altra, e saremo autorizzati a comprenderle in una stessa specie, e a definire le cause locali che influiscono sulle loro variazioni; mentre d'altra parte e nello stesso tempo potremo anche constatare con sicu-

---

(1) V. la critica e le varietà dei **T. Nigrescens**, **Michelianum**, **elegans**, ecc.

(2) Ueber den Aufbau d. Gattung *Trifolium*. — Oesterreiche Botan. Ztng. 1874.

rezza la persistente immutabilità di due specie molto affini, ma crescenti promiscuamente in una stessa area di vegetazione. Senza questo paziente, trito. e se vogliamo tedioso lavoro di comparazione, i fitografi dei paesi già perlustrati e botanicamente più o meno illustrati faranno opera assai poco proficua al progresso scientifico della botanica sistematica, biologico-geografica.

Certo è che, per raggiungere questo scopo, occorre anche che i raccoglitori fitografisti tengano nota con molta diligenza dei dati fisico-climaterici numerosi che costituiscono non tanto una regione quanto un'area locale di vegetazione: come sarebbero la natura chimica, mineralogica e fisica del suolo, lo stato di aggregazione meccanica de' suoi materiali, l'inclinazione e la esposizione astronomica dei versanti, la direzione dominante del vento, l'umidità del terreno e dell'aria, e la prossimità a fiumi, a mari, a laghi, a nevai, a selve, ecc.; circostanze tutte che fanno più o meno difetto sulle schede delle collezioni botaniche, e che quindi aggiungono nulla o ben poco alla nozione biologica di ciascuna specie. Noi esponiamo qui un pio desiderio; e però anche il nostro studio si risente di questo grave difetto, che non potrà essere emendato se non in un avvenire più o meno prossimo, e dalla buona volontà, diligenza e coltura dei collezionisti. Per noi, questa volta ci accontentiamo, colla scorta dei preziosi e abbondanti materiali consultati, di aver dimostrato il nesso genetico di parecchie varietà di alcune specie in rapporto colle loro aree di dispersione.

Chiave dicotomica del gruppo Eu-Amoria.

A - Capolini fruttiferi *globosi, giammai umbelliformi:* pedicelli fruttiferi non *mai incurvati* in basso (salvo gli infimi non allungati) ed *uguali tutto al più al tubo* del calice;

B - Legume *strozzato* tra un seme e l'altro; stilo del legume *arcuato*, come un punto interrogativo sdraiato ~. Vessillo oblungo lanceolato, stretto; caule sviluppato in internodii evidenti, allungati, *giammai peduncoli subradicali.*

T. isthmocarpum *Brot.*

(**T. strangulatum** *H. du Pav.*).

β **Jaminianum** *Boiss.*

BB - Legume a suture *continue, non strozzato* tra un seme e l'altro; stilo *diritto;* raramente caule sviluppato, tutto al più con un solo internodio; quasi *sempre peduncoli subradicali.* Calice *biancastro* spiccante sulla corolla rosea (brunastra in secco).

T. Thalii *Vill.*

T. caespitosum *Reyn.*

* Cauli sdraiati, legnosi, tortuosi, radicanti. Pianta propria delle sommità apennine.

β. **pseudo-repens** *Nob.*

AA - Capolini fruttiferi *sempre e tutti incurvi in basso* nel frutto e quindi più o meno *ombrelliformi* (globosi solo prima dell'antèsi) per deflessione dei pedicelli fruttiferi allungantisi o no.

C - Pedicelli fruttiferi *al massimo uguali* al tubo del calice, non allungati, ma reflessi tutti in basso. *Calice, ovario* e *legume pelosi:* quest'ultimo ordinariamente monospermo. Caule e peduncoli pelosi: foglioline pelose di sotto e sulla nervatura principale: nervature secondarie bi-triforcate rilevatissime in prossimità del margine.

T. montanum *L.*
(cum **T. Balbisiano** *Sèr.* et **rupestre** *Ten.*).

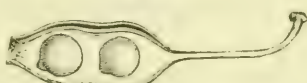
CC - Pedicelli fruttiferi *più lunghi del tubo* del calice. Capolini fruttiferi sempre ed *evidentemente ombrelliformi.*

D - Cauli *repenti, stoloniferi,* calice (denti compresi) *uguale alla metà della corolla* (circa). Legume ordinariamente tri-quadrispermo: stilo di solito *mediano* (1). Bratteole per lo più *lanceolato-acute* uninervie, intere. Foglioline con *macchia lunulare biancastra* sulla pagina superiore. Stipole

(1) Lo *stilo* dicesi *mediano* quando sembra continuare l'asse mediano longitudinale del legume; *laterale,* quando continua una delle suture. Questo carattere è ben lungi dall'essere costante).

laterale

Trifolium Thalii Vill.

mediano

Trifolium pallescens Schreb.

scariose guainanti fin sotto le code più o meno bruscamente *lesiniformi;* nervature spesso tinte in *violaceo scuro.*

T. repens *L.*

* Pianta più piccola in tutte le sue parti, stoloni abbreviati, talora sublegnosi, sempre radicanti; foglioline spesso obcordate, internodii ravvicinati.

β **minus** *Nob.* = **T. Biasolettianum** *Steud. Hochst.*

?? Pianta nana, senza stoloni radicanti; bratteole (anche nello stesso capolino) irregolarmente trapeziformi, denticulate all'apice, e talora oscuramente binervate ed anche uninervie, lanceolate acute: corolla lunga il triplo del calice. Facies del **T. pallescens.

γ = **T. repens.** β ***Orphanideum*** *Boiss.* (V. critica).

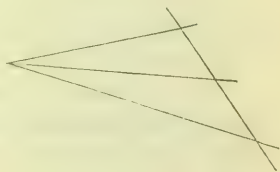
*** Cespitosa, stoloni radicanti nulli, rami affastellati, abbreviati, grossi; capolini numerosissimi. Facies del **Trif. elegans** *Savi.*

δ ***pseudo-elegans*** *Nob.* = ***T. macrorrhizum*** *Boiss.*

NB. Vedi anche alla lettera *BB* la varietà β. ***pseudo-repens*** del **T. Thalii.**

DD - Cauli *non repenti* nè stoloniferi, tutt' al più *sdraiati.*

E - Calice coi due denti superiori *non concrescenti alla base*, *larghi e lunghi quanto* gli altri tre: fauce del calice *tagliata a spese del labbro superiore* (Fig. 1ª); denti del calice *uguali* o *più lunghi del tubo.*

Fig. 1ª.

F - Calice *verdastro* anche nel secco, con tubo *brevissimo*: denti sottilissimi, subulati, lunghi il *triplo del tubo:* pedicelli *filiformi*, tenuissimi, i *fruttiferi allungatissimi*, da 6 a 10 volte il tubo del calice, e ricurvi in basso. Ovario *pubescente*, pianta *annua.*

T. Michelianum *Savi.*

FF - Calice *biancastro* spiccante sulla corolla rosso-mattone o brunastra (in secco), coi denti lunghi il *doppio* o *poco*

più del tubo, triangolari alla base ed acuminati. Pedicelli *fruttiferi non filiformi*, lunghi al più *quattro o cinque volte il tubo* del calice, pianta *perenne*.

T. elegans *Savi* cum **T. hybrido** *L.*

EE - Calice coi due denti superiori *più larghi degli altri alla base* e quivi alquanto *concrescenti:* fauce del calice tagliata a spese del *labbro inferiore* (Fig. 2ª); denti del calice ordinariamente *più brevi* del tubo.

Fig. 2ª.

G - Calice con tubo *lunghissimo* in confronto ai denti; corolla lunga il *doppio del calice* od *un po' meno* (denti compresi). Pedicello *grosso*, gradatamente *continuato* nella base del calice, dalla quale è *poco distinto*. Pianta siciliana.

T. Bivonae *Guss.*

GG - Calice con tubo *breve* in confronto ai denti; tubo al più *uguale* ai due denti superiori. Corolla lunga *più del doppio* ed anche il *triplo* del calice (denti compresi). *Pedicelli sottili* ben *distinti dalla base del calice* (calice umbilicato).

H - Legume *strozzato* tra un seme e l'altro, fiori biancastri o suffusi di roseo, foglioline *argutamente denticulate*, caule *fistoloso*, debole; stipole presto *scariose*, bratteole ordinariamente lanceolate, larghe, scariose, uninervie; calice scolorato, biancastro; pianta *annua* (abita ordinariamente i terreni argillosi del piano e del colle).

T. nigrescens *Viv.*

Varietà del T. Nigrescens *Viv.*

FORME BENE EVOLUTE		FORME DEPAUPERATE	
a. *oligosperma*	b. *polysperma*	a. *oligosperma*	b. *polysperma*
β. ***Meneghinianum*** *Nob.* = **T. Meneghinianum** *Clem.*	γ. ***polyanthemum*** *Lojac.* = **T. nigrescens** var. ***polyanthemum.*** *Ten.*	δ. ***Petrisavi*** *Nob.* = **T. Petrisavi** *Clem.* = **T. hygrophylum** *Boiss.*	ε. ***roseum*** *Nob.* = **T. nigrescens** β. ***roseum gracile.*** *Tin.* = **T. Molineri** *Colla* (non *Balbis.*)

IIH - Legume *non strozzato* tra un seme e l'altro; fiori bianco-giallastri o bianco-rosei, o rosso-vinosi (**T. arvernense** *Lamotte*): foglioline non *argutamente denticulate*, caule *pieno*, cespitoso, con radice fittonosa, grossa, *perenne*. (Pianta alpina).

T. glareosum *Schleich.* = **T. arvernense** *Lamotte* = **T. pallescens** *Schreb* = ***T. orphanideum*** *Boiss.*? (V. critica p. 428).

ANALISI CRITICA DELLE SINGOLE SPECIE.

Trifolium Michelianum *Savi.*

(Obs., p. 93, 1810 et omnium fere Auctorum, excluso synonymo **Amoria Micheliana** *Presl*, *Symb. bot.*, 47).

Amoria macropoda *Presl* (*Symb. bot.*, p. 51, tav. 31).

T. macropodum *Guss.* (*Syn. fl. sic.*, II, p. 338, et *Suppl.* 2. p. 234, exclusis speciminibus exsiccatis ad diversos, excluso **T. macropodone** *Bert. Fl. it.*, VIII, p. 116 et Auctorum posteriorum).

Osservazioni. — Il **T. Balansae** *Boiss.*, che noi abbiamo esaminato sugli esemplari dell'erbario di *Boissier*, non può essere considerato che come una semplice variazione del **T. Michelianum** *Savi.*

Il **T. Balansae** ha qualche volta le foglioline obovato-ellittiche, non smarginate; i denti del calice un po' più brevi di quelli del **T. Michelianum**, il legume con tre semi invece di due. e coi margini placentiferi tuberculato-denticolati: tutti caratteri assai labili. e talora reperibili anche nel **T. Michelianum** autentico.

Il **T. angulatum** *W. et K.*, non cresce in Italia. ma s'avvicina di molto al **T. Michelianum** *Savi*, quantunque ne sia ben distinto, e si può benissimo considerare come una forma intermedia tra il **T. Michelianum** *Savi* e il **T. elegans** *Savi*. Ha fiori più piccoli del **Michelianum**: il calice con 5 nervi. i denti lunghi quanto o poco più del tubo; i filamenti non dilatati all'apice; legumi spesso tetraspermi.

Per il portamento e per la grandezza dei capolini e dei fiori tiene più del **T. elegans** *Savi*, di cui ha anche i peli interdentali del calice; non è per altro come quello **perenne**. ma annuo.

Il T. **angulatum** fu già riferito al T. **nigrescens** da *Tenore* (Fl. Nap., 5 et in litt.), al T. **macropodum** da *Gussone* (Fl. Sic. Prodr., II, pag. 513) e a torto, come si vedrà più avanti: questa confusione forse provenne dalla mancanza di buoni esemplari di confronto.

Letteratura e critica. — Questa specie, come il T. **nigrescens**, il T. **hybridum**, ecc., ha dato luogo ad una sinonimia intricatissima, originata dalle difficoltà degli scambi di esemplari, e molto più probabilmente dalla poca diligenza con cui gli autori (*Savi* in specie) (1) curavano l'esattezza degli esemplari che reciprocamente si spedivano.

Savi (Observat. in Trif. spec., 1810, pag. 93 e seg.) stabilisce e descrive questa specie, e dice con ragione che la fig. 2 e 5 della tav. 25 del Micheli devono riferirsi ad essa, e non al T. **hybridum** come fecero Linné ed altri botanici.

Il *Presl* (Simbolae, 1832), a pag. 47, come si vedrà anche per il T. **nigrescens**, fa la sua **Amoria Micheliana** = T. **nigrescens** *Viv.* = T. **Michelianum** *Savi* (*e specim. a Savio missis in herb. Willd. et herb. generali Berol.*); e il prof. *Ascherson*, da noi pregato, ha verificato che nell'erbario *Willdenow* nel foglio corrispondente all'**Amoria Micheliana** *Presl* stanno insieme tanto il vero T. **Michelianum** *Savi* quanto il T. **nigrescens** *Viv.* È dunque presumibile che, anche nell'invio che *Savi* fece a Berlino, gli esemplari fossero confusi, e non ben specificati, o abbia avuto luogo uno scambio di etichette.

Comunque sia, dappoichè *Presl* aveva fatto una cosa sola del T. **Michelianum** *Savi* col T. **nigrescens** *Viv.* e colla **Amoria Micheliana**, non restavagli che a descrivere il vero T. **Michelianum** come una specie affatto nuova; ciò che egli fece, chiamandola **Amoria macropoda** (a p. 51), ed ha esattamente disegnato nella tavola XXXI. Di qui una prima e grave confusione di nomenclatura e di citazioni inesatte per parte degli autori posteriori.

Il *Gussone* nella Florae Siculae Prodromus (1828, II, p. 513) dice d'aver trovato presso Calatafimi il T. **angulatum** *W. et K.*, ma appone alle sue citazioni un **?** Quindi nel *Suppl. Fl. Sic. Prodr.* (p. 234 1832) si corregge: esclude il T. **angulatum**

---

1 Nell'erbario generale Torinese e negli erbari speciali di *Biroli*, *Colla*, *Moris* e *Balbis*, esistono esemplari di **T. leucanthum** *M B.* spediti dal Savi sotto il nome di **T. obscurum!**

W. et *K.*, e ammette che la sua pianta è identica all'**Amoria macropoda** *Presl*, facendone alla sua volta un **T. macropodum.** In seguito nella *Synops. Fl. siculae* (II, pag. 338 1843) descrive il **Trifolium macropodon** suo, ma con un **?**, citando prima il **T. angulatum** *W.* et *K.*, dal quale però vuol differenziarlo; poi come sinonimo cita con un **?**. l'**Amoria macropoda** *Presl* colla sua tavola. Per noi è certo che il *Gussone* aveva sott'occhio il vero **T. Michelianum** *Savi*, poichè le differenze che egli dà tra il suo ed il **T. angulatum** *W.* et *K.* corrispondono precisamente a quelle da noi osservate sopra esemplari autentici. Ma intanto la confusione era aumentata, poichè *Gussone* faceva eguale il suo **T. macropodon**, all'**Amoria macropoda** di *Presl.* che è uguale al vero **T. Michelianum** *Savi*: mentre *Presl.* come vedemmo, aveva stabilito come sinonimi la sua **Amoria Micheliana**, col **T. nigrescens** *Viv.*

A porre il colmo del disordine (e non si capisce veramente come avvenne) il *Gussone* ha distribuito degli esemplari rachitici e depauperati di **T. nigrescens** *Viv.* sotto il nome di **T. macropodon**; e noi ne abbiamo veduti gli esemplari autentici colle etichette di sua mano negli erbari di *Bertoloni*, di *Firenze* e di *Cesati!!!!*

Ora per noi è evidente invece che il **T. Michelianum** *Savi*, l'**Amoria macropoda** *Presl* e il **T. macropodon** *Guss.* sono la stessa ed unica specie; che il **T. nigrescens** *Viv.*, il **T. hybridum** *Savi* e l'**Amoria Micheliana** *Presl* sono pure la stessa ed unica specie.

Della stessa opinione furono *Grenier* e *Godron* (Fl. Fr., I, p. 419-20, sub **T. Micheliano** et **nigrescente**) *Willkomm et Lange* (Prodr. Fl. Hisp., III, pag. 355-356, sub **T. Micheliano** et **nigrescente**).

Il *Moris* (Fl. Sard., I, p. 498, 1837) nelle osservazioni in calce alla descrizione, dice che il **T. Michelianum** *Savi* di Sardegna è fistoloso, ma per il resto è eguale al **T. macropodon** *Guss.* Aggiunge che il **T. hybridum** *All.* (Fl Pedem., I, pag. 302) (1) differisce dal **T. Michelianum** *Sav.* soltanto per avere i *legumi glabri!* Noi abbiamo esaminati gli esemplari autentici di *Allioni* da lui segnati **T. hybridum**, e abbiamo riconosciuto in essi il **T. elegans** *Savi* (**elegans-hybridum** *Nobis*)!! Ne verrebbe dunque di conseguenza che per *Moris* sarebbero sinonimi **T. Michelianum** *Savi* con **T. hybridum** (Auctor)!!!! (2).

---

(1) L'Allioni cita la tav. 77 delle *Icones Taur.*, Tom. XIV, fig. 2, la quale rappresenta un vero **T. elegans** *Savi*.

(2) Come è mai possibile che il **T. hybridum** *All.* sia eguale al **T. Michelianum** *Savi*, dacchè quest'ultima specie non fu mai trovata in Piemonte?

Tralasciamo di tener conto delle citazioni delle figure del *Vaillant* e del *Micheli*, perchè come si vedrà anche per il **T. nigrescens** *Viv.* non si arriva a nulla di preciso.

Bertoloni (Fl. ital., VIII, p. 115, 1850), sotto **T. Michelianum** *Savi* cita come sinonimo **Amoria Micheliana** *Presl*: e qui s'inganna a partito, perchè, come si è detto ripetutamente l'**Amoria Micheliana** di *Presl.* è sinonimo di **T. nigrescens** *Viv.* Identico errore fa il *Lojacono* nel *Tent. Mon. Trif. Sic.*, a pag. 99, copiando la esatta sinonimia Bertoloniana.

Bertoloni descrive poi un **T. macropodon** *Guss.* ipotetico. Noi abbiamo esaminato gli esemplari distribuiti da *Gussone* a *Bertoloni* stesso, a *Parlatore*, ed a *Cesati*, e vi abbiamo riconosciuto il **T. nigrescens** *Viv.* Ora la frase Bertoloniana del suo **T. macropodon** pare riferirsi in parte al **T. Michelianum** ed in parte al **T. nigrescens**.

Nymann (Conspect. Fl. europ., p. 178) dà il **T. macropodon** *Guss.* erroneamente come sottospecie del **T. Michelianum** *Savi*. mentre devono essere considerati come sinonimi.

L'*Arcangeli* ammette il **T. macropodon** *Guss.* come diverso dal **T. Michelianum** *Savi.* e ripete la descrizione e le località di *Gussone*. Gli Autori del Compendio della Fl. ital., p. 714, sospettano nel **T. macropodon** *Guss.* una varietà del **T. Michelianum** *Savi.* Il *Ianka* (Trifolieae et Loteae europ.) esclude assolutamente il **T. macropodon** *Guss.*

Il *Lojacono* (Tentam. Monog. Trifol., 1878) esclude dal **T. Michelianum** la sinonimia di **T. macropodon** *Guss.*, ed ha torto, se del *Gussone* tien conto della frase e descrizione (*Syn. Fl. Sic.*, II, p. 338). Avrebbe ragione invece se avesse osservato gli esemplari distribuiti sotto questo nome da *Gussone* stesso, come abbiamo sopra detto. Nella Clavis spec. Trifol. (Nuovo giornale bot., 1883, p. 238), mantiene a torto la distinzione specifica tra il **Michelianum** ed il **Balansae**.

Riassumendo, la sinonimia del **T. Michelianum** *Savi* va ridotta come segue: **Amoria macropoda** *Presl* = **T. macropodon** *Guss.*, (*Synops. Fl. Sic.*, II, p. 338), *exclusis speciminibus exsiccatis ad diversos*, *excluso* **T. macropodone** *Bert.* (*Fl. it.*, VIII, p. 116) *et auctorum posteriorum.*

Habitat

Pisa	*Savi.*	Sardegna Centrale	*Moris.*
Castagnolo (Pisa)	*Caruel.*	Selva Pisana, prati	*Caldesi.*
Campaldino (Pisa).......	*Parlatore.*	Cascine di Pisa. .	*Marcucci.*
Campania (Pantano di Minturno)......	*Terracciano.*	Prati di Castagnolo.......	*Cesati.*
Macomer (Sardegna)........	*Moris.*	Valli di Sermide (Mantovano). .	*Ferrari.*

Distribuzione geografica.

Italia boreale e media, Spagna centrale, Francia occid. Corsica, Sardegna.

Trifolium elegans *Savi*,
(Obs. in Trif., p. 92).

T. **hybridum** *Auct.* (*excl. Savio et excluso synonymo* T. **Michelianum** *Tommas.*, Pl. Sicc. in *Bertoloni*, Fl. it. VIII, p. 110, *quod est* T. **Meneghinianum** *Clem*).

T. **Vaillantii** *Sibth. Sm.* (non *Loisl.*).

T. **formosum** *Savi* (Obs., p. 102, non *d'Urv.*).

Varietà. — Noi abbiamo cercato, per quanto ci fu possibile, di distinguere specificamente il T. **elegans** *Savi* dal T. **hybridum** *Koch.* e dei tedeschi (esclusi *Savi*, *Seringe*, ecc.), e non abbiamo potuto riscontrare tra essi altre differenze fuori di quella indicata per bene dal *Koch* stesso; cioè, che nel T. **hybridum** i cauli sono *fistolosi* e *molli*, nel T. **elegans** solidi. Ma non possiamo dare alcun valore al numero delle vene o dei denti (20 nell'**hybridum**, 40 nell'**elegans** secondo *Koch*). Potremmo aggiungere che nel T. **hybridum** i nervi interdentali del calice, dapprima obsoleti, sono evidenti più tardi, però più sottili dei dentali, ma ciò non è per nulla costante, e può riscontrarsi anche nel T. **elegans** tipico. Del resto il *Bertoloni* (*Fl. ital.*, VIII, p. 111) e il *Boissier* (Fl. or., II, p. 146) hanno già riunite, ed a ragione, in una sola le due forme. In Piemonte s'incontrano di frequente nei luoghi

ombreggiati e umidi delle forme di T. **elegans** *Savi*, specie comunissima allo stato tipico, con tutte le parti erbacee esuberanti, coi cauli flaccidi fistolosi, le foglie a lembo ampliato, le corolle palliducce, che si possono identificare cogli esemplari di T. **hybridum** tipico dell'Europa centrale.

Altrettanto possiamo dire di alcuni esemplari dell'erbario di Firenze raccolti nelle località di Boscolungo, Vallombrosa, della valle d'Asciano, dei Colli Euganei, ecc.

Se poi vogliamo tener conto di una nota del sig. Ad. Andrè inserita nei Berichte der Deutschen botan. Gesellschaft (Bd. II, Heft 10, 1885) noi dovremmo credere che l'identità delle due specie sia dimostrata sperimentalmente. Il sig. *Andrè* dice di aver veduto un campo seminato con T. **hybridum** dopo una primavera arsiccia tutto coperto di T. **elegans** tipico in pieno fiore; poi, dopo la falciatura, in seguito a pioggie abbondanti, lo stesso trifoglio riassumere i caratteri del T. **hybridum** vero. In conclusione questa ultima forma non rappresenta per noi che il T. **elegans** *Savi* delle località umide, ed è predominante in Germania, mentre in Italia prevale l'**elegans** tipico.

Letteratura e critica. — Noi non entreremo più in ulteriori disquisizioni per verificare precisamente quale specie abbia designato *Linné* col suo T. **hybridum**, perchè, d'accordo con *Caruel* (Prodr. Fl. Tosc., p. 172), riteniamo potervisi comprendere tre specie cioè, **nigrescens**, **Michelianum**, **hybridum** della Fl. suecica, quantunque il *Koch* asserisca con sicurezza, quest'ultimo corrispondere esattamente al suo T. **hybridum** (Syn. Fl. germ., I, p. 193).

Lo *Schreber* (in Sturm Deutsch. Flora, 15, Heft.) ci dà una buona figura del T. **hybridum** dell'Europa centrale e nordica, in modo da escludere le altre due specie sospettate nella frase Linneana.

Il *Savi* (Obs in Trif., p. 93) sospetta anche lui che il T. **hybridum** *Roth.* (*Fl. germ.*, I. II, p. 198) non sia altro che il T. **elegans** suo. Ma il *Savi*, come vedemmo, ha poi avuto il torto di descrivere col nome di T. **hybridum** *L*, il T. **nigrescens** *Viv.*

Il *Seringe* (in DC. Prodr., II, p. 200-201), nella critica al T. **nigrescens** *Viv.*, dopo di aver definito il T. **nigrescens** *Viv.*, (pag. 199) dà la frase del T. **hybridum** *Savi!* e cita come sinonimi la fig. di *Schreber* sopradetta, il T. **polyanthemum** *Tenore* (ex herb. Balbis) da noi esaminato nell'erbario torinese, e che è

un T. **nigrescens** tipico (sull'etichetta è scritto da Seringe: *visa sicca comm. Cl. Savi!!*) (1).

Poi sotto il T. **elegans** *Savi*, cita come sinonimo il T. **formosum** *Savi*, *ex ipso auctore*.

Il *Savi* (Obs. in Trif., p. 102) ci dà un T. **formosum** ricevuto da *Persoon* sotto la denominazione di T. **recurvum**, che egli (*Savi*) trova assai, e con ragione, differente dal T. **recurvum** descritto da *Persoon* (2) (*Synops.*, II, p. 352). Il *Savi* poi si corresse e di questo suo T. **formosum** fece una semplice varietà del suo **elegans**.

Il *Bertoloni* (Fl. ital., VIII, p. 112), ci dà la storia di questo T. **formosum** di *Savi*. Egli dice d'aver ricevuto da *Schleicher* due esemplari di T. **recurvum** *Kit.*, dei quali uno coll'etichetta di *Schleicher* mandò a *Savi*, col quale *Savi* fece poi il T. **formosum** (3).

Bertoloni fa finalmente avvertire che questo T. **recurvum** non è certamente quello di *Waldst.* e *Kit.*, bensì un T. **hybridum** e quindi una forma del T. **elegans** *Savi*, come del resto dice anche di un T. **hybridum** ricevuto da *Roemer* e raccolto ad Upsala.

Il *Boissier* (Fl. or., II, p. 146) fa del T. **elegans** *Savi* una varietà β del T. **hybridum** *L.*, e vi aggiunge anzi una varietà γ col suo T. **anatolicum**.

Anche il *Reichenbach* (Icon., p. 79, Tab. 116 e 117), accetta la nomenclatura di *Boissier* e fa del T. **elegans** *Savi* una varietà *b* del T. **hybridum** *L.*

L'*Arcangeli* (Comp. Fl. ital., p. 174) mantiene le differenze specifiche tra l'**hybridum** *L.* e l'**elegans** *Savi* adottate dal *Koch*.

Lojacono (Clav. spec. Trif., Nuovo giorn. bot., 1883, p. 244) mantiene distinte le due specie, ignote in Sicilia.

---

(1) Vedi a questo proposito quanto si dirà nella critica del **T. nigrescens** *Viv.*

(2) Esiste un altro **T. recurvum** *W.* et *K.* che è identico al **T. vesiculosum** *Savi*.

(3) Noi ci siamo assicurati coll'ispezione degli esemplari dell'Erb. Pisano che realmente il **T. formosum** *Savi* è il vero **T. hybridum** *Koch* et *German*.

HABITAT

Alpi di Tenda. .	*Reuter.*
Casale	*Negri.*
Vercelli	*Cesati.*
Liguria.	*Cesati.*
Confienza (Lomellina)	*Cesati.*
Mombaruzzo (Casal Monferrato)	*Delponte.*
Alba	*Dott.Bertero.*
Milano (Zelata) .	*Cerruti.*
Pavia (contorni e colli).	*Rigo.*
Pino Torinese. . .	*Belli.*
Colli Torinesi. . .	*Defilippi.*
Bolzano	*Ambrosi.*
Collecchio (presso Parma)	*Sub. T. hybrido L.* *Passerini.*
Udine	*Pirona.*
Eremo (Colli Torinesi)	*Defilippi.*
Friuli (presso Cassoretto) . .	*Ball.*
Colli Euganei . .	*Porta.*
Tabiano	*Cesati*
Mantova.	*Barbieri.*
Appenn. Modenese (Pian dei Lagotti).	*Calandrini.*
Pontremoli.	*Parlatore.*
Bagni di Lucca. .	*Parlatore.*
S. Martino in Vignale	*Puccinelli.*
Valle d'Asciano .	*Parlatore.*
Pisa (prati)	*Parlatore.*
Fiumalbo)	*Parlatore.*
Boscolungo	*Parlatore.*
Appennino Pistoiese	*P. Savi.*
Mugello (Firenze)	*G. Savi.*
Scarperia	*Parlatore.*
Monte Senario .	*Parlatore.*
Firenze	*Bivona.*
Vallombrosa . . .	*Caruel.*
Pratovecchio . . .	*Parlatore.*

Distribuzione Geografica.

Svezia, Norvegia australe, Danimarca, Germania, Francia centrale, Svizzera, Austria, Croazia, Serbia, Bosnia, Ungheria, Polonia, Transilvania, Tracia, Russia del sud e media — manca in Ispagna e Portogallo.

Abita la regione collina e la pianura e si adatta benissimo alla coltivazione; è raro nella regione alpina elevata.

Trifolium Bivonae *Guss.*

(Prodr. Fl. Sic. II, p. 512. — Synops. II, p. 338).

Amoria calycina *Presl* (Symb. bot. I, p. 43, tab. 30).

T. elegans *Biv.* (Bern. Pl. sicc. apud *Gussone*, non *Savi*).

Osservazioni. — Il **T. Bivonae** *Guss.* ha il calice rassomigliante a quello del **T. Thalii**, e se ne distingue per essere più lungo e più tubuloso. Ha molte affinità colle parti vegetative del **T. pallescens**, e ne ha un poco il portamento. — I capolini in fiore e in frutto, la lunghezza dei pedicelli, rammentano molto quelli dei **T. repens**, dal quale si distingue, oltre che per non essere repente, per avere il pedicello transeunte gradatamente nella base ristrettissima del calice, mentre nel **T. repens** *L.* si innesta come in un ombilico della base abbastanza larga del calice. Con queste tre specie il **T. Bivonae** ha comune il carattere del piano delle fauci tagliato a spese del labbro inferiore. Esclusivo invece del **T. Bivonae** il carattere del seme *oblungo* a fagiolo.

Il **T. Bivonae**, secco e ben preparato, ha la fisionomia dei capolini, massime se fruttiferi, molto rassomigliante a quella del **T. elegans**, cioè i calici di color chiaro formano come un'aureola interna bianca spiccata assai sull'aureola esterna rosso-fulva formata dalle corolle. Per tutti questi caratteri il **T. Bivonae**, indigeno esclusivamente della Sicilia, potrebbe considerarsi come il rappresentante in quest'isola delle specie **T. Thalii** e **T. pallescens** predominanti nell'Alta Italia e nelle regioni montane. Aggiungiamo a p. 440 e 441 un quadretto differenziale tra il **T. Bivonae, repens, Thalii, pallescens.**

Letteratura e critica. — *Gussone* (Prodr. fl. sic. 2, p. 512, e Synops. 2, p. 338) fa osservare che l'abito della pianta è talmente simile a quello del **T. Cupani** *Tin.*, da poternelo *difficilmente distinguere prima della fioritura.* Ora, se si può essere autorizzati ad ammettere una certa rassomiglianza nelle parti vegetative delle due piante in questione, egli è certo che la più superficiale osservazione fa riconoscere negli organi fiorali di esse una differenza grandissima di struttura.

Presl. (Symb. bot., pag. 43) vuole distinta questa specie dagli affini **T. hybridum** e **T. elegans**, ecc., sopratutto per le foglioline che egli dice: *petiolulatis*, *firmioribus*, *elevato-venosis*: pel calice *tubuloso*, *et ovario et legumine monospermo.*

A noi pare che il carattere delle foglioline picciolulate, comune ad altre **Amorie**, serva poco come carattere differenziale. Quanto all'essere più sode non potemmo ciò constatare sul vivo; ma sul secco non ci pare esatto: *elevato-venose* sono pure le foglioline del **T. pallescens** e del **T. elegans**. I veri caratteri specifici stanno nella lunghezza del tubo calicinale, e nella *forma del seme.*

La figura del *Presl* è abbastanza fedele. Nella frase dice giustamente che i pedicelli *uguagliano in frutto il calice* in lunghezza, e nella descrizione fa rilevare la variabilità delle foglioline.

Lojacono (Tent. monog. Trif. sic., p. 103), assimila i capolini del **T. Bivonae** a quelli del **T. repens** per la loro grandezza e forma « *demum-umbellatis, majusculis* » e con molta maggior ragione di coloro che lo vogliono vicino al **T. elegans** *Savi* (V. osservazioni pag. 426).

Arcangeli (Comp., p. 175) non parla del capolino fruttifero umbellato; dice che i capolini sono globosi, ed i pedicelli lunghi la metà del calice. Ripetiamo che nel frutto i pedicelli interni sono talora più lunghi del tubo, ordinariamente eguali ad esso o quasi, ed i capolini ombrelliformi.

Cesati-Passerini-Gibelli (Comp. fl. ital., pag. 716) come l'Arcangeli danno nella dicotomia: KK *pedicelli tutti non superanti la metà del calice; brattee assai brevi* ecc. Questa dicotomia serve pei soli fiori, non pei pedicelli fruttiferi, *ut supra*.

HABITAT

Piana dei Greci .	*Todaro.*	Monti della Piana dei Greci	*Tineo.*
Ficuzza (Sicilia) .	*Bivona.*	Termini (Sicilia) .	*Parlatore.*
Id. id. .	*Huet du Pav.*	Castelbuono (Sicilia)	*Minà.*
Id. id. .	*Parlatore.*	Segesta e Calatafimi	*Gussone.*
M^te^ Marta (Gurgo di Rebuttone-Sicilia)	*Heldreich.*		
Palermo	*Meli.*		

Distribuzione geografica.

Esclusivo della Sicilia. ove rappresenta il gruppo dei *T. Thalii-pallescens* del continente.

Trifolium repens (*L.*).

β **minus** *Nob.* In herb. Florent. et herb. D. *Levieri* et *Burnatii* sub **T. Biasolettiano** *Steud.* et *Hochst.*

T. prostratum *Biasol.*

T. **Biasolettianum** *Steud.* et *Hochst.*

T. β *alpestre Guss.* (*Pl. rar. Samn. et Apr.* 1826, pag. 307).

T. **glareosum** *Schleich.* (In herb. Cesatiano Biarritz Unio itiner. 1831, exsicc. non alio).

??γ. T. **repens.** β **orphanideum** *Boiss.* (Fl. or. 2, pag. 145).

δ. **pseudo elegans** *Nob.*

T. **repens** γ **macrorrhizum** *Boiss.* Fl. or. l. c.).

T. **elegans** in herb. *Cesati* exsicc. (non *Savi*).

Varietà, osservazioni, letteratura e critica. — Il T. **repens**, stando alle forme che noi potemmo studiare in numerose collezioni, presenta, oltre al tipico modo di vegetare, due forme che ci parvero degne di nota, e vengono rappresentate dalle due varietà Boissieriane T. **repens** β. **orphanideum** e γ. **macrorrhizum**.

Queste forme però ci interessano in tutt'altro senso da quello inteso dal *Boissier*, il quale fece queste due varietà tenendo conto di caratteri insignificanti, e non sempre riconoscibili anche in taluni de' suoi esemplari.

Per noi invece il T. **orphanideum** potrebbe rappresentare un T. **repens** ridottissimo, in cui spessissimo il carattere della repenza scompare, la corolla si allunga un poco in confronto al tubo calicinale, le bratteole inferiori si fanno trapezoidi irregolari, bicuspidate: lo stesso calice, preso isolatamente, è più breve che nel tipico T. **repens**; e allora necessariamente questa forma riesce quasi indistinguibile dal T. **pallescens** *Schreb.*, quando abbia perduta la repenza. Quando invece la repenza persista ancora, potremmo considerare questa forma tanto come un vero T. **Biasolettianum**, come vuole *Janka*, quanto come un T. **pallescens** **pseudo-repens**. Noi perciò non abbiamo il coraggio di elevarla a dignità di specie. Certo è che in seguito alle numerosissime e reiterate nostre analisi, seguìte da pentimenti ripetuti, ci crediamo autorizzati a concludere, che realmente in certe regioni elevate le due specie di T. **repens** e di T. **pallescens** si trovano associate con forme gradatamente transeunti le une nelle altre, e si possono considerare derivanti geneticamente da uno stipite comune.

Il carattere della forma della bratteola, già per se stesso molto oscillante, salvo nei tipi ben definiti, diviene, come si

disse, insufficiente; poichè si vedono le bratteole esterne (infer.) differenti per forma dalle interne (super.), *nello stesso capolino*: quelle, sono trapezoidi irregolari, talora bicuspidate, binervie, queste lanceolate uninervie. A nulla servono i caratteri artificiali, che si dànno generalmente nelle descrizioni, riguardanti le stipole, molto affini per forma e struttura in queste due forme; insufficientissimo il carattere della posizione dello stilo nel legume, che altri autori (v. *Cosson* pl. crit. ou rar. de Fr. 1, p. 5, 1848) credettero poter utilizzare a scopo sistematico, nella sezione **Amoria**

Noi vedremo (salvo nel **T. nigrescens et isthmocarpum**) variare questo carattere in tutte le **Amorie**. Nelle forme depauperate, dove il legume è quasi sempre monospermo, lo stilo è terminale, ma è terminale anche talora in legumi sviluppatissimi, polispermi, i quali di solito portano stili laterali (**T. pallescens, T Thalii**). In modo molto generale potemmo constatare che nel **T. repens** l'abituale posizione dello stilo è la *mediana terminale*: nel **T. Thalii** la *laterale*: nel **T. pallescens** ora una ora l'altra; di solito però è la laterale. La posizione laterale dello stilo pare molto più costante nella Sezione **Pseudo-Amoria** Nob. (**Micranthemum** Presl).

L'altra forma *γ* **macrorrhizum**, è notevole per ciò, che mentre i caratteri fiorali rimangono immutati, la repenza scompare, la pianta si fa cespitosa, addensata, con rami brevi e capolini numerosissimi, rammentando così il vegetare del **T. elegans** *Savi*. Per questa varietà noi proponiamo il nome ***Pseudo-elegans***.

Nell' erbario del compianto professore *Cesati* si trovano alcuni saggi identici al *T. γ* **macrorrhizum** dell'erbario Boissier, che l'illustre botanico credette altrettanti **T. elegans** *Savi*, mentre appartengono al **T. repens**. Rammentiamo qui per altro che, dando questo nome alla varietà Boisseriana in luogo del nome **macrorrhizum**, noi intendiamo ravvicinare il **T. repens** al **T. elegans** solo pel fatto dell'apparenza esteriore (*facies*), mentre abbiamo già detto che, sopratutto pei caratteri della struttura calicinale, queste due specie sono sempre ed evidentemente distinte.

Aggiungiamo ancora che il nome di **macrorrhizum** adottato dal *Boissier* per questa forma, a significare la grossezza e legnosità della radice, non pare troppo appropriato, avvegnachè non sempre la radice sia grossa e legnosa negli stessi esemplari Boissieriani. Nel dare quindi alla pianta di Boissier il nome di

Pseudo-elegans, noi abbiamo avuto per scopo di togliere ogni malinteso, che dalla significazione del nome stesso potesse derivarne alla classificazione pratica; non di introdurre innovazioni.

Quanto al **T. Biasolettianum** *Steud.*. *Hochst.*, quale noi l'osservammo negli erbarii del Dott. *Levier* di Firenze, dei sig[ri]. *Burnat*, *Boissier*, ecc., si può dire che all'infuori della diminuzione di tutti i diametri, salvo nelle corolle, esso altro non è che un **T. repens**. Noi abbiamo adottato per questa (che meglio che varietà dovrebbe dirsi *variazione*) il nome di ***minus***, sempre nell'intento di togliere confusioni, ed anche perchè questa parola dice che, all'infuori del minor sviluppo, questa pianta non differisce dal tipo.

Nella flora italiana di *Bertoloni* (Vol. VIII, pag. 107), il **T. Biasolettianum** è sinonimo di β ***pusillum*** *Bert.* Ora noi negli erbarii trovammo sovente dei **T. repens** β ***pusillum*** *Bert*, che rappresentavano altre specie (**T. Thalii**), ed è anche perciò che sostituimmo il nome di ***minus*** a quello di **T. Biasolettianum**. A questa forma appartiene senza contestazione la pianta che col nome di **T. glareosum** *Schleich* (Unio itin. 1831, Biarritz, *non alior.*) abbiamo vista nell'erbario *Cesati*.

La sterminata variazione delle foglie nel **T. repens** è cosa che cade tosto sott'occhio a chi possa disporre di un certo numero di esemplari tolti da località diverse per suolo, esposizione e livello altimetrico. Dalla forma sub-rotonda all'oblunga od oblungo-obovata od obcordata si hanno tutte le modificazioni possibili.

Della grandezza non vale la pena discorrere; anche qui, dalle minute foglie del ***pseudo-pallescens*** a quelle delle forme coltivate o cresciute in terreno soffice e pingue, che hanno talora foglie del diametro di 37 millimetri, si possono trovare tutte le dimensioni intermedie possibili.

Non abbiamo creduto di poter accettare come varietà il **T. repens** δ ***phyllanthum*** DC. *coi denti del calice trasformati in fogliolin*e. perchè questa, piuttosto che quale varietà, va considerata come anomalia teratologica, che si riscontra anche in altri trifogli. Così pure crediamo che le altre due varietà Decandolleane β ***rubescens*** e γ ***luxurians*** degli autori debbano rientrare nel tipo.

Infine tutti gli esemplari da noi trovati negli erbarii col nome di **T. repens** γ ***glareosum*** *Gaud.* appartengono senza discus-

sione al **T. pallescens** *Schreb. Gaudin.* (Fl. Helv. IV. pag. 575) dice la sua varietà *maxime coespitosa, caulibus innumeris prostratis in orbem expansis.* Non abbiamo sott'occhio gli esemplari autentici e quindi non ci attentiamo a formulare giudizi. Osserviamo solo che anche il tipico **T. pallescens** è talvolta sdraiato, cespitoso e si dispone circolarmente rasente terra.

Riassumiamo qui i caratteri delle tre varietà da noi proposte, di **T. repens** *L.*

β. ***minus*** *Nob. — Omnibus partibus diminutis, stolonibus abbreviatis interdum sub-ligneis, evidenter radicantibus, foliolis saepe obcordatis, internodiis approximatis.*

?? γ. ***Orphanideum*** *Boiss. — Nanum, stolonibus radicantibus nullis; bracteolis (etiam in eodem capitulo) irregulariter trapeziformibus, apice denticulatis, obscure binerviis, vel lanceolatis uninerviis acutis, corolla calyce triplo longiore. Facies* **T. pallescentis.**

δ. ***pseudo-elegans*** *Nob. — Caespitosum, stolonibus radicantibus nullis, ramis dense congestis, abbreviatis, crassis, capitulis numerosissimis. Facies* **T. elegantis.**

Letteratura. — *Linneo* (Species pl. pag. 1080) nella breve frase che riguarda questa specie dice: *leguminibus tetraspermis* (1). Convien notare che questo carattere è tutt'altro che costante. Osservammo esemplari monospermi e in tal caso tutte le parti vegetative erano ridottissime (Esempl. *Boissier* β ***macrorrhizum*** e **T. repens** β ***minus*** *Nob.*).

Allioni (Flor. pedem., pag. 302, vol. I) ripete la frase Linneana. Poi in calce, sull'autorità di Haller, riporta un **T. parisiense** (quale?) al **T. repens.** Sappiamo che il **T. parisiense** è una varietà del **T. patens.** Aggiunge aver visto questa specie, in un caso, vivipara.

Savi (Obs. ad trif. sp., pag. 86) accenna alla facilità con cui varia il **T. repens** nel caule e nelle foglie, tanto in grandezza che in forma, ciò che egli fa giustamente derivare dalla

(1) La distinzione che generalmente si fa di legume dispermo nel **T. pallescens,** e quadrispermo nel **T. repens,** come carattere specifico costante, è senza valore. Esaminati numerosi esemplari dell'una e dell'altra specie, si può dedurre in modo generale che il **T. repens** è tri-quadrispermo, *raramente monospermo*, ed il **T. pallescens** bi-tri-spermo, *raramente monospermo.*

natura del suolo e dalla esposizione. Dice che si osserva talora con quattro o cinque foglioline, mentre manca tal altra la macchia lunulare bianca sulla pagina superiore. Il colore dei fiori vi è detto variabile fra il bianco ed il roseo porporino.

Gussone (Synops. 2, pag. 537) descrive il legume del T. **repens** come 2-4-spermo. La varietà *b* ***minus*** non ha caratteri che la possano distinguere dal tipo. La varietà *c* ***proliferum*** « *calyce calyculos abortivos gerente* », è una variazione che pare corrisponda al δ ***phyllanthum*** *DC.* Aggiunge che il calice ha due punti neri alla base. Questo carattere non esiste sempre. Nelle Plantae rariores Samn. et Apr., pag. 307 è data una variazione *b* ***alpestre***, la quale corrisponde al β ***minus*** *Nob.*

Tenore (Syll. Fl. neap., pag. 375) ha le due summentovate varietà di *Decandolle* *C.* ***phillanthum***, *D.* ***proliferum***; il *B.* ***rubescens***, è una variazione senza importanza.

Koch (Synops. fl. germ. et helv., p. 191, vol. 1), non accetta il T. **Biasolettianum** neppure come una varietà del tipo, poichè non se ne distacca che per diametri minori.

Il *Ianka* (Trif. Lot. Europ., p. 152) erra certamente nell'attribuire al T. **repens** corolla lunga tre volte il calice, ed all'**Orphanideum** *Boiss.* corolla lunga solo il doppio del calice. Noi abbiamo trovato quasi sempre il rovescio.

HABITAT

Monte Cenisio . . *Parlatore.*
Torino (colli) . . . *Belli.*
M[te] Stella sopra Valdieri . . . . . *Parlatore.*
Casalborgone (colli) . . . . . . *Belli.*
Intra (Lago Maggiore) . . . . . . *Belli.*
Genova (dintorni) . *Ardissone.*
Valle di Polcevera . . . . *Canepa.*
Bergamo . . . . . . *Bracht.*
Friuli . . . . *Pirona.*
Oldenico . . . . *Malinverni.*
Grumnone (all'Oglio) . . . . *Parlatore.*
Appennino Etrusco . . . . *Savi.*
Monte Fortino (Appenn. Piceno) . . . . *Marzialetto.*
Bagni di Lucca . . *Parlatore.*
Livorno Cavalleggieri . . . . *Parlatore.*
Boscolungo . . . . *Parlatore.*
Monte Senario . *Parlatore.*
Albaccina (Marche) . . . . *Bucci.*
Monte Amiata . . *G. Campani.*
Prataglia (App. Casent.) . . . . . *Parlatore.*
Roma (Colosseo) . *Fiorini.*

Napoli (Pozzuoli). *Belli.*
Cava de' Tirreni (Salerno) . . . . *Belli.*
Spirito, Carrobaro Cerasi (Reggio Calabria) . . . . *Macchiati.*
Otranto e Taranto . . . . *Levier.*
Siracusa . . . . . . *Cassia.*
Gurgo di Rebottone (Sicilia) . *Parlatore.*

Distribuzione geografica.

Tutta Europa.

Trifolium pallescens *Schreb.*

Deutschl. fl. Abth. 1, Heft. 15 = *Koch* (Syn. ed. 2, p. 192).

T. arvernense *Lamotte.* Prodr. Fl. plat. centr. Franc. 1[re] partie, p. 202.

T. glareosum *Schleich*, cat. 1821 — *Reichb.* exsicc. 1710 et 1880 — exclus. exsicc. Union. itiner. Endrefs. Mart. 1831 (Rupes marit. inter. Biarritz et St.-Jean de Lutz) in herb. *Cesati.*

OSSERVAZIONI. — Il **T. pallescens** presenta talvolta rami prostrati sdraiati, quasi repenti, e si avvicina allora ad alcune forme pusille di **T. repens**, che hanno perduta la repenza, cosicchè riesce difficile il differenziarli. In tal caso per distinguere le due specie è necessario far pro di tutte le note caratteristiche differenziali indicate nel quadretto. A queste forme procumbenti convien riportare il **T. arvernense** *Lamotte*, che noi vedemmo negli erbarii *Burnat* e *Cesati* proveniente dalle seguenti località: *Lautaret* (Hautes Alpes) alt. 2100 m., *Puy de Dôme Mont Dore* (Vallée d'Enfer). Questo **arvernense** differisce dal tipico **pallescens** per i seguenti caratteri, che noi non crediamo sufficienti a definire una varietà perchè non costanti:

Vessillo quasi ovato con unghia brevissima: cauli procumbenti simulanti repenza.

Il **T. glareosum** *Schleich* non è che un **T. pallescens** meno sviluppato, e più alpino. Altre lievi differenze potemmo riscontrare in numerosi esemplari dell'erbario *Burnat* e *Belli* le quali sono per altro di lievissimo momento. Tali sarebbero: nel **T. glareosum**:

Bratteola talora lunga quanto il *pedicello.*

Stami non dilatati sotto l'antera, ovvero l'uno sì e l'altro no.

Fiori minori in tutti i diametri.

Ali talora con macchia rosea.

Gli esemplari provenivano dalle seguenti località:

Gran S. Bernardo, leg. *Thomas* (Erb. *Cesati*).

Zermatt. (Vallese) leg. *Burnat* (Erb. *Burnat*).

Colle di St.-Théodule. Alpi Pennine. Passo del Vallese, leg. *Belli* (Erb. *Belli*).

Noi quindi, seguendo *Koch*, riuniamo questa forma al **T. pallescens** *Schreb.*

Dobbiamo finalmente avvertire che alcuni esemplari pubblicati dall'*Unio itineraria* col nome di **T. glareosum** *Schleich* e raccolti tra Biarritz e St.-Jean de Lutz « *ad rupes maritimas* » appartengono senza discussione al **T. repens** β ***minus*** *Nob.* = **T. Biasolettianum** Steud. Hochst., e che la figura di *Schreber* data nella Deutschl. fl. 32 heft. col nome di **T. caespitosum** dal complesso dei caratteri visibili sulla figura stessa e dalla descrizione deve essere riportata al **T. glareosum** *Schleich*, come pure opina il *Koch* e non il *Bertoloni*, il quale la ravvicina al **T. repens** β ***Biasolettianum***: a torto secondo noi, perchè nella figura sopratutto non si osservano gli stoloni repenti.

HABITAT

Bardonecchia . . .	*Aiuti.*	Colle St.-Théodule (Passo del Vallese)	*Belli.*
Pusteria (Tirolo austr.).	*Huter.*	Colle di Sestrières (Alpi Cozie).	*Belli.*
Bugnanco (Alpi Ossolane) . . .	*Lisa.*	Valtellina.	*Moretti.*
Cesana (Alpi Cozie)	*Lisa.*	Trentino (Bondone).	*F.lli Perini.*
Valdieri (Alpi maritt.)	*Lisa.*	Tirolo centrale (Valle Selrain).	*Kerner.*
Tirolo italiano. .	*Dott. Lagger.*	Gran S.Bernardo.	*Parlatore.*
Rocciamelone . . .	*Lisa.*	Moncenisio	*Arcangeli.*
Ollen sopra Alagna (Valsesia)	*Lisa.*	Susa (Casa d'Asti al Rocciamelone)	*Lisa.*
Gressoney la Trinité	*Lisa, Arcangeli.*	Vetta di Feltre. .	*Ambrosi.*
Valtournanche (Alpi Pennine. Gran Tournalin)	*Belli.*	Alpi di Carnia. .	*Pirona.*
		Valle Cupa (Abruzzo).	*Pedicino*

Distribuzione geografica.

Francia (Delfinato), Lombardia, Carnia, Tirolo, Carinzia, Banato, Transilvania, Bosnia, Montenegro, Macedonia.

È pianta alpina e non si spinge così in alto come il **T. Thalii** (salvo eccezioni per la forma **T. glareosum** che si spinge più in su del tipo).

Trifolium Thalii *Vill.*

Dauph. (1786) 1, pag. 289 e III, pag. 478. — Grenier et Godron. Fl. de Fr. I, pag. 418.

T. caespitosum *Reyn* (1788) in Hoepf. magaz. II, p. 78, t. 1. — *Savi* Obs. pag. 89 — *De Cand.*, Prodr. II, pag. 199 — *Koch* Synops. ed. 2, pag 192 — *Bertol.* Fl. it. VIII, pag. 103 — *Willkomm et Lange.* Fl. hisp. III, pag. 355. — *Arcangeli.* Comp. Fl. it. p. 175.

β. **pseudo-repens** *Nob.* Exsicc. Monte Morrone, Monte Miletto, Majella etc. in herb. Florent. et D.[is] Levieri, etc.

Osservazioni. — *a.* Non dobbiamo accogliere in senso assoluto ed esclusivo nel **T. Thalii** il carattere degli internodii caulinari così appressati che i peduncoli appaiano radicali. Si sono trovati rari esemplari appartenenti indubbiamente per i loro caratteri fiorali a questa specie, i quali mostravano un internodio sviluppato, ed una foglia caulinare (esemplari di *Parlatore*, Gran S. Bernardo; di *De Notaris*, S. Bernardino Grigioni, ecc.): e d'altra parte invece abbiamo trovato esemplari di **T. pallescens** (quelle sue forme cioè designate dagli autori come **T. glareosum**) (1), le quali salgono tant'alto come il **T. Thalii**, perdono la caulescenza, assumendo i peduncoli radicali; mentre le forme tipiche del **T. pallescens** stanno sempre più basso e si mantengono caulescenti. Il che dimostra ad evidenza che la caulescenza o meno in queste due specie può essere modificata dalle condizioni climateriche in cui vegetano.

b. Il confronto fatto dagli autori in generale fra le bratteole dal **T. Thalii** e **T. pallescens** non può dar risultato costante a cagione della variabilità assoluta di questo filloma.

---

(1) V. Erb. *Burnat* **T. glareosum** Schleich. Valais: Val de Bagne a 2000 m. Simplon, glaciers. Zermatt, Erb. *Belli,* Colle di St.-Théodule.

Più costante risultato si ha confrontando il pedicello col tubo del calice, quando ciò si eseguisca su esemplari in eguale sviluppo; ovvero paragonando il pedicello col fiore intero. Questo carattere porta seco quell' altro, eccellente per differenziare il **T. Thalii** dal **T. pallescens**, dal **T. repens**, ecc., dei fiori, cioè, *eretti* od *eretto-patenti* in frutto nel **T. Thalii**, ed *ombrellato-reflessi* negli altri due.

c. È innegabile che queste due specie, **T. Thalii** e **T. pallescens**, hanno tale affinità massime nella struttura fiorale, da far pensare perfino ad un ravvicinamento specifico di esse. È altresì certo che esistono esempi di transizione dall'una all'altra forma. Ma se, oltre alle dimensioni fiorali assolute, si tien conto anche dei caratteri della lunghezza del pedicello, della forma del capolino fruttifero, della lunghezza e contorni delle stipole, costantemente diverse nelle forme tipiche delle due specie, noi crediamo di poterle quasi sempre differenziare, salvo nel caso d'esemplari troppo giovani. Se poi si voglia accordare un valore qualsiasi all'altezza relativa in cui vegetano le due specie, costantemente maggiore quella del **Thalii**, la conservazione dell' autonomia di queste due specie apparirà giustificabile.

Varietà. — *d.* Abbiamo ricevuto comunicazione dal *D^r^ Lévier* di alcune forme pusille di **T. Thalii** crescenti sulla Majella e sul Monte Morrone a 2400^m^, le quali presentano dei cauli tortuoso-repenti, radicanti, ma ***legnosi***, e potrebbero simulare una forma diminuita di **T. repens**, spinto a massime altezze. Ma se ben osserveremo i suoi pedicelli li troveremo *brevi* nè mai *reflessi*, e quindi i capolini *non ombrelliformi* come nel **T. repens** tipico. D'altro canto la bratteola è oblungo-trapezoide-bicuspidata, carattere questo che nel **repens** tipico non si riscontra; mentre gli altri caratteri fiorali differenziali per quanto menomati vi si possono ancora riconoscere. Ora noi proponiamo per questa forma di **T. Thalii** la varietà ***pseudo-repens.***

e. Nella Flora Orientale di *Boissier* il **T. Thalii** è rappresentato dal **T. Parnassi**, specie che gli è prossima, ma distinta per minutezza di parti, oltrechè per caratteri specifici evidentissimi.

Letteratura e critica. — *Villars* (Hist. de pl. du Dauph. pag. 478, tab. 41) dà una descrizione di questa specie, chiarissima; e la sua distinzione dal **T. repens** per i suoi fiori *jamais*

pendantes è evidentissima. Per questo stesso carattere si distingue dal **T. pallescens**, onde noi accettiamo volentieri la denominazione di **T. Thalii**, che d'altra parte spetta al *Villars* per dritto d'anzianità. Gli autori in genere, fra gli altri *Bertoloni*, accettano la denominazione di **T. coespitosum**, invece di **T. Thalii**: ma non si capisce bene il perchè *Bertoloni* dica, che la fig. 41 del *Villars* è cattiva. Non è certamente una figura ben fatta, ma mette in evidenza i caratteri specifici che distinguono la pianta da altre vicine; sopratutto mostra i capolini con fiori sempre eretti, ed i pedicelli brevissimi, il che è per noi di importanza capitale; senza questo carattere, e senza quello del rapporto diametrico tra il calice e la corolla, questa specie sarebbe talvolta difficile a distinguere dai **T. repens** e **T. pallescens**.

Il *Caruel* (Prodr. fl. Tosc. pag. 171) ha una nota, dove dice di non aver adottato per la pianta toscana il nome di *Villars*, benchè più antico del nome di *Reyner* (**T. coespitosum**), perchè quello di *Villars* è derivato da un errore, non essendo cioè possibile che il **T. montanum minus** di *Thalius* (citato come sinonimo dal *Villars* per la sua pianta), proprio della Selva nera, corrisponda, come ha presunto il *Villars*, al **T. coespitosum**, proprio delle Alpi e dell'Appennino. Osserviamo che quando anche la sinonimia fosse inesatta, noi possiamo riportarci alla descrizione ottima del *Villars*, ed alla sua figura sufficiente. D'altra parte il *Villars* mette un **?** al sinonimo di **Thalius**.

Schreber (in Sturm. Deut. fl. 32 heft.) ha una figura che è da riferirsi al **T. pallescens**; dalla descrizione però pare si abbia a fare con una forma minuta di **T. repens** (β. ***pusillum*** *Bertol.?*). Il *Bertoloni* ha espresso già questa opinione (Confr. Fl. it. vol. VIII, pag. 105).

La figura però, esaminata bene, conviene come si è detto piuttosto al **T. pallescens** Schreb. (forma ***glareosum***), a cagione del calice brevissimo in confronto della corolla, carattere che nella figura, se non nell'analisi di *Schreber*, è evidentissimo e che non si ha nel **T. repens** anche quando esso, perdendo gli stoloni, prenda l'aspetto di **T. elegans** (*T.* ***repens pseudo-elegans*** *Nob.*).

Savi (Obs. pag. 89) non osservò questa pianta viva, ne ricevette bensì esemplari dal *Balbis* e dal *Roemer*. Questi esemplari, egli dice, non portavano però fiori eretti o patenti dopo la fioritura, ma *deflessi*, per cui erano certamente da riferire al **T. pallescens**.

Nel *Botanicon Etruscum* poi (pag. 41, vol. II) dà i caratteri differenziali per le due specie, che in massima corrispondono ai nostri, quantunque alcuni di essi non siano costanti; tali p. e. il colore della corolla ed il numero dei semi, talora uguali in amendue le specie. Della grandezza delle foglie come carattere differenziale è superfluo parlare, quantunque possa dirsi in modo molto generale, che quelle del **T. Thalii** sono talora molto larghe e meno consistenti; che la pianta in complesso lussureggi meno che nel **T. pallescens**, ma abbia però radice più grossa e legnosa.

Seringe (in DC. Prodr. p. 199) e *Tenore* (Syll. fl. Neap. p. 375) dànno press'a poco gli stessi caratteri differenziali tra il **T. pallescens** ed il **T. Thalii**.

Grenier et Godron (Fl. de Fr. vol. I, pag. 418-419), ammettono come carattere differenziale tra il **T. Thalii** e **T. pallescens** il legume sessile nel primo, e stipitato nel secondo, che noi non possiamo ritenere come apprezzabile.

Bertoloni (Fl. It. vol. VIII, pag. 103) considera il **T. pallescens** *Schreber* un *quid dimidium* fra il **T. Thalii** e **T. repens**. Egli deduce le differenze specifiche fra il **T. pallescens** e gli altri due enumerando i caratteri tipici proprii a ciascuno. Ma questi caratteri, come vedemmo, vanno attenuandosi, convergendo gli uni verso gli altri, e però talora ci troviamo in presenza di individui, per classificare i quali ci occorre tempo e fatica non indifferenti, ed il sussidio di tutti insieme i caratteri, che differenziano una specie dall'altra.

L'espressione pel capolino *obsolete umbellari* non si adatta al **T. Thalii**; esso non accenna *mai* nelle forme bene definite ad assumere questa disposizione. Insistiamo ancora su questo fatto perchè è il solo che differenzii questa specie *in modo evidente* dal **T. pallescens** e **repens**. Così il dire la bratteola *lanceolata* nel **T. Thalii** è inesatto; la forma consueta è la trapezoide oblungo-irregolare, bidentata all'apice e con denticini laterali; non è raro però trovare la bratteola *lanceolata*, abituale del **T. repens**.

Reichenbach (Icon. pag. 78, tav. 112) qualifica la brattea come triangolare; mentre, come più sopra si disse, la sua forma abituale è l'oblungo-trapezoide, irregolare, bicuspidata all'apice o denticulata, e talora anche ai lati, con nervatura mediana raramente mancante. Non è però assolutamente esclusa la forma triangolare. La figura del calice è abbastanza buona; ma mancano le nervature marginali dei denti riunite alla mediana da

trabecole trasversali; carattere non di primo ordine ma abbastanza costante, e che non si trova nel **T. pallescens**; almeno di solito.

Wilkomm et Lange (Fl. hisp. vol. III, pag. 355), adottano essi pure il nome di **T. Thalii** come più antico.

Arcangeli (Comp. fl. it. pag. 175) differenzia il **T. coespitosum** dal **T. pallescens** anche per i caratteri dati da *Grenier* et *Godron* del legume stipitato o no. Ripetiamo che noi abbiamo sempre trovato in ambedue le forme il legume sub-sessile.

Habitat

Località	Raccoglitore
Val di Vedro, Ossola	*Lisa.*
Colle di Tenda. .	*Erb. Torino.*
Gressoney.	*Cesati.*
Valtellina alta. .	*Levier.*
Iselle (Alpe di Ronco).	*Cesati.*
Monte Legnone (Lombardia). .	*Cesati.*
Monte Baldo (Veronese).	*Cesati.* *Ambrosi.*
Alpi Bresciane (Valle Bagolino)	*Huter.*
Appennino Pistoiese	*Erb. Pisa.* *Levier.*
Monte Antola (Liguria)	*Cesati,*
Val de' Vitelli. .	*Cesati.*
Monte Morrone (Abruzzo). . . .	*Levier.*
Monte Maiella (Abruzzo). . . .	*Levier.*
Monte Amaro (Abruzzo). . . .	*Pedicino.*
Monte Miletto. .	*Terracciano.* *Cesati.*
Castel Menardo (Appenn. Piceno)	*Marzialetto.*
Monte Vettore (Appenn. Piceno)	*Sebastiani*
Valle Mandrella di Monte (Abruzzo)	*Groves.*
Pizzo di Sivo (Abruzzo). . . .	*Orsini.*

Distribuzione geografica.

Abita generalmente i luoghi elevati dell'Alpe e dell'Appennino. Manca in Sicilia, in Sardegna e in tutte le isole dei mari italiani. Si spinge fino alla regione delle nevi, ove si fa piccolo e legnoso. Cresce nei Pirenei, nel Jura e nella Transilvania.

(Vedi la tabella seguente).

TRIFOLIUM THALII Vill.

Caule cespitoso legnoso; *quasi-repente* in una sola forma (**T. Talii** ***pseudo-repens*** *Nob*)

Stipole — tutte *basilari-appressatissime*, ricoprentisi l'una coll'altra, glaberrime, *scariose*, *sottilissime*, con code *terminate tosto in punta filiforme-subulata*. Porzione adesa lineare guainante per tutta la sua lunghezza. Nervature *esili e scarse*.

Peduncoli fioriferi ordinariamente *radicali*, raramente caule sviluppato con internodii distanti e foglie cauline.

Capolini globosi od ovato-ellittici, *mai subumbelliformi* per deflessione dei fiori in basso ed allungamento del pedicello – il quale tuttalpiù è ricurvo in basso, nei fiori inferiori.

Pedicelli fiorali glabri o pelosi, *lunghi quanto la metà del tubo del calice;* sovente meno d'essa, *rarissimamente uguali al tubo*.

Bratteole *ordinariamente* oblungo-trapezoidi irregolari con nervo mediano o laterale e denticini all'apice, talora anche integre, lanceolate e acute.

Calice (denti compresi) *uguale circa ai* $^2/_3$ della corolla; *tubo* sub-campanulato*; nervature marginali* dei *denti evidentissime*, riunite sovente alla mediana per trabecole trasversali.

Vessillo oblungo-ovato-lanceolato, stretto, retto.

Stami alternativamente dilatati e subulati.

Ali e carene lanceolate-ottuse, strette.

Stilo ordinariamente *laterale*.

Legume ordinariamente 3-spermo (1, 2 — spermo nelle forme nane).

Lunghezza media del fiore col pedicello	mm.	10
Pedicello	»	1,6
Calice denti compresi	»	6,6
Tubo del calice (misurato a livello dei due denti superiori)	»	4
Corolla (circa)	»	9

TRIFOLIUM PALLESCENS Schreb.

Caule cespitoso, procumbente, mai sto[lo]nifero-repente.

Stipole basilari appressate, oblungo-su[b]ovate, arrotondate alla base, guainanti per [la] metà circa della parte adesa; **code** grada[ta]mente ristrette, acuminate; stipole delle fog[lie] cauline più strette, lanceolato-acuminate c[on] porzione adesa più breve e meno guainante; nervature abbastanza numerose.

Peduncoli fioriferi radicali; eccezion[al]mente caule sviluppato con almeno 2 inte[r]nodii ed altrettante foglie caulinari.

Capolini a maturanza ombrelliformi [per] deflessione dei fiori in basso ed allungame[nto] del pedicello, lassamente o fittamente glob[osi] solo prima dell'antèsi.

Pedicelli fiorali glabri o pelosi *più lun[ghi] del tubo* del calice *in antèsi:* poi, a matura[nza] del frutto anche il *doppio e più*, non gro[ssi,] filiformi.

Bratteole ordinariamente *oblungo-tra[pe]zoidi* massime nei fiori *inferiori*, irregola[ri,] talora anche *lanceolate*, *massime* nei fiori su[pe]riori, con qualche denticino apicale o lateral[e,] nervatura mediana o laterale, raramente bine[rvie].

Calice (denti compresi) *uguale circa a* [...] della lunghezza della corolla ed anche me[no,] raramente di più; nervature marginali [dei] *denti evanescenti o nulle*.

Vessillo largo ellittico o sub-ovato c[on] linea dorsale mediana longitudinale arcua[ta] concava in alto (falcato).

Ali e carene largo-lanceolate, ottuse.

Stilo ordinariamente *mediano*.

Legume ordinariamente trispermo, talv[olta] quadrispermo; nelle forme diminute 1, 2 spermo.

Stami alternativamente dilatati e subul[ati].

Lunghezza media del fiore in antèsi col pedicello	mm.	9 — 8
Lunghezza media del pedicello e fiore (a maturanza)	»	11
Pedicello in frutto	»	3 —
Calice (denti compresi)	»	3 —
Tubo del calice (misurato a livello dei denti superiori)	»	1,5
Corolla	»	7 — (

NB. Le misure assolute o relative delle parti fiorali vogliono esclusivamente essere prese sopra fiori in *antèsi* e su e[sem]plari egualmente sviluppati; senza di che, il loro valore già esiguo per se stesso (quantunque risultante da una media su numerosi esemplari) viene ad essere nullo.

TRIFOLIUM REPENS L.	TRIFOLIUM BIVONAE Guss.
Caule *repente*; in una forma sdraiato non [r]icante (T. **repens** δ ***pseudo-elegans**. Nob.*)	**Caule** cespitoso, procumbente mai stolonifero.
Stipole scarioso-membranacee; le *inferiori* [gu]inanti fin quasi sotto le *code lesiniformi* [ter]minate, quelle dei rami giovani gradata[me]nte ristrette in punta filiforme allungata, [co]n nervature numerose, glabre, sovente colo[rat]e in violaceo scuro.	**Stipole** (a tipo *pallescens*) non appressate nè ricoprentisi nelle foglie inferiori, membranacee, colla porzione adesa guainante massime nelle inferiori, terminate in code triangolari subulate più brevi od eguali alla porzione adesa; nervature abbastanza numerose e pronunciate.
Peduncoli fioriferi mai radicali; caule [svi]luppato in internodi distinti, peduncoli ol[tre]passanti infine la foglia ascellante.	**Peduncoli fioriferi** mai radicali; caule sviluppato in internodi distinti; peduncoli oltrepassanti la foglia ascellante.
Capolini a maturanza ombrelliformi (per [def]lessione dei fiori in basso ed allungamento [de]i pedicelli) fittamente o lassamente globosi [dopo] l'antèsi.	**Capolini** a maturanza ombrelliformi (per deflessione dei fiori in basso ed allungamento dei pedicelli), globosi solo prima dell'antèsi.
Pedicelli fiorali, glabri o pelosi a matu[ra]nza (massime dei fiori interni) fortemente [arc]uato-reflessi, sottili, sempre ben distinti [dal]la base del calice su cui sono inseriti, onde [quest]o appare umbilicato.	**Pedicelli fiorali** glabri o pelosi; a maturanza, e massime nei fiori interni, fortemente arcuato-reflessi, *grossi quasi quanto la base del calice, colla quale paiono gradatamente continuare* (*calice non umbilicato*), uguali od un po' più lunghi del tubo calicinale.
Calice (denti compresi) *uguale alla metà* [del]la corolla; sovente un po' meno, mai di più. [Ne]rvature marginali dei denti evidentissime. [Sp]esso una macchia nera alla base dei denti, [tub]o bianco-verdastro o rosso-vinoso. — Ner[vat]ure marginali dei denti *evidentissime*.	**Calice** (denti compresi) *un po' più lungo* della *metà* della corolla; nervature marginali dei denti *evidentissime*. Portamento del **T. repens** δ ***pseudo-elegans*** (*Nob.*)
Vessillo largo ellittico o stretto lanceolato, [col]la linea longitudinale alquanto concava in [alt]o.	
Stilo ordinariamente *mediano*.	
Legume ordinariamente quadrispermo non [ra]rado trispermo, nelle forme diminute bi[spe]rmo.	

Lunghezza media del fiore col pedicello in antèsi . . . mm. 12
Lunghezza media del fiore (col pedicello) a maturanza . » 16-17
Calice (denti compresi) . . » 7,5
Corolla . . . . » 11 (circa)
Tubo calice (misurato a livello dei denti superiori) . . » 5

Trifolium nigrescens *Viv.*

Fl. Ital. fragm. fasc. 1, p. 12, tab. 13.

T. Meneghinianum *Clem.* Sert. Orient. Acc. Tor. Tom. XVI, Tav. VII fig. 1, pag. 31.

T. polyanthemum *Ten.* Nap. V, p. 151.

T. Petrisavi *Clem.* l. c. p. 32 tav. VII, fig. 2.

T. Molineri *Colla* non *Balbis* Herb. Ped. II, p. 134 et in Herb. suo.

T. nigrescens var. *gracilis* *Lojac.* Tent. Monog. Trif. Sic. 101.

Varietà. — La varietà più esuberante di questa specie è data dal **T. Meneghinianum** *Clementi* (Sertulum Orientale, nelle Memorie della R Accademia Tor. vol. XVI, p. 267, tav. VII). Ha l'aspetto esteriore e il portamento del **T. Michelianum** *Savi*, con cui fu sovente confuso, i rami prostrati, flaccidi, fistolosi, le foglioline cuneato-semicircolari. denticolato-spinulose; caratteri che però oscillano, occorrendo frequenti passaggi, anche nello stesso individuo, a foglioline più allungate, ellittiche, ottuse, e smarginate, con denticoli non spinulosi. Le stipole sono membranose, sottilissime, i peduncoletti assai lunghi, le brattee oblungo-lineari, scariose, il tubo del calice sparso di villi, i denti un po' più lunghi e più stretti che nella forma più comune e tipica. Il frutto ha due semi e raramente uno solo. In conclusione il **T. Meneghinianum** *Clem.* rappresenta una forma molto sviluppata nelle parti vegetative (1) del **T. nigrescens** *Viv.* e non se ne può staccare come vera specie distinta, perocchè i caratteri designati come suoi proprii non sono per nulla costanti.

Il **T. polyanthemum** *Ten.* non è altro che un **T. Meneghinianum** con più di due semi.

Il **T. Meneghinianum** è proprio della Siria, della Palestina, Asia minore, dell'Isola di Rodi, della Russia meridionale, e arriva fino a Trieste ed in Sicilia.

Una varietà a forme piuttosto esigue nelle parti vegetative ci è fornita dagli esemplari dell' erbario *Boissier* designati da questo illustre botanico sotto la specie di **T. hygrophilum** e **T.**

---

1) La figura del *Clementi* è esagerata in confronto degli esemplari autentici dell'Erbario *Boissier*.

Petrisavi *Clementi* (1); i quali differiscono dal T. **nigrescens** tipico, perciò solo, che hanno soltanto due semi, e i denti superiori del calice più larghi e più lunghi evidentemente degli inferiori.

In Italia questa forma sarebbe rappresentata dal T. **nigrescens** var. *gracilis* *Lojacono* (da noi analizzato sugli esemplari favoritici dall'A.), che ha fiori rosei e il legume con più di due semi, e cresce in Sicilia e in Provenza (*Lojacono*, Tentamen. p. 101, 159).

Il T. **Molineri** *Colla* (non *Balbis*) trovato nei contorni d'Ivrea, da noi riscontrato ed esaminato nell'erbario del *Colla* stesso, è identico alla var. *gracilis* anzidetta, salvo il colore dei fiori che nel secco non è riconoscibile. Ma è da avvertire che non di rado nelle forme comuni del T. **nigrescens** si incontrano esemplari con fiori di color roseo-pallido.

Da ultimo dobbiamo riferire con tutta sicurezza a queste forme gracili e depauperate di T. **nigrescens** *Viv.* gli esemplari da noi esaminati con molta diligenza e trovati negli Erbari di *Bertoloni*, di *Firenze* e di *Cesati* di provenienza diretta dal *Gussone* stesso, sotto la denominazione di T. **macropodon** *Gussone*. In queste forme ultime abbiamo trovato legumi con un seme, ed altri con due. È veramente deplorevole che questa denominazione specifica di T. **macropodon**, si sia insinuata nella sistematica dei **Trifolium**, poichè da essa provennero abbagli e inganni numerosi, a decifrare i quali occorsero a noi tempo e pazienza non indifferenti.

Il T. **macropodon** come specie autentica e distinta non esiste, nè si sa comprendere come *Gussone* abbia distribuito esemplari rachitici di T. **nigrescens**, sotto la denominazione di **macropodon**, a *Cesati*, a *Parlatore* e a *Bertoloni*, e poi abbia descritta questa sua specie nella Synops. II, p. 338, riferendola al T. **angulatum** del suo *Prodr.* ed alla **Amoria macropoda** di *Presl.* Symb., che come si è veduto è il T. **Michelianum** *Savi* (Vedi più indietro a pag. 419 la critica del T. **nigrescens** e quella del T. **Michelianum**).

Riassumendo noi possiamo distribuire le diverse varietà del T. **nigrescens** *Viv.* come a pag. 417 nella *chiave dicotomica*.

Critica e letteratura. — *Viviani* (Fl. ital. Frag. p. 12, tav. XIII Genua 1808) descrive, definisce e figura bene la sua

(1) Il *Reichenbach*, Icones, pag. 77, n. 52 fra i sinonimi del **T. Petrisavi** *Clem.* pone il **T. prostratum** *Biasol.* che come vedemmo è una varietà del **T. repens** *L.*

specie, ma non ha voluto riferirla ad alcuna frase degli Autori anteriori a *Linné*, nè a qualunque altra presumibile di *Linné* stesso, nè ha tenuto conto della disquisizione fatta da Savi, (Giornale Pisano t. 5, p. 234, 1806) intorno al valore che si dovrebbe dare alla frase ed alle figure di *Micheli* (Nov. gen. p. 27, tav. XXV, fig. 6), ed a quella di *Linné* (Spec. Plant. edit. III, p. 1079). E ha fatto bene; perchè tutto questo tramestìo di considerazioni è basato sopra locuzioni vaghe ed incerte, e figure incomplete ed inesatte. Egli per altro chiama « *hirsuti* » i peduncoli fiorali, mentre negli esemplari numerosi da noi esaminati questi sono glabri o con rari peli.

Savi poi nè nelle Observ. ad Trif. (p. 90, n. 42, 1810) nè nel Botan. Etrusc. (vol. IV, p, 41, 1825) non cita il **T. nigrescens** di Viviani, e mostra certamente di non aver conosciute le sue *Fragmenta*. Egli infatti descrive tanto nell'una come nell'altra opera un **T. hybridum** *L.*, che non può esser riferito che al **T. nigrescens** *Viv.* (*Stipulae scariosae albae nervis viridibus, vel pubescentibus notatae, connatae, caudibus brevibus, angustis, acuminatis... Legumen... lineare, superne margine rectum, inferiori carenatum, tetraspermum...*). Egli però cita il **T. hybridum** *L.* spec. Ma le frasi e le esplicazioni di *Linné* sono troppo incerte per poter con evidenza riconoscere la specie da lui designata, e in ciò ci accordiamo pienamente coll' osservazione di *Caruel.* (Prodr della fl. Toscana, p. 172), che cioè *Linné* sotto il nome di **hybridum** abbia confuso le tre specie di **nigrescens** *Viv.* **Michelianum** *Savi*, e **hybridum** della Fl. suecica. *Linné* cita le fig. 2, 6, tav. 25 del *Micheli* Nov. gen., e la fig. 1, tav. XXII, del *Vaillant.* Bot. Paris.

Ma nessuna di queste pare corrispondere al vero **T. nigrescens** *Viv.* Tuttalpiù la fig. 6 di *Micheli* darebbe un legume (fig. *II*) tetraspermo, strozzato tra un seme e l'altro sulla sutura inferiore, come tale è nel **T. nigrescens**. Il *Savi*, basandosi piuttosto sulla frase Micheliana che sulla figura, ha poi imbrogliata ancor più la matassa, citando oltre alla fig. 6 del *Micheli* anche la fig. 3 della stessa tavola, dalla quale si capisce ancor meno.

Nell'erbario di *Balbis* si trova un esemplare di **T. nigrescens** *Viv.* tipico, proveniente da *Tenore* sotto la denominazione di **T. polyanthemum** *Ten.* e con una etichetta di mano di *Seringe*: il quale lo classifica senza esitazione, **T. hybridum** *Savi*, aggiungendo che conviene abbandonare affatto la denominazione di *Linné*

troppo incerta. Ma da ultimo conchiude: *cette espèce est parfaitement figurée dans Sturm Deutschl. fl. Heft.* 15. Noi abbiamo confrontato questa figura coll'esemplare annotato da *Seringe* e non potemmo a meno di meravigliarci, come mai questo acutissimo osservatore abbia preso un simile abbaglio!! Nulla di più distinto: nell'uno tutti i caratteri classici del **T. nigrescens** *Viv.*: nell'altro i più evidenti del **T. hybridum-elegans** Auct.!! Il *Seringe* (in DC. Prodr. II, p. 199, 1825) cita il **T. nigrescens** *Viv.*; poi a pag. 200, N. 86, dà un **T. hybridum** *Savi*, e cita come sinonimo **T. hybridum** *L.*, e poi lo *Sturm*. Deut. fasc. 15! (**T. polyanthemum** *Ten. ex Herb. Balb. v. s. communic. a clar. Savi!!*). Cumulo di inesattezze maggiore non si può immaginare!! A compiere il disordine di questa sinonimia il *Savi* (come si vide nella critica del **T. Michelianum**) ha probabilmente inviato al *Presl* degli esemplari confusi assieme di **T. Michelianum** suo e di **T. nigrescens** *Viv.*, perchè il *Presl* nelle sue *Symbol.* p. 47, ci dà la seguente sinonimia:

Amoria Micheliana = **nigrescens** *Viv.!!* = **Trifolium Michelianum** *Savi*, e *speciminibus a Savio missis in herb. Willd. et in herb. gen. Berol.*

E infine nell'erbario generale torinese e in quello di *Cesati* esistono due esemplari di **T. nigrescens** *Viv.* puro sangue, uno coll'etichetta di pugno di *Balbis*, che dice **T. hybridum** *L.* a Dr. Savi; l'altro coll'etichetta di mano di *Savi* 1833.

Concludendo: la sinonimia Linneana va abbandonata affatto. Il *Savi* non conoscendo la pubblicazione del *Viviani* ha descritto *certamente* col nome di **Trifolium hybridum** *L.* il **T. nigrescens** *Viv.*, ha con leggerezza citato *Linné*, e forse con poca cura distribuito degli esemplari commisti di due specie, generando così la deplorevolissima confusione sopraccennata. *Bertoloni* nella Fl. ital. tom VIII, p. 113 cita a sproposito il **T. Michelianum** datogli da *Tommasini*, che noi abbiamo già veduto essere varietà del **T. nigrescens** (**Trif. Meneghinianum**). Poi a pag. 131, a proposito del suo **T. ornithopodioides** (che non sta fra i **Trifolium**, ma colle **Trigonelle**) cita anche fra i sinonimi il **T. Molineri** *Colla* (Herb. ped. II, p. 134), riportandosi alla figura del *Colla* stesso (Icon. herb. pedem. fasc. 2, tav. 58, fig. 2). Ma nell'Erbario del *Colla*, che si conserva nel Museo Torinese, esiste l'esemplare secco che servì per la tavola anzidetta, ed esso è veramente un **T. nigrescens**, e non una **Trigonella**, come ap-

parve al Bertoloni dalla figura del *Colla*. Bensì è vero che le foglioline del **T. Molineri**, nella tavola del *Colla*, hanno la configurazione di quelle del **T. Petrisavi** *Clementi*, ma ambedue sono esagerate nell'attacco dei picciolotti e nei denti uncinulati; come d'altronde è esagerata nello stesso senso la figura del **T. Meneghinianum** *Clem.* (Sert. or. T. VII), e come noi ce ne siamo accertati coll'osservazione diligente degli esemplari dell'erbario di *Boissier*. Questo autore nella Fl. or. II, p. 144, fa sinonimo il **T. Meneghinianum** *Clem.* del **T. Michelianum** *Koch*, (Syn. add. p. 1020 (non Savi... 2), dove il *Koch* dice che il **T. Michelianum** è stato trovato recentemente nel nuovo campo di Marte presso Trieste, dubitando però se vi sia indigeno.

Ora noi abbiamo analizzato questo preteso **T. Michelianum** *Savi*, raccolto da *Tommasini* e conservato nell'erbario di *Boissier* coll'etichetta di *Tommasini* stesso, che lo dice **Trifolium Michelianum** *Savi*; e dall'analisi nostra risulta evidente, che desso è ben diverso dal vero **Michelianum**, ma è invece il vero **T. Meneghinianum** Clem.

S'ingannò dunque il *Tommasini* per il primo; poi il *Koch* che nelle sue *addenda* (Synop. p. 1020) credette, che il **Trifolium** trovato nel nuovo campo Marzio fosse il vero **Michelianum**, da lui ben distinto, mentre era il **Meneghinianum** *Clem.* In realtà l'apparenza esteriore, il portamento delle parti vegetative delle due specie può a tutta prima apparire identico; ma poi una osservazione appena un po' diligente del fiore, ci conduce ad una chiarissima distinzione.

Il *Nyman* nel Conspectus H. europ. p. 179, sopprime la sinonimia del **T. Meneghinianum** col **Michelianum** *Savi*, conserva quella col **T. Michelianum** *Ledeb.*

Il *Reichenbach* (Icon. Fl. Germ. et Helv. p. 77, 78) accetta la sinonimia errata di *Boissier* del **T. Meneghinianum** col **T. Michelianum** promettendo la tav. del **T. Meneghinianum** più tardi.

Dagli esemplari di **T. nigrescens**, distribuiti da *Gussone* colla denominazione di **T. macropodon**, già abbiamo detto nelle varietà.

Steudel (Nomencl. Edit. II, p. 707, 1840) dà erroneamente come sinonimo del **T. nigrescens** *Viv.* il **T. Michelianum** *Savi!*

Il *Lojacono* nella Clavis spec. Trifoliorum (Nuovo giornale botanico ital. 1883) mantiene distinte le specie dei **T. nigrescens, Petrisavi** e **Meneghinianum** e non si accorge che il **T. Polyanthemum** *Ten.* è il **Trif. Meneghinianum** *Clem.* con piccolissime differenze.

HABITAT

Rive del Tronto (Acque Sante) .	*Parlatore.*	Monte Fortino (Appenn. Piceno)	*Marzialetto.*
Vercelli	*Erb. Cesati.*	Colosseo (Roma) .	*Fiorini.*
Liguria.	*De Notaris.*	Roma.	*Cesati.*
Genova (Colle Oregina). . . .	*Moris.*	Napoli (Valle san Rocco)	*Cesati.*
Lomellina (Cavone Busca). .	*Cesati.*	Pisa (campi e pascoli)	*G. Savi.*
S. Vincenzo	*Parlatore.*	Pisa.	*P. Savi.*
Sampierdarena . .	*Baglietto.*	Napoli	*Tenore.*
Genova.	*Caldesi.*	Capri (Anacapri) .	*Rolla.*
Venezia (litorale) .	*Kellner.*	Pizzo (Calabria) .	*Arcangeli.*
Verona (Selva Mantica) . . .	*Bracht.*	Ischia.	*Erb. Cesati.*
Custoza - Valeggio.	*G. Rigo.*	Sardegna	*Moris.*
Madonna Rovere .	*Ricca.*	Aiaccio.	*Requien.*
Dolcedo	*Berti.*	Sicilia	*Todaro.*
Val di Polcevera .	*Carrega.*	Trapani	*Todaro.*
Val d'Asciano. . .	*Parlatore.*	Siracusa.	*Cassia.*
Orbetello (prati) .	*Ricasoli.*	Lipari	*Mandralisca.*
Monte Argentaro .	*Parlatore.*	Ustica	*Calcara.*
Rimini	*Caldesi.*	Malta (Wied el Zasel).	*Duthié.*
Prati del Caprile .	*Piccinini.*		

Distribuzione geografica.

Italia. Istria. Spagna, Portogallo, Francia (sud). Dalmazia, Erzegovina, Bosnia, Montenegro. Grecia. Tracia, Macedonia, Costantinopoli, Rodi (*T. Petrisavi*). Creta. Transilvania, Trieste (*T. Meneghinianum*).

Trifolium isthmocarpon *Brot.*

Phyt. lusit. I, p. 148, tab. 61. — *DC.* Prodr. II, p. 201, n. 89. — *Guss.*, Fl., Sic., prodr., II, p. 516; et Synops. II, p. 340.

T. **Jaminianum** *Boiss.*, Diagn., Ser. II, n. 2, p. 19.

T. **strangulatum** *Huet du Pav.*, Plant. Sicul. exsicc.

T. **Rouxii** *Gren.*, Fl., Massil., adv., p. 27.

T. **isthmocarpon**, var. β, ***induratum*** *Gren.*, l. c.

Varietà. — Noi abbiamo diligentemente comparato gli esemplari del vero **T. isthmocarpon** *Brotero* conservati nell'erbario torinese, provenienti da Tangeri, e quelli forniti dal signor *Burnat* provenienti dal Portogallo, con altri esemplari provenienti da Sicilia raccolti e distribuiti dal Prof. *Todaro* (**T. isthmocarpon**) e da *Huet du Pavillon* (**T. strangulatum**). Abbiamo dovuto convincerci che la forma siciliana non è altro che una varietà, cospicua se si vuole, molto evoluta, della forma del Portogallo, tanto nelle parti vegetative quanto nelle fiorali. I caratteri differenziali dati dal *Boissier* (1) sono molto labili e non bastano secondo noi a distinguere due specie, poichè in fondo si riferiscono a diametri tutti proporzionalmente maggiori nella pianta di Sicilia in confronto con quella di Portogallo.

Il *Boissier* dice *uninervi* i denti del suo **T. laminianum**, mentre noi li abbiamo sempre trovati trinervi e marginati di bianco come nell'**isthmocarpon**, e i due superiori egualmente un po' più larghi in ambe le forme. E vi abbiam vedute le corolle bianche se giovani, *demum amoene roseae*, come dice il *Gussone*, ma non bianche affatto come lo afferma il *Boissier*.

Del resto non sono infrequenti in questo genere gli esempi di specie lussureggianti in una data area o regione, macilenti, stremenzite in altre. Si confrontino le forme sfoggiate di **T. nigrescens**, **T. Meneghinianum**, con quelle riarse e macilenti distribuite da *Gussone* sotto il nome di **T. macropodon**.

Nell'erbario torinese esistono esemplari di **T. isthmocarpon** di Sicilia aventi cauli di 0,30, altri che arrivano soltanto a 0,15; e altri provenienti da Tangeri che appena appena toccano 0,10.

---

1 Ecco i caratteri differenziali dati da *Boissier* tra il **T. Isthmocarpon** ed il **T. Iaminianum**.

Isthmocarpon.	**Iaminianum.**
Code delle stipole più brevi.	Code più lunghe.
Foglie più rotonde (incerto).	Foglie obovate (incerto).
Denti del calice eguali, lungo-lanceolati, marginati di bianco, diritti, più brevi del tubo.	Denti del calice subulati, uninervi, subpatenti recurvi, un poco ineguali e più lunghi del tubo.
Corolla rosea, lunga il doppio del calice.	Corolla bianca, lunga una volta e mezza il calice.

Boiss. Diagn. Plant. nov. orient. n. 2, p. 19.

I capolini e i fiori in questi individui hanno dimensioni proporzionali.

E infine se noi teniamo conto della figura di *Brotero* (Phyt. lusit., pag. 148, tav. 61) convien dire che rappresenti piuttosto le forme ben sviluppate di Sicilia, anche per avere i legumi dispermi, anzichè quelle diminute con legumi monospermi del Portogallo e di Tangeri che noi abbiamo esaminato.

Comunque sia quest'ultima forma in Italia non cresce.

Una varietà importante, che pure non cresce in Italia, abbiamo osservato nell'Erbario del sig. *Burnat*, raccolta da *L. Malinvaud* « au Rondpoint des Bergères » (Seine) sotto il nome di **T. isthmocarpon** var. ***induratum*** *Gren.* In essa il pedicello fiorale è ridotto ad una specie di callosità foggiata a cono rovescio, di cui la punta si innesta in una fossetta dell'asse coll'orlo rialzato a cupola. Ne consegue che il frutto a maturanza col suo pedicello si stacca con tutta facilità dall'asse, mentre nelle forme di Sicilia (**laminianum** *Boiss.*) vi è sempre tenacemente adeso. Per tutto il resto questa var. ***induratum*** *Gren.* starebbe come un anello di congiunzione tra le forme *italiane* e le *lusitaniche.*

Nell'istesso Erbario del sig. *Burnat* abbiamo pure osservato un **T. Rouxii** *Gren.* (Fl. Massil p. 27) avente le stipole, i calici e le bratteole colorate in violaceo, ciò che noi abbiamo veduto come accidentalità locale anche in individui di altre specie, p. e. nel **T. obscurum** Savi (1) Le altre note differenziali, date dal *Grenier*, per separare il suo **T. Rouxii** dall'**isthmocarpon** e **laminianum**, ci paiono ancora meno sufficienti di quelle che dovrebbero distinguere questi ultimi due fra loro, come ha fatto *Boissier*, e che pure il *Grenier* stesso reputa appartenenti ad una stessa specie. E in fatti le stipole *meno scariose*, *le nervature meno numerose nelle foglioline*, *le bratteole lanceolate* non setacee, *i capolini a fiori più lassi*, *i fiori biancastri* e non *rosei*, il calice *subcilindrico*, sono caratteri non ben definibili, nè costanti nè esclusivi di questa forma. Anche nel **laminianum** i fiori sono biancastri; anche nell'**isthmocarpon** e **laminianum** i calici sono tubuliformi, massime se giovani, e i fiori più o meno

(1) Anche il Gussone (Synop. II, p. 340) dà le stipole nel suo **isthmocarpon** *aliquando apice rubro coloratae.*

lassi o fitti, le bratteole più o meno *lanceolato setacee* a seconda degli esemplari più o meno prosperosi o depauperati: e così dicasi del numero delle nervature fogliari, estremamente variabili come è facile comprendere. Anche questa varietà non cresce in Italia.

Da ultimo come prova di graduato passaggio evolutivo tra le forme sopra esposte diremo, che nel **T. laminianum** si trovano quattro ovoli e due semi, più uno talora abortito; nel **T. Rouxii** tre ovuli: nel **T. induratum** *Gren.*, due ovoli e due semi: nel **T. isthmocarpon** di Tangeri, due ovoli e un seme.

Letteratura e critica. — Il **T. Isthmocarpon** fu stabilito da *Brotero* (Phyt. lusit. I, p. 148, Tav. 61).

Il *Seringe* in Dc. Prodr. II, p. 201) cita con **?** quale sinonimo di questa specie. il **T. rubicundum** *Schousb.* Ma dalla frase data da *Sprengel* (Syst. III, p. 210) non è possibile capire se proprio questo **T. rubicundum** corrisponda alla pianta di *Brotero.*

Il *Gussone* (Fl. sic. Synops II, p. 340) descrive un **T. Isthmocarpon** *Brot.*, aggiungendo che differisce dal tipico soltanto per il fatto d'avere i denti calicini più brevi. Forse il *Gussone* ha veduto soltanto la tavola di *Brotero* e non gli esemplari. Veramente la frase specifica di *Gussone* non è molto chiara, e può benissimo essere applicata alla forma nella quale il *Boissier* (Diagn. Ser. II, N. 2, p. 19) ha creduto riconoscere una nuova specie, che egli poi ha identificato con esemplari raccolti presso Algeri da *Iamin* (pl. exsicc. 1851, N. 156).

Noi abbiamo già dimostrato nelle *varietà*, come in realtà le due piante di *Gussone* e *Boissier* appartengano alla stessa specie, e si debbano considerare come semplici varietà del vero **T. isthmocarpon** *Brotero.*

Bertoloni (Fl. ital. VIII, p. 184) descrive del **T. isthmocarpon** evidentemente la forma **laminianum** sopra esemplari mandatigli da *Gussone* e da *Todaro.*

Il **T. strangulatum**, *Huet du Pav.*, che noi potemmo studiare sopra esemplari autentici. corrisponde perfettamente a tutti gli esemplari italiani di **T. isthmocarpon** (***laminianum*** *Boiss.*) da noi osservati negli erbari fiorentino e torinese.

Willkom e Lange (Prodr. Fl. hisp. III, p. 355) ci dànno una descrizione, che per le misure dei fiori (4 mill. sub an-

thesi (1)) e per i denti calicinali più brevi del tubo, si riferisce probabilmente alla forma tipica di *Brotero*. Ma poi aggiungono: *corolla dilute purpurea vel ex albo rosea*, *leguminibus dispermis;* caratteri più applicabili alla forma siciliana. Il che prova ancora una volta il nesso genetico delle due forme, non scindibili in due specie.

Lojacono (Tent. Monogr. Trif. p. 101, 102) fa sinonimi del **T. isthmocarpon** *Brot.* anche la pianta di *Gussone* che abbiamo veduta identica al ***laminianum*** *Boiss.*, poi pretende di far rilevare che il **laminianum** ha dei caratteri veramente differenti dalla specie Gussoniana da lui descritta coi termini di Gussone..... naturalmente non ci riesce.

Il *Nyman* (Consp. Fl. eur. p. 179) distingue le due specie: l'**isthmocarpon** *Brotero* del Portogallo e Spagna, e il **laminianum** *Boiss.* coi sinonimi **strangulatum** *Huet. du Pav.* **T. isthmocarpon** *Guss.*, **T. Rouxii** *Gren.*

Cesati, Passerini e Gibelli, (Comp. Fl. ital.) adottano l'**isthmocarpon** *Guss.* col dubbio **?** che non si identifichi coll'omonimo di *Brotero.*

HABITAT

Calatafimi (Sicilia) *Huet du Pav.*
Marsala, Segesta *Lojacono*, Tent. p. 102.
Alcamo.

Distribuzione Geografica.

Spagna, Portogallo, Sicilia, importata a Marsiglia (*Gren.*) Rara.

Trifolium montanum *L.*

T. Balbisianum *Ser.* in DC. prodr. II, p. 201 et 207 (floribus roseis).

T. rupestre *Ten* Prodr., pag. 43.

var. β ***Humboldtianum*** *Asch. et Bouche* (Boiss. fl. or. II, p. 147.

VARIETÀ, LETTERATURA E CRITICA. — Il *Seringe* in DC. (Prodr. II, pag. 201) distinse sopra esemplari secchi fornitigli

1) Questa misura ci pare esageratamente piccola: nei nostri minuscoli esemplari di *Tangeri* i fiori sono lunghi almeno 6 mill., nella pianta di Sicilia i fiori arrivano fino a 10 mill.

da *Balbis* un **T. Balbisianum** dal **T. montanum**, attribuendo al primo fiori purpurei, mentre nel secondo sono *giallo pallidi*, carattere che non può certamente bastare a distinguere da solo una specie dall'altra. Il *Seringe* qualifica inoltre il suo **T. Balbisianum** con « *pedunculis caule multo longioribus, laciniis calycis aequalibus* ». Noi abbiamo esaminato gli esemplari autentici di *Balbis* mandati a *Seringe*, li abbiamo confrontati con altri di **T. montanum** tipico, e vi abbiamo trovato i peduncoli ora più lunghi ora più brevi dell'asse caulinare nello stesso individuo, e i due denti superiori del calice un tantino più larghi e lunghi, e più connati alla base fra loro degli altri tre.

D'altra parte osservammo esemplari di **T. montanum** a fiori *giallo-paglierini* (Col di *Tenda*, *Boscolungo Pistoiese*, *Cassano d'Adda* Cerutti; *Pizzo di Sivo in Calabria*, *Monte dei fiori nell'Abruzzo*, *Monte Vellone*, *Piceno*, Parlatore, *Trentino*, Fratelli Perini), aventi il peduncolo fiorale più lungo dell'asse caulinare.

Non v'ha dunque ragione plausibile di ammettere il **T. Balbisianum** come una specie, ma tuttalpiù come una varietà alpestre, più cespitosa, a fiori purpurei, che alligna di preferenza nelle Alpi marittime, fino al Colle di Fréjus (*Reichenbach*, *Lisa*, *Parlatore*, *Belli*, *Reuter*, Dr *Piolti*). Essa può benissimo considerarsi come parallela al T. **ochroleucum** *β* ***roseum*** di Presl.

Come varietà a fiori purpurei è accettata dal *Reichenbach* (Icon. p. 79, tab. 109). e da *Grenier* et *Godron* (Fl. fr. p. 417).

Il *Bertoloni* non ne fa neppur cenno.

Il *Tenore* (Sylloge, pag. 376) descrive un **T. rupestre** come diverso dal **T. montanum** per avere fiori *bianchi*, un *capolino solo terminale, e i denti del calice più lunghi del tubo.*

Nell'Erbario fiorentino havvi un esemplare di **T. rupestre** mandato da *Tenore* stesso, ma così meschino e coi fiori così rosicchiati dagli insetti, da non poterne dedurre nessun criterio differenziale.

Un altro esemplare colla qualifica di **T. rupestre** abbiamo veduto nell'Erbario *Cesati* proveniente da *Gussone*; esso ha la statura più piccola, il calice più peloso, i denti un po' più lunghi che nel **T. montanum** tipico. Ma d'altra parte noi abbiamo osservato variare non di rado l'irsuzie dei calici come di tutta la pianta, più abbondante nelle forme alpine e nane, e spessissimo poi la lunghezza dei denti, talora un tantino più lunghi,

come li vuole il Bertoloni, talora uguali, più di sovente un tantino più brevi, come li abbiamo veduti noi. Ond'è che a noi non pare assolutamente accettabile questa forma come una specie, così almeno come la definisce il *Tenore*, e la riporta poi il *Seringe* (in Dc. Prodr. II, pag. 201), e quasi nemmeno come una varietà; ma semplicemente come una forma nana e cespitosa, indotta dall'altitudine in cui cresce, in confronto colla tipica, e divulgata nelle località più basse. Il *Bertoloni* (Fl. ital. VIII, p. 151) è dello stesso avviso; e aggiunge che i caratteri dati dal *Seringe* sono artificiali e desunti da esemplari secchi, e che le stipole caudate, o quasi senza coda, occorrono in quasi tutte le forme di **T. montanum**.

Anche il *Boissier* (Fl. or. II, pag. 147) fa il **T. rupestre** *Ten.* sinonimo del **T. montanum** *L.* Ciò malgrado *Willkomm* et *Lange* (Prodr. Fl. hisp. III, p. 354), conservano la specie di **T. rupestre**, e la vogliono distinta per le lacinie del calice *subeguali*, le *due superiori non connate*, il *lembo del vessillo, più breve e più stretto dell'unghia*, *bidentato all'apice*. Noi abbiamo già detto poc'anzi come variino d'assai, dal più al meno, i denti del calice, e aggiungiamo che nelle nostre numerose analisi abbiamo incontrato individui con vessillo avente il lembo più stretto e più breve dell'unghia, smarginato o bidentato all'apice, senza alcun'altra nota valevole a convincerci poter essi costituire un'altra specie distinta dalla tipica, anche se le corolle abbiano per avventura il color bianco, piuttosto che paglierino o intensamente giallo, variazioni che non si associano mai con costanza in alcuna delle forme sopraccennate. Abbiamo esaminato anche un saggio di **T. rupestre** di Aragona, quale è descritto nella *Flora hispanica* di *Willkomm* et *Lange*, gentilmente comunicatoci dal Prof. *Henriquez* di Coimbra (Portog.). In esso i caratteri dati dagli autori della Flora hispanica non ci parvero troppo evidenti. I denti del calice sono concrescenti quantunque un po' meno che in molti esemplari di **T. montanum**; il vessillo nello stesso capolino mostra l' apice ora intero ed ora bidentato, il lembo più lungo ma anche meno dell'unghia. Il portamento conviene affatto col nostro **T. Balbisianum**. *Ser.*, come pure la peluria dei peduncoli. Nell'Erbario *Boissier* potemmo finalmente vedere il **T. rupestre** *Ten.* autentico, colla firma di mano di *Tenore* stesso. Anche questo saggio corrisponde perfettamente alla forma **Balbisianum** *Ser.* Il *Tenore* poi nel Prodr. fl. neapol. p. 43, avrebbe data

la frase assai oscura di un T. **rupestre**, riportata dal *Seringe* (in DC. Prodr. II, p. 207) tra le specie non *satis notae*, e che poi il *Tenore* stesso nella Sylloge, molto posteriore al Prodr., non richiama punto colle stesse precise indicazioni. Ciò malgrado *Willkomm et Lange* (l. c.), nell'osservazione in calce al loro T. **rupestre**, fanno avvertire che quest'altra dubbia forma di Tenore *tam a stirpe nostra quam a specie, in Monte Corno regni Neapolitani proveniente, quam Decandolle in descriptione p* 201 *data, ante oculos habuit, magnopere discrepat !!*

Seringe (in DC. Prodr. II, p. 201) ci dà due varietà di T. **montanum** β ***peduncolosum*** e γ ***incanum***, delle quali la prima è rappresentata anche in Italia dagli esemplari di *Parlatore* (M.te dei fiori), ma non si potrebbe considerare come una varietà; la seconda ci è sconosciuta.

Grenier et *Godron*, (Fl. de fr. I, p. 417), dànno due varietà α ***genuinum*** e β ***gayanum***, non accettabili da noi perchè desunte dai caratteri troppo incerti delle foglie basali fugacissime.

Quantunque non italiana, non possiamo a meno di mettere qui in evidenza una insigne varietà del *T.* ***montanum*** L. da noi veduta ed analizzata nell'erbario *Boissier*.

Alex. Braun (Ind. Ber. 1867) faceva conoscere un T. **montanum** *var.* ***grandiflorum***, che poi *Ascherson* et *Bouché* coltivarono, e pubblicarono come una specie nuova (Ind. Sem. H. Berol. 1868) sotto la denominazione di T. **Humboldtianum**. — Il *Boissier* la pubblicò di poi nella Fl. orient. (II, p. 147).

Dall'esame attento dell'unico esemplare dell'erbario *Boissier*, ottenuto da semi coltivati nell'orto di Berlino, noi ci permettiamo di dedurre che questa specie debba considerarsi come una varietà gigantesca del T. **montanum**. Fatta astrazione delle proporzioni, che nelle parti vegetative del T. **Humboldtianum** sono più del doppio, le forme e i rapporti delle diverse membra sono identiche a quelle del T. **montanum**, e se noi siamo autorizzati ad accettare per buone talune varietà pusille p. e, del T. **repens**, del T. **agrarium**, ecc. le quali certamente sono ridotte alla metà dei diametri delle forme omologhe le più evolute, non abbiamo neppur ragione plausibile di rifiutare il T. **Humboldtianum** come una varietà gigantesca della notissima e divulgatissima forma tipica del T. **montanum**. La pelurie in quest'ultimo è maggiore che nel T. **Humboldtianum**, ma non manca affatto in questo. *Aschèrson* e *Bouché* dicono del T. **montanum** *floribus minoribus brevissime*

pedicellatis. Ma se a maturanza diventano umbellari non possono essere brevissimi: e d'altra parte nel T. **Humboldtianum**, sempre proporzionalmente, non sono più lunghi.

Un solo carattere ci manca per affermare la nostra opinione in modo assoluto, ed è la pelurie dell'ovario propria del T. **montanum**, che non è accennata nell'***Humboldtianum*** nè dai suoi autori, nè dal *Boissier*.

Il *Boissier* (Fl. Or. II, p. 147) ci dà anche il T. **ambiguum** *M. B.*, che noi pure abbiamo diligentemente analizzato. A noi pare che questa specie differisca dal T. **montanum**, cui è affinissima, assai più che non l'***Humboldtianum***. Essa infatti è tutta *affatto glabra, i capolini ovato-elittici, i fiori eretto-patenti sempre, il tubo calicino crispato sub-bolloso*, caratteri che non troviamo nell'**Humboldtianum**: l'*ovario glabro, i denti del caule patenti-ricurvi*, caratteri questi e quelli che mancano nel T. **montanum**; e però confermiamo buona la specie di T. **ambiguum** *M. B.* Ma, secondo noi, hanno torto *Ascherson*, *Bouché* e *Boissier* di ravvicinare l'**Humboldtianum** all'**ambiguum** poichè a nostro avviso invece il T. **Humboldtianum** dev'essere collocato assai più vicino al T. **montanum** che al T. **ambiguum**.

HABITAT

Giomein (Valtournanche) . .	*Belli.*	Monferrato.	*Negri.*
Oulx (Monte Pramant).	*Aiuti.*	Monte Bisca (a fiori rosei)	*Parlatore.*
Tonale (pascoli alpini)	*Parlatore.*	Riva (Valsesia) . .	*Carestia.*
Mompantero (Susa)	*Parlatore.*	Monte Cenisio . .	*Arcangeli.*
Monte Cenisio (Ronche)	*Parlatore.*	Boschi presso Torino	*Delponte.*
Bormio (Valtellina)	*Parlatore.*	Santhià	*Cesati.*
Valsugana (Trentino)	*Ambrosi.*	Cassano d'Adda .	*Cerutti.*
Colli Torinesi (Pino)	*Belli.*	Boscolungo (Macerino)	*Parlatore.*
Dolcedo	*Berti.*	Monte Cimone . .	*Parlatore.*
Monte Ponzera. .	*Parlatore.*	Appennino Piceno (M[te] Vettore) .	*Parlatore.*
		Pizzo di Sivo. . .	*Parlatore.*
		Monte dei fiori (Abruzzo)	*Parlatore.*
		Monte Ario	*Parlatore.*

Rieti (sul Tormi-
nillo) . . . . *Rolli.*
Monti Sibillini a
Colle (Appenn.
Piceno) . . . . . *Marzialetto.*
Terzo (Veneto)
prati . . . . *Kellner.*

Friuli (prati) . . . *Pirona.*
Modena (lungo la
Secchia) . . . . *Gibelli.*
Monte Catria
(pian d'Ortica
e Farfarello) . *Piccinini.*
Aquila . . . . *Gussone.*

Distribuzione Geografica.

Svezia Norvegia, Danimarca, Germania, Belgio, Francia, Spagna, Svizzera, Dalmazia, Erzegovina, Montenegro, Croazia, Serbia, Bosnia, Ungheria, Transilvania, Polonia, Russia media e meridionale.

Manca in Sicilia, Sardegna e nelle isole minori.

Abita i colli e i monti fino alla regione alpina più elevata (*Fréjus* Colle di *Breuil*), è meno frequente al piano e lungo i fiumi.

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

GIUNTA ACCADEMICA PER IL PREMIO BRESSA

Programma pel sesto premio BRESSA.

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, uniformandosi alle disposizioni testamentarie del dottor Cesare Alessandro BRESSA, ed al Programma relativo pubblicatosi in data 1° Gennaio 1881, annuncia che col 31 Dicembre 1886 si chiuse il Concorso per le opere scientifiche e scoperte fattesi nel quadriennio 1883-86, a cui erano chiamati Scienziati ed Inventori di tutte le Nazioni.

Contemporaneamente essa Accademia annunzia che a cominciare dal 1° Gennaio 1887 è aperto il Concorso al sesto premio BRESSA, a cui, a mente del Testatore, SARANNO AMMESSI I SOLI ITALIANI.

Questo Concorso sarà diretto a premiare quell'Italiano che durante il quadriennio 1885-88 « a giudizio dell'Accademia « delle Scienze di Torino, avrà fatto la più importante sco- « perta, o pubblicato l'opera più ragguardevole in Italia, sulle « scienze fisiche e sperimentali, storia naturale, matematiche « pure ed applicate, chimica, fisiologia e patologia, non escluse « la geologia, la storia, la geografia e la statistica ».

Esso verrà chiuso coll'ultimo Dicembre 1888.

La somma destinata al premio sarà di lire 12000 (dodicimila).

Nessuno dei Soci nazionali Residenti o non Residenti dell'Accademia Torinese potrà conseguire il premio.

Torino, 1° *Gennaio* 1887.

IL PRESIDENTE
A. GENOCCHI

Il Segretario della Giunta
A. COSSA.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 24 Aprile 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, LESSONA, BRUNO, BERRUTI, BASSO, D'OVIDIO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, SPEZIA, GIACOMINI.

Scusano per iscritto la loro assenza motivata da ragioni di salute il Comm. GENOCCHI, Presidente dell'Accademia, ed il Comm. SOBRERO, Accademico Segretario.

Vien letto l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Il Presidente dell'adunanza dà, a nome della Classe, il benvenuto al nuovo Socio Prof. Carlo GIACOMINI, la cui elezione ebbe l'approvazione sovrana addì 13 marzo 1887; e legge la lettera ministeriale la quale notifica alla Presidenza dell'Accademia che la pensione accademica resasi vacante per la morte del compianto Prof. CURIONI, venne conferita al Socio Prof. Giuseppe BASSO.

Viene in seguito data comunicazione di un programma di pubblico concorso bandito dall'Accademia d'Agricoltura, Arti e Commercio di Verona, sopra un tema di Bacteriologia, che deve essere svolto con ispeciale riguardo alle condizioni della Provincia.

Il Presidente dell'adunanza, d'incarico del Prof. Genocchi, dà lettura di una lettera del Comm. Avv. Giuseppe Realis, accompagnante il dono di un opuscolo biografico intorno a Giovanni Plana, del compianto Ing. Savino Realis, e recentemente inserito nel *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche*, pubblicato per cura del Principe B. Boncompagni.

Fra gli altri doni pervenuti all'Accademia viene segnalato il *Bollettino dei Musei di Zoologia e di Anatomia comparata della Università di Torino* (n. 19, 20, 21 e 22, vol. II).

Il Socio Lessona presenta in dono, per incarico del Socio Salvadori, il vol. III, 2ª serie, degli *Annali del Museo Civico di storia naturale di Genova*, pubblicati per cura di G. Doria e R. Gestro.

Il Socio D'Ovidio presenta un lavoro manoscritto del Dott. Gino Loria, Prof. di Geometria superiore nella R. Università di Genova, intitolato: « *Il passato e il presente delle principali teorie geometriche; Considerazioni storiche* ». Desiderando l'Autore che questo suo lavoro venga accolto nei volumi delle *Memorie*, viene nominata una Commissione incaricata di prenderlo ad esame e di riferirne poscia alla Classe.

LETTURE

Il Presidente, Senatore Angelo Genocchi, presenta una memoria in lingua francese su Giovanni Plana, colle seguenti parole comunicategli dal Comm. Avv. Giuseppe Realis, fratello del fu Ingegnere Savino:

« Questa memoria fu scritta dall'Ingegnere Savino Realis nel febbraio del 1864, cioè un mese appena dopo la morte dell'illustre Astronomo; e, per quanto si desume da un'avvertenza posta in margine al manoscritto, era destinata ad esser pubblicata in un giornale francese di matematiche.

« Una tale pubblicazione però non ebbe mai luogo, forse perchè l'estensione della compilazione parve incompatibile col poco spazio, che il giornale soleva concedere a siffatte memorie.

« Morto il REALIS nel febbraio del 1886, e venuto il lavoro a conoscenza di S. E. il Principe BONCOMPAGNI, che onorava l'autore della sua benevolenza, parve a lui ch'esso potesse ancora utilmente pubblicarsi nel pregevole suo Periodico, il *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche;* e ciò non solo per l'attinenza del soggetto colle materie e collo scopo del Periodico stesso, ma anche più perchè l'illustre Astronomo vi è considerato e studiato sotto un aspetto forse poco noto ai suoi biografi, cioè nell'ufficio di Professore, che tenne per ben 40 anni nella R. Università di Torino. ».

A cura pertanto di S. E. il Principe BONCOMPAGNI il lavoro comparve nel fascicolo del citato *Bullettino*, uscito sotto la data del Marzo 1886: ed è l'estratto di questo fascicolo ch'io presento all'Accademia.

Adunanza dell'8 Maggio 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ANGELO GENOCCHI
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, BRUNO, BASSO, D'OVIDIO, BIZZOZERO, NACCARI, MOSSO, GIACOMINI.

Si legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Viene partecipata la morte, avvenuta il giorno 2 di questo mese, del Dott. Bernardo STUDER, Professore di Mineralogia e di Geologia all'Università di Berna e Socio dell'Accademia fino dal 1840.

Si dà lettura di una lettera inviata alla Presidenza dal sig. G. GUILBOT di Parigi, nella quale questi annunzia un pro-

cedimento di sua invenzione per riprodurre, disegnare ed incidere le immagini fotografiche.

Le letture si succedono nell'ordine che segue:

« *Sulla esistenza della ghiandola Harder in un Boschimane; conformazione del muscolo ciliare in individui di razza negra; distribuzione del pigmento nella congiuntiva e nell'iride* »; del Socio GIACOMINI.

« *Sulla variazione di volume di alcuni metalli nell'atto della fusione e sulla dilatazione termica degli stessi allo stato liquido* »; Studio sperimentale dei Dottori Giuseppe VICENTINI e Domenico OMODEI, presentato dal Socio NACCARI.

« *Sul disperdimento dell'elettricità nell'aria umida* »; Nota del Prof. G. GUGLIELMO, presentato dallo stesso Socio NACCARI.

« *Contributo allo studio dello sviluppo della patologia sperimentale delle capsule soprarenali* »; del Dott. Pietro CANALIS, presentato dal Socio BIZZOZERO.

Il Socio D'OVIDIO, anche a nome del condelegato Socio BRUNO, legge una sua Relazione sul lavoro: « *Il passato e il presente delle principali teorie geometriche* »; Considerazioni storiche del Prof. Gino LORIA, che, in seguito a lettura, sono approvate per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* accademiche.

LETTURE

RELAZIONE sulla Memoria: *Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche;* Monografia storica del Prof. Gino LORIA.

La letteratura matematica in generale non possiede che poche opere storiche. Esse si occupano dell'origine, dello sviluppo e delle vicende delle scienze matematiche nell'antichità, nel medio evo e nel moderno; ma non si spingono fino all'epoca presente.

Limitandoci a parlare della sola Geometria, non esiste un'opera dedicata a narrarne la storia dalle origini sino all'odierno mirabile incremento. Abbiamo soltanto alcune monografie speciali, assai pregevoli, ma di limitata estensione, quale rispetto allo stadio che considera, quale rispetto alle teorie che prende in esame. Quando avremo ricordato l' *Aperçu historique* dello CHASLES, il *Discours d'inauguration du cours de Géométrie supérieure* e il *Rapport sur les progrès de la Géométrie en France* dello stesso, alcune prolusioni di HANKEL, REYE, ecc., avremo citato pressochè tutto quel che possediamo in fatto di storia della Geometria. Potremmo, è vero, aggiungervi parecchi dotti *elogi* dei principali geometri morti negli ultimi decennî: p. e. quelli di PLÜCKER, STEINER, HESSE, CLEBSCH, scritti rispettivamente da CLEBSCH, GEISER, KLEIN, e da KLEIN stesso in unione di altri.

Ma da una parte è da considerare che gli scritti storici dello CHASLES non vanno oltre l'anno 1868; e d'altra parte gli elogi ora accennati, benchè forniscano preziosi materiali, pure son lungi dal formare un insieme organico e compiuto.

In conseguenza il Prof. G. LORIA, non solo ha dato prova di coraggio e di perseverante operosità, ma ha anche tentato un'impresa assai utile ed opportuna, occupandosi a disegnare nelle loro linee principali una serie di quadri, nei quali è mostrato il sorgere e il progredire delle più cospicue teorie della Geometria moderna.

Premesso un rapido cenno sulla storia della Geometria nei secoli anteriori al nostro, l'A. espone la storia della Teoria delle curve piane, di quella delle superficie, di quella delle curve gobbe; indi tratta delle rappresentazioni, trasformazioni e corrispondenze, della Geometria della retta, della Geometria non euclidea, e finalmente della Geometria ad n dimensioni. Per ciascuna teoria l'A. pone le questioni più rilevanti, e cita i nomi dei geometri che vi arrecarono più notevole contribuzione. Al testo fa seguito una lunghissima serie di note illustrative, molto utili, aventi soprattutto per oggetto d'indicare i titoli dei lavori ricordati nel testo, le raccolte in cui comparvero, le date; vi si trovano altresì ricordati quegli autori, dei quali non era il caso di far menzione nel testo. L'esposizione corre chiara e vivace, ben concepita è la distribuzione in vari gruppi delle questioni e dei relativi lavori, lodevole la parsimonia dei giudizi. In tanta

vastità di argomenti e in tanta copia di citazioni, sarebbe imprudente affermare che non abbiansi a riscontrare qua e là inesattezze od omissioni o sproporzioni. In fatto di omissioni, ad esempio, non crediamo sufficienti le ragioni che l'A. adduce per dispensarsi dall' includere nella sua indagine la Teoria delle coordinate curvilinee sulle superficie e nello spazio, la Teoria delle coordinate omogenee, e quella delle forme algebriche che le si connette strettamente. Ma tale quale è, questo scritto è lavoro di lena, pregevole e per lo scopo che si prefigge e pel modo con cui vi tende. Il quale scopo è dall' A. indicato con le parole seguenti:

« Il progresso della scienza in genere e della matematica in ispecie, furono in questi ultimi tempi così considerevoli, essi continuano a succedersi ancora in modo così rapido ed incessante, che si fa vivamente sentire il bisogno di gettare uno sguardo retrospettivo sul cammino già fatto, il quale permetta ai novizi di penetrare più facilmente nei misteri di essa, ai già provetti di giudicare con più sicurezza quali siano i problemi di cui è più urgente la soluzione.

« Il desiderio di soddisfare questo bisogno per quanto riguarda la Geometria, cioè per quanto concerne la parte più elevata delle nostre cognizioni positive (poichè, come disse Pascal, *tout ce qui passe la Géométrie nous surpasse*) è ciò che mi spinse a scrivere la Monografia che ho l'onore di sottoporre al giudizio di questa illustre Accademia. Possa questo abbozzo incompleto provocare uno scritto degno dell'altezza del suo scopo; possa questa povera cronaca precedere la storia della Geometria nel nostro secolo! ».

Avuto riguardo al merito intrinseco della Monografia del Prof. Loria, ed alla utilità che essa recherà sicuramente ai cultori della Geometria, e segnatamente ai giovani che a questa intendano dedicare con frutto il proprio ingegno; i sottoscritti propongono alla Classe di ammettere alla lettura la Monografia medesima.

G. Bruno.
E. D'Ovidio, *relatore*.

Annotazioni sull'anatomia del Negro,

del Prof. C. Giacomini

Esistenza della ghiandola d'Harder in un Boschimane. — Duplicità della cartilagine della *Plica semilunaris*.

Nello scorso febbraio io ho avuto l'opportunità di studiare un nuovo individuo di razza Negra, esso forma il XIV della mia raccolta.

Proveniva dall'Africa Centrale dalle vicinanze del lago di N'Gami nella parte settentrionale del deserto di Kalahari. Apparteneva ai Boschimani della tribù di N' Tchaba o Enchabbas. Insieme ad altri cinque suoi compagni sotto il nome di Pigmei dell'Africa, avevano già percorso le principali città d'Europa. A Berlino essi furono studiati molto accuratamente dal Virchow, il quale ne descrisse i caratteri fisici ed antropometrici in un lavoro pubblicato nel *Zeitschrift für Ethnologie*, vol. XVIII, 1886, fascicolo 3°. Più tardi furono presentati alla Società d'Antropologia di Parigi dal Topinard, dall'Hamy e Deniker (1). Essi vengono generalmente considerati come i rappresentanti più bassi della specie nostra.

L' individuo da me studiato corrisponde a quello descritto dal Virchow sotto il Num. 3°. Si chiamava N'Arbessi, nelle rappresentazioni era considerato come una donna. Il colore della pelle era nero-giallastro, i capelli finissimi e raccolti in fiocchi; il naso fortemente depresso alla radice ed al dorso, le labbra mediocremente sporgenti. Fu dichiarato dell'età d'anni 24, ma essa non era la reale. Tutti i punti epifisari dello scheletro erano ancora indipendenti. l'ultimo dente molare non era ancora spuntato, malgrado esso fosse già uscito dall'alveolo. Al pube co-

(1) Topinard, *Présentation de quatre Boshimans.* — Hamy, *Note ethnographique sur les Bosjesmans.* — Deniker, *Quelques observations sur les Boshimans.* Bulletins de la Société d'Anthropologie de Paris, fasc. 4°, 1886.

minciavano a comparire scarsi peli con pronunciato decorso a spirale; nessuna traccia di essi al mento ed alle ascelle. La sua statura, secondo Virchow, era di 1,35 metri. Il peso totale del corpo chilogrammi 30.

Come segni caratteristici esso presentava alcune mutilazioni etniche. La mano destra mancava dell'ultima falange al dito indice ed al medio: l'anulare si presentava amputato in corrispondenza della lunula dell'unghia. La mano sinistra mancava dell'ultima falange del dito mignolo, e l'unghia del medio era deformata.

Le particolarità riscontrate nello studio dei diversi organi e sistemi descriverò in altra circostanza, per ora desidero solo chiamare l'attenzione dell'Accademia sopra quelle che interessano l'organo della visione.

Devo essere grato al prof. Senatore Pacchiotti, se ho potuto avere questo materiale di studio.

Una disposizione anatomica che può essere considerata come caratteristica della razza Negra, si è la presenza di una cartilagine nello spessore della plica semilunaris o membrana nittitante, come si riscontra negli animali nei quali questa membrana conserva il suo primitivo sviluppo. Questa disposizione che io ho riscontrato per la prima volta in due donne Abissine, la rinvenni più tardi su altri otto individui di razza Negra, compreso quello, del quale attualmente mi occupo.

L'esistenza di questa cartilagine fu più tardi confermata dal Dott. Eversbusch di Monaco (1) in un individuo proveniente dall'Egitto e dal Prof. Romiti (2), pure in una donna Egiziana. Questi autori non solo constatarono la presenza di una cartilagine nello spessore della piega semilunare, ma confermarono anche il modo con cui essa si comporta colle parti circostanti ed in ispecie col muscolo retto interno dell'occhio, siccome io aveva descritto nella prima Memoria sull'Anatomia del Negro. Anche le mie successive osservazioni (Memoria 2ª e 3ª) non aggiunsero nulla di nuovo alla prima descrizione.

(1) *Ueber einige Veränderungen der Plica semilunaris*, Von Dr. O. EVERSBUSCH. Munchen, 1883.

(2) *La cartilagine della piega semilunare ed il muscolo pellicciaio nel Negro.* Notizie anatomiche, III, del Prof. ROMITI. Siena, 1885.

Nel Negro recentemente studiato le cose erano un po' più complicate, la plica semilunaris e la sua cartilagine presentavano variazioni, che meritano d'essere descritte, perchè servono a completare lo studio di questa regione della congiuntiva oculare, ed a dimostrare sempre maggiormente il suo significato morfologico.

Il primo fatto che io ho notato appena si cercò di mettere allo scoperto la cartilagine della plica, si fu che essa era grandemente sviluppata e maggiore di quelle fino ad ora studiate; ma volendo meglio isolarla dalle parti circostanti, si trovò che essa era doppia. Le due cartilagini erano disposte sullo stesso piano verticale, l'una perciò sovrapposta all'altra: la superiore molto più piccola aveva l'aspetto di un piccolo nodulo cartilagineo accessorio, l'altra invece costituiva la parte essenziale per la forma, il volume e i rapporti.

Ad un primo esame ho dubitato che questo fatto dipendesse dal modo di dissezione, la quale avesse diviso in due parti ciò che primitivamente era unito.

In allora feci indurire con gli ordinari metodi il globo oculare di sinistra unitamente alle parti molli dell'orbita senza previa dissezione e quindi praticai sezioni trasversali di tutto l'angolo interno dell'occhio cominciando dalla parte superiore.

E così tutta questa regione fu divisa in oltre 200 sezioni, le quali furono tutte colorite e conservate in serie, e l'esame successivo di esse ci dimostra le minime particolarità di struttura e le modificazioni che questa subisce nei diversi punti.

Nelle prime sezioni, le più superiori, non esiste traccia di plica semilunaris, la mucosa congiuntivale nel passare dalla faccia profonda della palpebra superiore al globo oculare presenta una grande quantità di rilievi irregolari nella forma e nella posizione che prenunziano la formazione della plica e che scompaiono avvicinandosi al margine della cornea. L'epitelio è cilindrico stratificato. Nel campo della sezione si notano solo piccoli fasci di fibre muscolari liscie, le quali colle loro estremità anteriori vanno a perdersi nello spessore della palpebra superiore verso la faccia congiuntivale. Questi elementi persistono per tutta l'altezza della regione che stiamo studiando, e formano così nel loro insieme una specie di sottile membrana muscolare che lega la parte interna delle due palpebre probabilmente con l'espansione del muscolo retto interno. È importante di ben precisare la posizione di questi fasci di fibre muscolari liscie, evidentissime in tutte le

sezioni, poichè le parti che andremo descrivendo si trovano situate subito alla faccia profonda di esse e contraggono colle medesime rapporti abbastanza intimi.

Alla nona sezione compare la cartilagine prima come un tratto sferico più trasparente, che si va quindi allungando nel senso antero-posteriore per assumere in ultimo la forma di un ovale colla piccola estremità rivolta in avanti. Essa, quando ha raggiunto il suo massimo sviluppo, presenta la lunghezza di 1 $^1/_2$ millimetro, e venne compresa in 25 sezioni trasversali un po' robuste. È involta in un tessuto connettivo lasso con cellule adipose. Colla sua faccia interna corrisponde al tessuto fibroso che va ad inserirsi alla sclerotide, colla sua faccia esterna ai fasci di fibre muscolari liscie già accennati coi quali ha più strette connessioni (Fig. 1^a).

Nelle sezioni che comprendono questa cartilagine, la congiuntiva nel punto in cui sta per applicarsi al globo oculare, presenta due sporgenze che andranno esagerandosi quanto più ci porteremo in basso e che costituiscono l'estremità superiore della plica semilunaris. Al disotto della congiuntiva e precisamente nel punto dove sorgono queste due pieghe si nota una piccola ghiandoletta a grappolo, il cui condotto escretore va ad aprirsi alla parte interna di esse.

Procedendo in basso la cartilagine va assottigliandosi in tutti i suoi diametri finchè scompare alla 34^a sezione, ed al suo posto nelle sezioni successive, si nota un tessuto connettivo compatto con scarsi vasi sanguigni, il quale evidentemente costituiva una continuazione del pericondrio, che andava a congiungersi con quello della cartilagine inferiore, riunendole fra di loro (Fig. 2^a). Questo stato continuava per lo spessore di 12 sezioni trasversali, nelle quali non si notava altro che un aumento nella plica semilunare, finchè alla 47^a sezione compariva l'estremità superiore della seconda cartilagine.

Questa assumeva tosto più vaste proporzioni avendo una lunghezza di 4 $^1/_2$ millimetri, una altezza di 7 millim. ed uno spessore eguale alla prima. La sua faccia oculare era leggermente concava, la orbitaria convessa; questa seconda cartilagine aveva la conformazione, la struttura ed i rapporti di quella che io ho descritto nella mia prima Memoria. È quindi inutile che io qui ripeta la descrizione. Essa è la vera cartilagine della plica semilunaris, mentre la cartilagine superiore deve essere considerata come soprannumeraria od accessoria (Fig. 3^a).

Nel campo dove essa raggiungeva il massimo sviluppo, si notavano pure all'esterno di essa fibre muscolari liscie, meno numerose però, che non superiormente. La massima parte di queste fibre non aveva che rapporti di vicinanza colle dette cartilagini, alcune però terminavano al loro pericondrio in ispecie della cartilagine accessoria alla sua estremità posteriore. Per il decorso ed i rapporti questi fasci muscolari ricordavano le fibre striate che io aveva notato nell'Orang (1ª Memoria, pag. 20) ed identica pure doveva essere la funzione.

La piega semilunare nella sua parte media si presentava caratteristica nel nostro individuo, oltre ad assumere uno sviluppo in lunghezza maggiore dell'ordinario, essa era divisa in due parti, delle quali la più superficiale la vera plica semilunaris persisteva per tutta l'altezza della regione, la profonda meno sporgente scompariva nelle sezioni inferiori. Tanto l'una come l'altra si facevano notare per le grandi irregolarità che presentavano alla loro superficie libera, prodotte da pieghe secondarie della mucosa, le quali nelle faccie che si corrispondevano si alternavano regolarmente, compenetrandosi vicendevolmente quasi fossero cagionate da una pressione continuata. Nulla presentavano nella loro intima costituzione che fosse degno di nota.

Nelle sezioni della parte media della plica alla faccia interna della caruncula lacrimale, si avvertì un'altra ghiandoletta a grappolo, con un condotticino molto lungo e tortuoso, il quale veniva ad aprirsi sulla mucosa subito all'interno degli elementi che costituiscono la caruncula. Questa ghiandoletta è della medesima natura di quella notata nei piani superiori, ed ambedue appartengono alle ghiandole sotto congiuntivali, non rare ad osservarsi tanto nella razza Negra come nella Bianca, ed incostanti nella loro esistenza e nella loro posizione.

Ma procedendo nel caso nostro a studiare le sezioni inferiori, si riscontra una particolarità del massimo interesse e fino ad ora non ancora descritta nella specie nostra. Nelle sezioni che comprendono l'estremità inferiore della cartilagine principale, subito al davanti di essa compare improvvisamente un organo ghiandolare, che assume tosto grande volume e che si presenta costituito da tre lobuli ben individualizzati e tenuti separati per un tessuto connettivo. Questa ghiandola ha rapporto diretto colla cartilagine, si trova solo da essa divisa da un po' di tessuto cellulo-adiposo (Fig. 4ª).

La divisione in lobuli appare più evidente nella parte inferiore, superiormente però essi sembrano fondersi insieme e qui si trova il canale escretore unico, il quale si origina dal centro della ghiandola, per la riunione di tre canali secondari, ciascuno dei quali è una vera dipendenza dei tre lobuli. Così costituito il canale si dirige in alto ed in avanti descrivendo flessuosità tanto nel senso trasversale quanto nel verticale, per cui nei singoli preparati non è possibile di vederlo in tutto il suo decorso ed un preparato contiene più sezioni del medesimo. Esso però può facilmente essere accompagnato fino alla parte più profonda del solco che si trova fra la base della plica semilunare e la congiuntiva bulbare dove esso si apre.

Più in basso, quando la cartilagine è intieramente scomparsa e la ghiandola fortemente diminuita, compaiono altre due piccole ghiandolette l'una in avanti in corrispondenza della base della plica, e l'altra all'indietro nel medesimo punto dove nei piani superiori esisteva la cartilagine. Queste due ghiandolette sono indipendenti fra di loro e dalla ghiandola prima descritta, più piccole di questa, e ciascuna con un condotticino distinto e tortuoso vanno anch'esse a versare il secreto all'interno della plica semilunare.

Riguardo alla struttura ho notato ad un superficiale esame che gli acini ghiandolari, alcuni di forma abbastanza regolarmente circolare, altri allungati, sono divisi da un lasso tessuto connettivo infiltrato da una certa quantità di cellule linfoidi. Le cellule che tappezzano l'acino, di figura conica, sono disposte in un unico strato, colla base all'esterno verso la membrana propria e l'apice all'interno; poco distinte nei loro contorni, presentano un nucleo ben spiccato ed in molta vicinanza alla membrana di sostegno. Il lume dell'acino molto ristretto appare sotto forma di un piccolo punto trasparente.

I condotti escretori oltre ad una tonaca connettiva più robusta e più stipata, si differenziano ancora per la loro ampiezza e per il rivestimento epiteliare cilindrico, che fortemente si colora col carmino ed ematossilina, e disposto in doppio strato. Dalla parte profonda arrivano alle ghiandole abbondanti vasi sanguigni.

I fasci di fibre muscolari liscie che abbiamo veduto decorrere all'esterno della estremità posteriore delle cartilagini, mantengono il medesimo rapporto colle ghiandole; solo le fibre sono

più numerose ed alcune di esse si interpongono fra le due ghiandolette inferiori, e terminano nello spessore della palpebra inferiore.

Dopo aver constatato nei preparati microscopici la presenza delle ghiandole, siccome si presentavano abbastanza voluminose, variando da 1 1/2 millimetri a 3 millimetri, volli studiarle macroscopicamente sull'altro occhio ancora aderente alla maschera. E ciò mi riuscì molto facile. Cercando colla punta del coltello di isolare il margine inferiore della cartilagine principale, dilacerando il tessuto connettivo non troppo stipato, che lo legava alle parti circostanti, misi allo scoperto tre piccoli noduli ghiandolari indipendenti fra loro, ma strettamente legati al margine della cartilagine; e continuando la dissezione con qualche accuratezza, ho potuto anche mettere in evidenza i condotti escretori diretti leggermente in alto ed in avanti verso la congiuntiva. Tutto ciò si vede riprodotto senza alcun ingrandimento nella Fig. 5.

Malgrado l'osservazione microscopica non abbia bisogno di conferma, tuttavia la dimostrazione macroscopica la credo non priva d'importanza, servendo a meglio chiarire la posizione topografica delle parti, ed a farci convinti che la semplice dissezione ben diretta è sufficiente a constatare la presenza di questi organi ghiandolari al disotto della plica semilunare con grande risparmio di tempo. La qual cosa non è affatto indifferente quando si vogliano instituire numerose ricerche di confronto nella nostra razza, per vedere se essi talora non compaiono, come è molto probabile avvenga, anche indipendentemente dall'esistenza della cartilagine della plica, e determinarne così il grado di frequenza.

Sul significato delle ghiandole che son venuto descrivendo io, credo che non possa sorgere dubbio. Esse sono il rappresentante nella specie nostra della ghiandola d'Harder o ghiandola della membrana nittitante molto sviluppata negli animali, nei quali la plica semilunare assume più vaste proporzioni ed ha ancora una funzione ben manifesta.

Fin da quando io aveva trovato la cartilagine della piega semilunare nel Negro, e cercato la sua presenza negli individui appartenenti alla nostra razza, mi sono sempre occupato della ghiandola d'Harder, ma le mie ricerche riuscirono infruttuose.

nè altri anatomici furono più fortunati di me: per cui oggidì non è ammessa nemmeno la possibilità dell'esistenza della ghiandola d'Harder nella specie nostra.

Non è raro però di riscontrare al disotto della congiuntiva, in corrispondenza della plica semilunare, anche senza la presenza della cartilagine, piccole ghiandolette a grappolo, che possono assumere un certo volume (1ª Memoria, pag. 29, fig. 3, tav, 2ª), della natura di quelle che si trovano in altre località della congiuntiva e conosciute col nome di *ghiandole sotto congiuntivali*, e se possono venir considerate come una dispersione della ghiandola d'Harder, non hanno però il significato morfologico di quella da me ora descritta. E difatti nel caso nostro abbiamo in due punti dell'altezza della plica notato l'esistenza di queste ghiandolette e ciò malgrado la ghiandola d'Harder esistesse ben distinta. Il che dimostra come le prime non possono essere considerate come una dipendenza dell'ultima.

La ghiandola riscontrata nel nostro Negro, per posizione, rapporti e costituzione, ci ricorda quella da me descritta nel *Cercopiteco* e nel *Cinocefalo*, solo nel Negro essa si presentava molto più sviluppata e risultava costituita da diverse ghiandole indipendenti con speciale condotto escretore, appunto come si osserva negli animali, dove essa è meglio sviluppata.

Dall'anatomia comparata si sa che la ghiandola d'Harder, forma parte dell'apparecchio ghiandolare in relazione colla congiuntiva, insieme alla vera ghiandola lacrimale; che ambedue hanno la stessa origine ectodermica e provengono dalla divisione di un organo ghiandolare primitivamente unico; e che finalmente prodotta questa distinzione, si manifesta un vero antagonismo di sviluppo nelle due parti della primitiva ghiandola oculare; quanto più sviluppata è la ghiandola d'Harder, tanto minore è la lacrimale e questa può anche mancare come negli anuri. Nei vertebrati superiori invece, nei quali la ghiandola lacrimale ha assunto più ampio sviluppo, la ghiandola d'Harder diviene sempre più piccola finchè scomparirebbe nei primati e nell'uomo.

Ora nel nostro Negro ho voluto vedere come si presentassero le ghiandole lacrimali ed ho trovato che esse tanto nella porzione orbitaria, quanto nella palpebrale erano evidentissime e forse più pronunciate di quanto si riscontra ordinariamente nella nostra razza.

L'anatomia comparata c'insegna ancora che sotto il nome di ghiandola d'Harder, si comprendono organi di struttura e funzione diversa. Nei *rosicchianti* infatti la ghiandola verrebbe considerata come appartenente alle sebacee composte, il secreto operandosi però coll'identico processo col quale si forma la secrezione lattea, colla quale ha così grande rassomiglianza. Negli ovini e bovini essa si avvicina alla ghiandola lacrimale vera ed il secreto è di natura sieroso. In altri mammiferi invece come nel coniglio e nel lepre, la ghiandola di Harder sarebbe di natura mista, *siero adiposa*, stabilirebbe come un punto di passaggio fra le une e l'altre.

Anche riguardo alla conformazione della parte secernente della ghiandola si trovano differenze molto pronunciate nelle diverse classi d'animali. Nei rettili ed uccelli essa sarebbe una *ghiandula tubulare composta*, mentre nei mammiferi apparterrebbe, come la ghiandola lacrimale vera, alle *ghiandole a grappolo* (1). E siccome studi recenti fatti sul modo di presentarsi dell'acino delle ghiandole a grappolo, avrebbero dimostrato che questo invece di essere più o meno regolarmente sferico od ovoide, talora la lunghezza prepondera grandemente sulla larghezza, per modo da assumere la forma molto allungata e tubulare, così molte ghiandole come il pancreas e le salivari ad es. che erano fino ad oggi considerate come tipiche delle ghiandole a grappolo, alcuni autori tra i quali Ebner, Asp, Hermann, le considerano invece come appartenenti alla categoria delle ghiandole tubulari. Questo stesso dubbio è sorto riguardo alla conformazione della ghiandola d'Harder nei mammiferi. Mentre il Wendt colla maggioranza dagli autori considerano questa ghiandola di natura acinosa; il Kamocki invece nei rosicchianti la classifica fra le tubulari, e la paragona alle ghiandole salivari (2).

Tutto ciò dimostra in modo evidente, come sotto la denominazione di ghiandola d'Harder si intendono parti diverse situate all'angolo interno dell'occhio ed in rapporto più o meno

---

(1) *Zur Anatomie der Thränendruse.* Sardemann. Zoolog.-Anzeiger. n. 179. — *Sur la structure de la glande de Harder du Canard domestique*, par Jules Mac Leod, Archives de Biologie, vol. 1°.

(2) *Ueber die Harder'sche Druse der Säugethiere*, Wendt Edmund. Strasburg, 1877. Diss. — *Ueber die sogenannte Hardér'sche Druse der Nager*, Kamocki W., in polacco ed in russo. Jahresberichte der Anatomie und Phylologie, vol. XI, 1883

diretto colla terza palpebra e che probabilmente hanno struttura e significato diverso; e prima di fare nuove ricerche per rischiarare la questione, converrebbe risalire alla descrizione originale di Harder, onde vedere a quali organi ed in quali animali fu più in special modo applicata questa denominazione che probabilmente più tardi ha avuto maggiore estensione.

Ora ritornando al nostro Negro, per le cose sovra esposte, sarebbe stato non privo d'interesse di studiare attentamente l'intima costituzione della ghiandola della membrana nittinante, e paragonandola con la lacrimale e con le altre ghiandole che si riscontrano nella congiuntiva, stabilirne la natura.

Siccome però le sezioni dell'angolo interno dell'occhio di sinistra, avendo uno scopo puramente topografico, erano troppo robuste per rilevare in esse le più minute particolarità di struttura, così io presi la ghiandoletta inferiore dell'occhio di destra e dopo averla colorita in massa col borace carmino, la divisi in 70 sezioni. Allo stesso processo sottoposi un piccolo tratto della ghiandola lacrimale, sia nella porzione palpebrale come nella porzione orbitaria.

Le preparazioni della ghiandola d'Harder, riescirono molto chiare e convincenti. In esse all'esame microscopico si notò una forma diversa della porzione secernente. Questa nel maggior numero dei punti si presentava di forma abbastanza regolarmente circolare, in altri invece allungata a guisa di tubo, terminando da una parte con una estremità un po' dilatata, e dall'altra andando ad unirsi con le parti circostanti. Questo fatto si è potuto ben scorgere esaminando sezioni successive, poichè tutte furono conservate nell'ordine in cui vennero eseguite.

Le cellule di rivestimento dell'acino e dei tubi ghiandolari erano disposte sopra un unico strato, cilindriche o coniche colla base verso la membrana di sostegno e l'apice all'interno circoscrivevano un piccolo spazio puntiforme. Il nucleo molto cospicuo, intensamente colorito, era situato nel terzo esterno delle cellule. Conteneva evidenti e spiccate granulazioni, disposte in modo da ricordare uno stato cariocinetico. Il corpo cellulare quasi incoloro comprendeva finissime granulazioni in specie verso la parte interna. I contorni delle cellule erano poco marcati. Il canale escretore anche qui sorgeva dalla parte centrale della ghiandola e si distingueva per la maggiore colorazione degli elementi epiteliari e per essere disposti sopra due strati.

Malgrado le porzioni della ghiandola lacrimale utilizzate per studio di confronto avessero subito un raggrinzamento per effetto dei liquidi conservatori, e rispondessero un po' diversamente alla sostanza colorante, ciononondimeno ho potuto farmi un convincimento che non vi esistevano essenziali differenze fra le due ghiandole. Differenze invece più marcate si notavano quando si paragonavano queste ghiandole con quelle che si riscontrano non raramente nell'angolo interno dell'occhio, siano esse di natura prettamente mucipara od appartengano alle sottocongiuntivali. Le une e le altre però nella regione della quale stiamo discorrendo, meriterebbero di essere più attentamente studiate nella nostra razza, presentando esse variazioni molto pronunciate tanto nello sviluppo quanto nella costituzione.

Dallo studio fatto noi possiamo quindi conchiudere che le ghiandole riscontrate nello spessore della piega semilunare del nostro Boschimane, appartenevano alle ghiandole acino-tubulari ed erano di natura sierosa od albuminosa e che quindi potevano considerarsi come una dipendenza delle vere ghiandole lacrimali.

Anche il modo con cui si comportava la cartilagine della plica semilunare nel nostro soggetto, ha una certa importanza. La cartilagine soprannumeraria riscontrata alla parte superiore dell'angolo interno, evidentemente deve essere considerata non come una formazione indipendente, ma piuttosto come un frammento della cartilagine principale Essa ricorda le cartilagini sessamoide e di altre parti dove esiste uno scheletro cartilagineo (laringe, naso) ed essendo involta da lasso tessuto connettivo, e non avendo stretti legami colle parti circostanti può subire facilmente degli spostamenti, emigrare dalla località dove primitivamente erasi formata, allontanarsi dalla cartilagine principale e dalla plica, ed assumere rapporti nuovi. Tutto ciò si opera in principal modo, in seguito ai frequenti e svariati movimenti del globo oculare e forse anche per la contrazione delle fibre muscolari liscie sopra descritte, le quali per la loro direzione hanno per iscopo di tirare indietro ed in alto il nodo cartilagineo.

Ed io credo che anche la cartilagine principale o nella sua interezza, o divisa prima in frazioni subisca frequentemente dei cambiamenti di posizione sotto l'influenza di cause diverse, e sia questa una delle ragioni per cui così di rado vien riscontrata questa cartilagine nella nostra razza, o riscontrata in altri punti

della congiuntiva, difficilmente vien ricondotta alla sua origine. E la divisione in piccoli frammenti e la dispersione di essi nel tessuto sottocongiuntivale stimo che siano i due processi per mezzo dei quali avviene la scomparsa della cartilagine della plica non solo, ma talora anche della ghiandola d'Harder.

Quando in questa emigrazione le parti si mantengono sempre lontane dalla superficie congiuntivale, esse non sono avvertite all'esame esterno, e possono anche non cagionare inconvenienti di sorta; ma se esse si spingono in avanti e fanno rilievo colla superficie libera della mucosa, in allora esse producono tumoretti più o meno evidenti, i quali per la posizione e lo sviluppo, possono domandare l'intervento del pratico. Esportati, si trovano costituiti essenzialmente da un nucleo cartilagineo e da tessuto ghiandolare: queste produzioni comprese fra i tumori dermoidi della congiuntiva furono notati da diversi autori fra i quali mi piace citare Græfe, Reymond, Gallenga. Ed io credo essere completamente nel vero quest'ultimo autore, quando considera questi tumori congiuntivali come prodotti dallo spostamento della cartilagine della piega semilunare oppure di parti di essa (1).

Questa osservazione completa lo studio da me fatto della plica semilunare e dei suoi elementi costitutivi nell'uomo e dimostra come quest'organo, per quanto rudimentario, può talora comparire nelle razze inferiori della specie nostra con tutti i caratteri morfologici quali noi le riscontriamo nelle specie animali dove è meglio sviluppato. Ed io credo che alloraquando l'attenzione del ricercatore sarà più in special modo diretta sopra questo punto con maggior frequenza ed abbastanza facilità, si troveranno i ruderi sparsi di questo piccolo apparato, andato in rovina per mancato esercizio.

Muscolo ciliare nei Negri.

Sull'anatomia dell'occhio del Negro noi possediamo scarsissime nozioni: quindi anche il poco che venisse fatto in questo campo, avrebbe sempre una certa importanza per stabilire confronti con l'occhio della nostra razza. Evidentemente il materiale

---

(1) *Contribution à l'étude des tumeurs congénitales de la conjonctive et de la cornée.* Considérations sur leur genèse par GALLENGA. Annales d'oculistique, 1885.

di studio per il modo e l'epoca in cui era raccolto, non è troppo adatto per ricerche minute sulle parti più delicate dell'organo; ciò non di meno molte particolarità sono ancora ben distinte e possono essere studiate colla massima accuratezza.

La mia attenzione fu chiamata in principal modo sul muscolo ciliare. Sapendo le grandi varietà che questo muscolo presenta nella nostra razza sia riguardo alla forma, sia riguardo alla sua intima costituzione, e sapendo ancora come queste variazioni sono messe in rapporto col grado di rifrazione statica dell'occhio, ho creduto meritevole di studio questa questione negli individui di razza Negra.

Per questo scopo ho fatto sezioni molteplici della regione ciliare in diversi punti della sua circonferenza dell'occhio sinistro dell'Oss. I, dell'occhio destro dell'Oss. II, del destro della Oss. X e del sinistro Oss. XIV.

Notiamo innanzi tutto come il muscolo fosse difficile ad esaminarsi nelle sue parti costitutive, essendo in esso abbondanti le cellule pigmentate ordinarie della coroide. Queste nei due terzi esterni del muscolo, vale a dire in corrispondenza delle fibre muscolari longitudinali, erano più numerose ed allungate, col loro asse parallelo alle fibre muscolari sulle quali esse si trovavano applicate, o meglio sulle lamelle muscolari formate da queste fibre. Le cellule pigmentate cessavano affatto là dove le fibre longitudinali si raccoglievano nel cercine tendineo per andare ad inserirsi alla faccia profonda della sclerotide, completando come d'ordinario la parete interna del canale dello Schlemm. Verso l'angolo interno od anteriore del muscolo le cellule pigmentate erano più irregolarmente sparse attorno ai piccoli fasci di fibre muscolari circolarmente disposte.

In tutti i casi osservati il muscolo si trova ben svolto tanto nella parte meridionale, quanto nella porzione circolare. La parte meridionale o muscolo del Brücke anteriormente costituiva circa la metà esterna dello spessore del muscolo, posteriormente invece lo formava per intero. Risultava da diverse lamelle concentricamente disposte e divise dalle cellule pigmentate fusiformi che abbiamo accennate più sopra.

La porzione circolare o muscolo del Müller era molto pronunciata ed occupava tutta la parte antero-interna, lo sviluppo era un po' maggiore nelle Oss. I e XIV. Si presentava sotto forma di piccoli fasci muscolari di volume diverso, circondati da abbon-

dante tessuto connettivo nel quale si notavano cellule pigmentate, irregolarmente disposte. I fasci di volume maggiore occupavano l'angolo interno e sulla faccia anteriore giungevano fino in corrispondenza della inserzione dell'iride al corpo ciliare.

Il muscolo ciliare raggiunge nella specie nostra il massimo di sviluppo. Le fibre longitudinali sono le fibre fondamentali del muscolo, quelle che si trovano in tutti gli animali dove esiste un muscolo ciliare, sia sotto forma liscia o striata. Le fibre circolari sono fibre di aggiunta o di perfezionamento non riscontrandosi che nelle scimmie più superiori e nell'uomo; sono quindi esse che presentano le più grandi varietà.

Dalle ricerche infatti di Iwanoff, confermate da Arlt e E. Schultze si sa oggidì che le fibre circolari sono quelle che subiscono le maggiori variazioni nei diversi individui della nostra razza, potendo esse mancare completamente, oppure essere grandemente sviluppate. Per cui furono distinti tre tipi nella costituzione del muscolo ciliare, l'uno normale, nel quale le fibre circolari si trovano mediocremente svolte; in sezione meridiana il muscolo ciliare ci appare sotto forma di un triangolo rettangolo, l'angolo retto essendo in avanti ed all'esterno (angolo sclero-ciliare). Questo tipo corrisponderebbe all'occhio emmetropo.

Il secondo tipo è quello nel quale manca completamente il muscolo del Müller ed il muscolo ciliare è esclusivamente formato dalle fibre longitudinali. L'angolo sclero-ciliare allora invece di essere retto è acuto. Esso sarebbe caratteristico dell'occhio miope.

E finalmente il terzo tipo è quello nel quale le fibre circolari sono grandemente svolte, e l'angolo antero-esterno si presenta ottuso. E questo tipo si riscontrerebbe di preferenza nell'occhio ipermetropo, nel quale l'accomodamento è sempre in azione.

Ora volendo riferire ad uno di questi tipi il muscolo ciliare dei negri esaminati, noi possiamo dire che lo sviluppo delle fibre circolari è tale che esso deve essere ascritto piuttosto al 3° tipo che non al 1°; vale a dire che essi devono essere considerati come occhi leggermente ipermetropi, e ciò in grado diverso, più manifesta è l'ipermetropia nelle Oss. I e XIV meno evidente nelle Oss. II e X. In tutti però la potenza d'accomodamento doveva essere molto grande.

Dalle osservazioni sopradescritte evidentemente non è possibile trarre alcuna deduzione. Questo studio avrebbe avuto mag-

gior valore se io avessi potuto esaminare gli occhi di tutti i miei negri. Ma anche così ristretto può avere una certa importanza, in primo luogo per la sua novità non essendo a mia conoscenza lavori speciali fatti sopra questa regione delle razze colorate, poi per la completa concordanza dei risultati e finalmente perchè questi risultati sono perfettamente d'accordo colle osservazioni fatte su individui viventi di razze inferiori.

La miopia infatti è rarissima nella razza negra e nelle razze selvaggie. Il dott. Callan nelle scuole negre di New-Jork ha trovato che la ipermetrofia raggiungeva la proporzione del 90 %, l'emmetropia il 9,5 % (1).

Il Chippeway nelle sue osservazioni sopra *Indiani* ha trovato che essi in parte erano emmetropi ed in parte presentavano *ipermetropia* non considerevole.

Il dott. Seggel (2) in 8 abitanti dell'Isola del Fuoco ha potuto convincersi come i loro occhi fossero emmetropi e dotati di grande potenza visiva. Ed in generale si può asserire che i popoli selvaggi hanno un occhio meglio conformato dei popoli civilizzati. Se la civilizzazione ci reca molti vantaggi, essa però ha un'influenza malevola sul perfetto sviluppo del nostro organo della visione.

Mi limito a queste poche osservazioni, perchè le credo sufficienti a dimostrare la perfetta corrispondenza tra il modo con cui si presentava il muscolo dell'accomodamento negli individui negri esaminati e le ricerche fisiologiche fatte su individui della medesima razza o d'altre razze selvaggie.

Distribuzione del pigmento.

Anche la grande quantità di pigmento che si trova nel globo oculare del Negro ed il modo suo di distribuzione, merita d'essere brevemente ricordata, prima di passare ad altro argomento. Questo carattere non ha certo l'importanza di quelli che siamo andati studiando più avanti, non manca però di un certo interesse, per renderci ragione di alcune particolarità facili a rilevarsi ad un semplice esame dell'occhio del Negro.

---

(1) American Journal, april 1875.

(2) *Ueber die Avgen der Feuerländer*, ecc., par Dr. D. Seggel. Archiv fur Anthropologique, vol. XIV, 1883.

La congiuntiva oculare nella razza nostra si presenta perfettamente trasparente lasciandoci scorgere la colorazione della sclerotide e dei vasi sottostanti. Nel Negro invece essa è più o meno fosca, e ciò dipende da granuli pigmentari che si trovano depositati nelle cellule epiteliari profonde della congiuntiva, vale a dire negli elementi che corrispondono a quelli dove si trova raccolto il pigmento della cute. La pigmentazione è meno pronunciata nella congiuntiva che riveste le palpebre. Subisce una leggera esagerazione sul contorno della cornea per cessare completamente nel momento in cui l'epitelio fattosi più regolarmente pavimentoso e meno robusto, riveste tutta la superficie corneale. Però in alcuni casi si osservano cellule pigmentate anche per un certo tratto sulla superficie corneale. Alla parte periferica sono disposte in serie regolari, ma più internamente una cellula pigmentata è divisa da due o tre che non contengono pigmento, finchè scompaiono affatto.

Riguardo alla membrana irido-coroidea abbiamo già accennato agli elementi pigmentati che si trovano interposti alle fibre del muscolo ciliare. Ma dove il pigmento assume più forte sviluppo si è sull'iride.

La colorazione dell'iride nella nostra razza è dovuta a cellule pigmentate più o meno fortemente, le quali si trovano irregolarmente sparse nello spessore dell'iride stessa e si raccolgono talora anche alla superficie anteriore in forma di gruppi per cui la colorazione non si presenta uniforme. Negli occhi dei negri che ho studiati e principalmente nelle tre prime osservazioni l'iride vista in sezione trasversale può essere distinta in tre parti; uno strato pigmentato posteriore l'uvea, un secondo anteriore pure pigmentato ed uno strato interposto.

Lo strato posteriore o l'uvea non presenta nulla di speciale. Esso termina in corrispondenza della piccola circonferenza dell'iride formando un leggero rialzo nel mentre si continua con lo strato anteriore. Questo è veramente caratteristico, poichè forma uno strato riccamente pigmentato, il quale riveste tutta la faccia anteriore dell'iride, simulando quasi una continuazione dell'uvea sulla faccia anteriore e presentando presso a poco uno spessore uguale a questa. Questo strato si estende con disposizione uniforme dalla piccola alla grande circonferenza dell'iride dove esso cessa bruscamente, ed in alcune sezioni in questo punto si scorgono i rudimenti del canale trabecolare di Fontana, che si sa essere appena accennato nella specie nostra.

Studiando più attentamente questo strato si vede che nella sua parte superficiale è costituito da cellule globose molto evidenti, completamente ripiene di pigmento, le quali dànno un aspetto un po' irregolare alla superficie libera, ed in alcuni punti in ispecie nelle depressioni, si notano degli elementi non ben definiti privi di pigmento, i quali probabilmente costituiscono traccie del rivestimento epiteliare, continuazione di quello della membrana di Descemet, che è ben conservato e distinto in tutta l'estensione della faccia profonda della cornea. Al disotto delle cellule globose se ne trovano altre più numerose, stipate, di forma diversa e pure fortemente pigmentate le quali costituiscono il massimo spessore di questo strato.

Questa disposizione non deve esser considerata come propria degli individui che stiamo studiando, essa non è che una esagerazione di ciò che si osserva talora nella nostra razza negli individui che presentano gli occhi neri. E difatti nel Boschimane dove il pigmento era meno pronunciato e dove per la colorazione della pelle si poteva rimanere in dubbio se esso dovesse essere classificato alla razza negra o gialla, l'iride si presentava di un bruno meno intenso, e lo strato del quale stiamo parlando era meno pronunciato che non negli altri individui che per la colorazione della pelle erano veramente tipici della razza cui appartenevano.

La parte interposta fra i due strati di pigmento era costituita dalle ordinarie cellule ricche in pigmento con prolungamenti molteplici. Solo al limite posteriore di questa parte media le cellule andavano facendosi globose e si disponevano in uno strato abbastanza regolare per modo da limitare insieme all'uvea, uno spazio lineare che appariva più intensamente colorito col carminio, nel quale, malgrado non si potesse distinguere coll'esame microscopico alcuna particolarità di struttura, probabilmente stavano situate le fibre muscolari raggiate dell'iride od il dilatatore della pupilla.

Invece ben evidenti apparivano le fibre muscolari dello sfintere della pupilla, il quale occupava il terzo interno dell'iride e faceva una leggera sporgenza sulla superficie posteriore di essa.

La disposizione del pigmento dell'iride ci spiega il modo di presentarsi di questa membrana nella razza negra. Al qual riguardo mi piace di riferire le parole del Sœmmering: « La tinta uniforme e bruna dell'iride è in oltre motivo che, se osservi l'occhio del negro a distanza non maggiore di quella che si richiede a ben distinguere nel nostro la pupilla, non giungi a scernerla in quello.

ed il complesso della pupilla e di tutta la stella dell'iride non vi ti rappresenta che una macchia egualmente nera. Il che influisce moltissimo a rendere più tristi e meno vivaci questi occhi ».

L'ultimo fatto che desidero notare riguarda l'entrata del nervo ottico nel globo oculare. Si ammette da alcuni autori che la coroide intervenga nella formazione della lamina cribrosa, che le fibre del nervo ottico attraversano nel mentre si spogliano della loro guaina midollare per espandersi quindi nella retina. Anzi il Müller asserisce che in alcuni casi si riscontrano cellule pigmentate fra gli elementi connettivi situati fra i fasci nervosi, e che un sottile strato di essa si possa seguire per un certo tratto lungo la guaina interna considerata come dipendenza della pia madre.

Avendo fatto sezioni microscopiche del nervo ottico nel mentre si addentra nel globo oculare dell'Oss. X; ho voluto vedere se si verificasse qui, dove il pigmento assume così grande sviluppo ed accompagna per un tratto più o meno lungo i vasi sanguigni nel mentre attraversano la sclerotide, il fatto sopracitato del Müller. Ma la coroide si è presentata nettamente, limitata da un margine obliquo dall'avanti all'indietro e dall'interno all'infuori. In alcuni punti l'estremità posteriore di tale margine si prolungava leggermente all'indietro ed all'interno come se volesse addentrarsi nello spessore del nervo ottico. Ma fra le fibre di questo, come in corrispondenza delle guaine d'involucro, non si scorgevano cellule pigmentate.

I fatti sopradescritti hanno evidentemente un significato molto diverso. L'esistenza della cartilagine e della ghiandola della membrana nittitante è senza dubbio un carattere d'inferiorità o regressivo, non avendo più queste parti alcuna importanza fisiologica, e ricordandoci solo uno stadio della via percorsa della specie nostra per giungere allo stato attuale.

La disposizione del muscolo ciliare ci esprime invece una reale superiorità, essendochè, *caeteris paribus*, mette l'occhio del Negro nelle migliori condizioni per una esatta e perfetta osservazione.

La distribuzione più abbondante del pigmento nell'occhio del Negro è un carattere d'adattamento alle condizioni in cui gli individui vivevano, quindi esso non ha l'importanza degli altri due, non essendo un carattere tipico ma secondario, e potendo subire le più grandi variazioni quando mutano le condizioni di esistenza.

Lit. Salussolia - Torino

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. Sezione dell'angolo interno dell'occhio di sinistra che comprende la cartilagine superiore della piega semilunare (*c. s*); *g*, ghiandola sottocongiuntivale che si apre alla parte interna delle due pieghe della mucosa (*p*) che prenunziano la piega semilunare; *m*, fibre muscolari liscie.

» 2. Sezione corrispondente all'intervallo che esiste fra la cartilagine superiore e l'inferiore. La piega semilunare *p*, è meglio pronunciata; *m*, fibre muscolari.

» 3. Questa sezione comprende la cartilagine inferiore (*c. i*) dove essa si presenta più sviluppata; *p*, piega semilunare doppia; *g*, ghiandola sottocongiuntivale che si apre alla parte interna della caroncula *c*.

» 4. Sezione fatta in corrispondenza della parte inferiore della cartilagine principale *c*, *i*; al davanti di essa si trova la ghiandola d'Harder *g*, *H*; *e* Canale escretore sezionato in diversi punti; *m*, fibre muscolari liscie; *p*, piega semilunare. Questa figura fu disegnata ad un ingrandimento un po' maggiore delle tre prime.

» 5. Rappresenta a grandezza naturale la cartilagine inferiore *c*, dell'occhio di destra; sul margine inferiore si trovano le tre ghiandolette indipendenti, che costituiscono la ghiandola d'Harder.

» 6. Porzione secernente della ghiandola d'Harder (Oculare 3° ed obbiettivo 8° del microscopio Koristka) forma diversa che essa presenta e disposizione degli elementi che rivestono gli acini.

Sulla variazione di volume di alcuni metalli nell'atto della fusione e sulla dilatazione termica degli stessi allo stato liquido; Studio sperimentale di Giuseppe VICENTINI e Domenico OMODEI.

In una prima nota (1) sono stati comunicati i risultati di una serie di determinazioni dirette alla misura della variazione di volume subìta dal bismuto nell'atto della fusione e del coefficiente medio di dilatazione di tale metallo allo stato liquido, fra la temperatura di fusione e 300°. Ora si danno i valori corrispondenti per tre altri metalli facilmente fusibili: lo stagno, il cadmio ed il piombo.

Lo studio di questi tre metalli è stato fatto col mezzo di dilatometri ed è stato condotto analogamente a quello del bismuto.

Come apparecchio riscaldante però non è stato impiegato il doppio bagno di paraffina, quale è descritto nella nota citata. Dovendosi raggiungere temperature superiori a 300°, si è trovato preferibile un bagno di stagno, formato di circa 10 Kg. di tal metallo, nell'interno del quale è immerso per metà della sua lunghezza un grande tubo da assaggi (210 mm. di lunghezza e 48 mm. di diametro) destinato a contenere la paraffina, nel cui seno si introducono i dilatometri riempiti di metallo.

Per diminuire il raffreddamento della paraffina che si trova nella parte della provetta sporgente dallo stagno fuso, la provetta è circondata con un ampio manicotto di vetro, che col suo orlo inferiore pesca nel bagno metallico, e che superiormente è chiuso con opportuno coperchio, per impedire il rapido scambio dell'aria calda, che resta imprigionata fra i due tubi di vetro, con quella fredda dell'ambiente. Il recipiente che contiene lo stagno viene riscaldato da una lampada a gas, ed è circondato alla sua volta da un cartoccio cilindrico di metallo lucente, sull'orlo superiore del quale appoggia un altro coperchio di lamiera

(1) G. VICENTINI. Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXII, 1886.

metallica, che copre lo spazio che rimane libero fra esso cilindro e il vaso, e contemporaneamente ripara quella parte di stagno fuso, che restando in diretto contatto coll'aria atmosferica si raffredderebbe più rapidamente.

I dilatometri vengono di tanto immersi nella provetta interna, che il limite superiore al quale giunge il metallo liquido in essi contenuto, si mantenga sempre per circa tre centimetri al disotto del livello della paraffina. In questo modo nel mentre vi è la possibilità di mantenere tutte le parti del dilatometro in un ambiente ad eguale temperatura, si possono pure fare facilmente le letture mediante un cannocchiale posto a qualche distanza davanti all'apparecchio procedendo in modo simile a quello già indicato nella nota citata.

Per ottenere costanza nella temperatura del bagno riscaldante l'accesso del gas alla lampada si regola con chiavetta a vite. L'uniformità di temperatura in tutta la massa della paraffina è agevolata mediante un continuo e regolare rimescolamento prodotto da un agitatore metallico comandato da un pendolo costituito da un'asta di ferro della lunghezza di oltre un metro portante alla sua estremità un peso di più di 20 Kg.

I dilatometri ed i termometri necessarii alle esperienze si fissano in un tappo di sovero che chiude il tubo contenente la paraffina; l'agitatore scorre colla sua asta in un cannello di vetro, che lo guida nella corsa, e che è pure fissato nello stesso tappo.

Alle temperature più alte che si sono raggiunte, la paraffina bolle, ma i suoi vapori si condensano nella parte superiore del tubo di vetro: così si evita la continua diminuzione di paraffina e l'incomodo svolgimento di vapori nel laboratorio.

I dilatometri riempiti coi tre metalli stagno, cadmio e piombo, si devono trattare con cure speciali.

Nelle determinazioni col bismuto era necessario usare molte cautele per impedire la rottura dei dilatometri al momento della solidificazione del metallo: nel caso attuale invece si corre lo stesso pericolo quando i metalli si fondono.

Riscaldando senza precauzione un dilatometro riempito con uno degli accennati metalli (Sn. Pb. Cd), il metallo incomincia a liquefarsi prima nel bulbo che nel cannello, e per il conseguente aumento di volume si produce una tensione interna che fa scoppiare il dilatometro.

Per questa ragione i dilatometri non si possono direttamente riscaldare nel bagno di paraffina, ma si devono introdurre in esso

portato ad elevata temperatura, col metallo già fuso nel loro interno. La fusione del metallo si raggiunge senza pericolo della rottura del dilatometro, riscaldando dapprima colla fiamma a gas il cannello, fino alla completa fusione della colonnina metallica; ciò ottenuto, si può riscaldare senza preoccupazione anche il bulbo sino alla fusione di tutto il metallo.

Prima di incominciare le determinazioni è necessario estrarre le bollicine d'aria che si sviluppano fra il metallo e le pareti del dilatometro quando questo viene portato a temperature elevate.

A tal uopo si ricorre all'uso di una macchina pneumatica e si eseguisce il vuoto nel dilatometro portato ad una temperatura superiore alla massima che si vuole raggiungere. Le bollicine d'aria ingrandite, in seguito alla rarefazione, si fanno uscire con facilità scotendo con colpi secchi e ripetuti il dilatometro. Tale operazione si eseguisce sempre prima di portare il dilatometro nel bagno di paraffina; si ripete talvolta anche durante le osservazioni qualora se ne manifesti la necessità.

I dilatometri adoperati sono costruiti tutti con vetro di Germania, e si calibrano accuratamente con mercurio adoperando una bilancia sensibile al decimo di milligrammo. Essi vengono sempre riempiti con metallo allo stato liquido; e per evitare che al momento della solidificazione si producano nel metallo le cavità che inevitabilmente si formerebbero se si abbandonasse ad uno spontaneo raffreddamento, si lascia dapprima raffreddare la sua parte inferiore, mantenendo fluida la superiore. Usando questa precauzione e comunicando delle frequenti scosse al dilatometro, fino alla completa solidificazione del metallo, si può ottenere che questo allo stato solido riempia perfettamente il dilatometro. Così si può conoscere il volume che il metallo solido occupa nell'interno del dilatometro alla temperatura τ di fusione.

Calcolando questo volume e conoscendo il peso del metallo si ricava la densità D_{τ} del metallo solido alla temperatura di fusione.

La densità di un metallo allo stato liquido e a diverse temperature, si determina portando il dilatometro preparato come è detto indietro, nel bagno di paraffina, ed eseguendo le osservazioni colle norme date nello studio del bismuto. Nelle determinazioni abbiamo trovato opportuno di eseguire la lettura del dilatometro e dei termometri di due in due minuti.

La correzione delle indicazioni del termometro destinato a mi-

surare la temperatura del bagno, si fa tenendo conto tanto della sporgenza dalla paraffina quanto di quella dal sovero che lo sostiene. Si notano perciò con altri due termometri la temperatura del tratto di termometro che rimane avviluppato dai vapori di paraffina nell'interno del tubo di vetro (tratto che generalmente è piccolissimo) e quella della parte di esso che sporge nell'aria libera, e che si trova ad una temperatura molto più bassa.

Le temperature che appariscono nelle tabelle successive, sono date in base alle indicazioni corrette di un termometro a mercurio, a pressione interna di gas, che confrontato con un termometro ad aria alla temperatura di 238° segna due gradi in più.

Ogni volta ch'esso viene adoperato, se ne determina la posizione dello zero. Nelle esperienze sul bismuto, nelle quali non si superò la temperatura di 300°, lo spostamento si è mantenuto costantemente di 3°, 6: nelle attuali, estese a temperature talvolta superiori ai 350°, lo zero andò spostandosi di volta in volta abbastanza rapidamente fino a raggiungere una posizione pressochè costante a circa 10°.

La densità dei metalli liquidi alla temperatura di fusione τ, la deduciamo dalla densità ch'essi posseggono ad una temperatura vicina il più possibile a quella di fusione, valendoci del medio coefficiente di dilatazione del metallo liquido fra tale temperatura ed un'altra più elevata. Questo coefficiente α si determina colla formula:

$$\alpha = \frac{D - D'}{(t' - \tau)\, D' - (t - \tau)\, D}\,,$$

nella quale D e D' sono le densità del metallo liquido alle temperature t e t'. Scegliendo t molto vicino alla temperatura τ di fusione del metallo, il valore di α che si ottiene si può considerare come il coefficiente medio di dilatazione del metallo liquido fra τ e t'.

Calcolato il valore di α, la densità cercata D'_τ del metallo liquido alla temperatura di fusione si ha dalla formola:

$$D'_\tau = D_t \left[1 + \alpha\,(t - \tau) \right].$$

Coi valori D'_τ e D_τ si calcola la variazione percentuale Δ che subisce la densità del metallo che si studia nel passaggio dallo stato liquido allo stato solido; ovverosia la variazione percentuale subìta dal volume del metallo nel passaggio inverso.

La temperatura di fusione dei singoli metalli vien misurata con tutta cura, sia col metodo del riscaldamento che con quello del raffreddamento. Il termometro che dà l'andamento del riscaldamento o del raffreddamento del metallo che si fa fondere o solidificare in un bagno ad aria a conveniente temperatura, è immerso col suo bulbo nella massa metallica.

La temperatura del bagno ad aria è mantenuta tale, che al momento del cambiamento di stato del metallo si ha in esso una sosta di temperatura molto lunga.

Seguendo i due metodi le temperature di fusione e di solidificazione dei singoli metalli si mostrano diverse per meno di un grado; perciò assumiamo la loro media come temperatura di fusione di ognuno di essi.

Prima di dare i risultati delle esperienze sono da fare due osservazioni. Una per quanto riguarda lo spostamento dello zero subìto dai dilatometri nel corso delle esperienze; l'altra per ciò che si riferisce al coefficiente di dilatazione del vetro col quale i dilatometri stessi sono costruiti.

Per i dilatometri suindicati, non abbiamo sempre potuto osservare uno spostamento analogo a quello dello zero dei termometri. Solo in uno che ha servito allo studio dello stagno ad alte temperature, il metallo solidificato raggiunse nel cannello una divisione più elevata di quella segnata al principio. In questo caso dopo esserci assicurati dell'esistenza di un vero spostamento, abbiamo tenuto conto nei calcoli della diminuzione di volume del dilatometro.

Se per tutti i dilatometri non si è osservato un simile spostamento, lo ascriviamo al fatto che prima di venire riempiti di metallo devono essere riscaldati a temperatura molto elevata. In ogni modo lo spostamento dello zero che deve avvenire nei dilatometri usati, i quali sono preparati di volta in volta, e che quindi sono riscaldati sino ad una temperatura prossima a quella della fusione del vetro, è molto piccolo, anzi del tutto trascurabile per le nostre determinazioni, come ci risultò studiandone qualcheduno col mercurio e con leghe facilmente fusibili a temperature superiori ai 350°.

Nei calcoli delle esperienze col bismuto, il volume dei dilatometri alle varie temperature è stato determinato ammettendo eguale a 0,000030 il coefficiente di dilatazione del vetro a temperature prossime ai 300°.

Visto che col metodo seguìto si possono ottenere dei risultati buoni per la loro concordanza, così allo scopo di raggiungere un maggior grado di approssimazione, abbiamo voluto studiare anche il coefficiente di dilatazione del vetro impiegato nella preparazione dei dilatometri, per temperature molto vicine a quelle alle quali facevamo le determinazioni.

Non sarebbe certamente cosa semplice il determinare il coefficiente di dilatazione di tutti i dilatometri che si costruiscono; chè troppo grande è il numero di quelli che si spezzano quando si devono riempire di metallo. Ci siamo perciò limitati a studiarne uno, e dei valori ottenuti con esso ci serviamo per i calcoli relativi a tutti i dilatometri, che sono costruiti con diverse porzioni di uno stesso tubo. La determinazione del coefficiente di dilatazione del dilatometro prescelto è stata fatta colla massima accuratezza, dopo averlo riempito con mercurio e usando il bagno anzi descritto. Abbiamo fatto numerose determinazioni prossime a 230° e a 300°; e come medio coefficiente di dilatazione cubica abbiamo ottenuto

fra 0 e 232° $k = 0{,}0000305$,
fra 0 e 304° $k = 0{,}0000322$.

Ammettendo, come non è molto lontano dalla realtà, che il coefficiente di dilatazione del vetro varii proporzionalmente alle variazioni di temperatura, abbiamo calcolati i valori della seguente tabella, che danno il medio coefficiente di dilatazione del vetro di 25 in 25 gradi fra 200° e 350°.

0° — 200°	$k = 0{,}0000297$,	0° — 300°	$k = 0{,}0000321$,
0 — 225	303,	0 — 325	327,
0 — 250	309,	0 — 350	333.
0 — 275	315,		

Questi valori sono poco differenti da quelli trovati da altri sperimentatori per il coefficiente di dilatazione del vetro ad elevata temperatura. Così il Pisati (1) ha trovato per un dilatometro impiegato nello studio del solfo fuso i seguenti numeri

fra 0° e 100° $k = 0{,}00002713$,
fra 0 e 230° $k = 0{,}00002999$,

(1) G. Pisati, *Gazzetta Chimica italiana*, 1874.

e calcolando in base alle sue esperienze il valore del coefficiente di dilatazione fra 0 e 300, ottenne $K = 0{,}00003166$ poco lontano dal numero 0,0000322 che a noi risulta dalla diretta esperienza per la temperatura di 304°.

I coefficienti che adottiamo sono quindi più grandi del valore costante 0,000030, adoperato nei calcoli delle esperienze sul bismuto. Se la differenza di essi non ha influenza sul valore della variazione di volume dei metalli nell'atto della fusione, si rende sensibile, come è ovvio, su quello della densità dei metalli, tanto solidi che liquidi, alla temperatura di fusione e sul valore del loro coefficiente di dilatazione.

Per far vedere l'influenza che hanno sui risultati finali i nuovi coefficienti di dilatazione del vetro, mettiamo qui sotto di fronte ai valori già dati per il bismuto, quelli che si ottengono impiegando nei calcoli i numeri della tabella precedente.

$D_\tau =$	9,677	e secondo i nuovi calcoli	$D_\tau =$	9,673
$D_\tau' =$	10,008	» »	$D_\tau' =$	10,004
$\Delta =$	$-$ 3,31	» »	$\Delta =$	$-$ 3,31
$\alpha =$	0,000112	» »	$\alpha =$	0,000122

Risultati delle esperienze.

Nelle seguenti tabelle diamo i risultati delle esperienze sui varii metalli; ecco il significato dei simboli impiegati in esse.

W_n rappresenta il volume del dilatometro a 0° fino alla divisione n del cannello.

w indica il volume medio di una divisione del cannello del dilatometro a 0°.

P rappresenta il peso del metallo introdotto nel dilatometro.

t e t' sono le temperature alle quali vengono determinate le densità

D e D' del metallo liquido.

D_τ rappresenta la densità del metallo solido alla temperatura τ di fusione e

D_τ' la sua densità allo stato liquido e alla stessa temperatura.

α è il coefficiente medio di dilatazione del metallo liquido fra τ e t'.

Δ indica la variazione percentuale che avviene nella densità del metallo nel passaggio dallo stato liquido allo stato solido.

Stagno.

Lo stagno studiato è di due qualità. La prima ha, alla temperatura di 0°, la densità 7,310 riferita all'acqua a 4° come unità, e la sua temperatura di fusione è $\tau = 231°$. Essa è stata studiata con due dilatometri e si sono ottenuti i risultati che sono raccolti nella seguente tabella:

Dilatometro A W_7 = cmc. 4,2394 w = cmc. 0,002514 P = gr. 30,6836				Dilatometro B W_9 = cmc. 6,2592 w = cmc. 0,00427 P = gr. 45,3601			
t	D	t'	D'	t	D	t'	D'
233°	6,982	271°	6,952	234°	6,979	251°	6,966
236	6,978	269	6,952	240	6,977	263	6,959
				241	6,977	266	6,957
234°,5	6,980	270°	6,952	238	6,978	260°	6,961

Col dilatometro A si è trovato $D_\tau = 7,181$.

Calcolando α in base ai valori sopra riferiti per tal dilatometro si ha:

$$\alpha = 0,000113 \quad \text{e quindi} \quad D_\tau' = 6,983 \quad \Delta = 2,83$$

Dalle esperienze eseguite col B si ha:

$$D_\tau = 7,182 \quad \alpha = 0,000111 \quad D_\tau' = 6,983 \quad \Delta = 2,83.$$

La seconda qualità di Sn che abbiamo studiata, ci è stata somministrata come purissima dalla casa Trommsdorff di Erfurt (anche il Cd ed il Pb per i quali diamo in seguito i risultati delle esperienze, sono della stessa provenienza). Per essa a 0° abbiamo trovato la densità 7,3006 e la temperatura di fusione $\tau = 226°$.

Anche questo Sn si è studiato con due dilatometri, ma ad un maggior numero di temperature di quello della prima qualità adoperata.

Nella tabella che segue sono registrate le temperature t alle quali fu determinata la densità D_t dello Sn col dilatometro C.

Dilatometro C.

$W_{35,2}$ = cmc. 4,2209 $w = 0,004235$ P = gr. 30,3282

t	t medio	D_t	D_t medio
337°	338°,5	6,908	6,9055
340		6,903	
305	304 ,5	6,938	6,936
304		6,934	
265 ,5	265	6,956	6,959
264		6,962	
239	236	6,982	6,984
233		6,986	

Con questo dilatometro si ottenne $D_\tau = 7,186$.

Calcolando poi il coefficiente α in base alla densità a 236° e 265° si ha:

$$\alpha = 0,000124 \qquad D_\tau' = 6,992 \qquad \Delta = 2,77.$$

Senza dare i risultati delle singole esperienze fatte coll'altro dilatometro (D) registriamo qui sotto i loro medii valori.

Dilatometro D.

$W_{3,9}$ = cmc. 4,6474 $w = 0,00429$ $P = 33,5397$

t	D	t	D
346°	6,896	274°	6,950
306	6,925	233	6,979.

Con questo dilatometro risultò $D_\tau = 7,181$.

Impiegando le densità a 233° e a 274° nel calcolo del coefficiente di dilatazione si ricava:

$$\alpha = 0,000102,$$

e quindi

$$D_\tau' = 6,984 \qquad \Delta = 2,83.$$

Se si raccolgono insieme i valori ottenuti per le due qualità di *Sn* si ha la seguente tabella:

Dilatometri	D_0	τ	D_τ	D_τ'	α	Δ
A	7,310	231°	7,181	6,983	0,000113	2,83
B			7,182	6,983	0,000111	2,83
Valori medii. .			7,1815	6,983	0,000112	2,83
C	7,3006	226°	7,186	6,992	0,000124	2,77
D			7,181	6,984	0,000102	2,83
Valori medii .			7,1835	6,988	0,000113	2,80

Come appare dai valori raccolti in questo prospetto, le densità delle due specie di *Sn* allo stato solido alla temperatura di 0° differiscono di poco, e il coefficiente di dilatazione è uguale per tutte due. Anche i valori trovati per la variazione di densità all'atto della fusione si possono ritenere eguali, perchè la loro differenza si confonde cogli errori possibili di osservazione. Null'ostante i valori ottenuti colla seconda qualità di *Sn*, che è il più puro, sono da ritenersi i migliori.

Raccogliamo ancora in una tabella le densità dello *Sn* liquido puro a diverse temperature, quali si hanno facendo la media dei valori ottenuti coi due dilatometri *C*, *D*, e aggiungiamo ad esse i volumi dello *Sn* alle medesime temperature, assunto come eguale all'unità quello dello *Sn* liquido alla temperatura di fusione.

t	D_t	V_t
234°,5	6,9815	1,0009
269 ,5	6,9545	1,0048
305 ,0	6,9305	1,0083
342 ,0	6,9005	1,0127.

Se si costruisce una curva coi valori dei volumi qui sopra segnati, si vede che i varii punti si trovano sopra una linea retta; sicchè si può concludere che da 234° a 342° lo *Sn* mostra di dilatarsi uniformemente.

Cadmio.

Il cadmio lo abbiamo studiato con tre dilatometri (E,F,G). Esso a 0° ha la densità 8,6681: la sua temperatura di fusione è $\tau = 318°$. In causa della sua elevata temperatura di fusione, non se ne è determinata la densità che a due sole temperature, una di poco superiore a quella di fusione, e l'altra prossima a 350°. Ecco i risultati ottenuti.

Dilatometro E — $W_{12,9}$ = cmc. 4,7833 w = cmc. 0,00415 P = gr. 40,2352				Dilatometro F — W_{13} = cmc. 5,1536 w = cmc. 0,01360 P = gr. 43,3620			
t	D	t'	D'	t	D	t'	D'
324°	7,987	350°	7,960	337°	7,954	352°	7,927
327	7,985	345,5	7,953	334	7,966	355	7,937
				331	7,970		
325° 5	7,981	348°	7,9565	334°	7,963	353,5	7,932

Col dilatometro E si ebbe $D_\tau = 8,365$

e coi valori sopra registrati si ha $\alpha = 0,000140$,

e quindi

$$D_\tau' = 7,989 \qquad \Delta = 4,70 \ .$$

Il dilatometro F invece ha dato

$$D_\tau = 8,368 \ , \quad \alpha = 0,000200 \ , \quad D_\tau' = 7,989 \ , \quad \Delta = 4,74 \ ,$$

sicchè riunendo insieme i valori per il *Cd* si ha

Dilatometri	D_0	τ	D_τ	D_τ'	α	Δ
E	8,6681	318°	8,365	7,989	0,000140	4,70
F			8,368	7,989	0,000200	4,74
Valori medii . . .			8,3665	7,989	0,000170	4,72

I coefficienti di dilatazione avuti coi due dilatometri differiscono di molto. La loro differenza però è giustificata, se si tien conto delle difficoltà che si incontrano operando a temperature tanto elevate.

Con un terzo dilatometro (G) si trova per α il valore 0,000180 abbastanza vicino al medio dato dagli altri due dilatometri (0,000170). Così per Δ si trova 4,69 valore pure concordante con quelli ottenuti cogli altri due dilatometri.

Piombo.

Il Pb impiegato a 0° ha la densità 11,359; la sua temperatura di fusione è $\tau = 325°$. Esso pure è stato studiato con due dilatometri H, I.

Dilatometro H $W_{8,6}$ = cmc. 4,8523 w = cmc. 0,00535 P = gr. 53,8769				Dilatometro I W_{23} = cmc. 4,4936 w = cmc. 0,00435 P = gr. 49,9853			
t	D	t'	D'	t	D	t'	D'
334°	10,632	357°	10,602				
333	10,630	359	10,587	334°	10,644	355°	10,616
330	10,619	358	10,581	333,6	10,638	358	10,606
332°,3	10,627	358°	10,590	333°,8	10,641	356,5	10,611

Il dilatometro H ha dato

$$D_\tau = 11,002 .$$

Coi valori registrati sopra si ricava poi

$$\alpha = 0,000134 \quad \text{e quindi} \quad D'_\tau = 10,637 , \quad \Delta = 3,44 .$$

Il dilatometro I invece ha dato

$$D_\tau = 11,009$$

e $$\alpha = 0,000125 \quad \text{e} \quad D'_\tau = 10,653 , \quad \Delta = 3,34 .$$

Sicchè raccogliendo i diversi valori ottenuti coi dilatometri H, I si ha la seguente tabella:

Dilatometri	D_0	τ	D_τ	D_τ'	α	Δ
H	11,359	325°	11,002	10,637	0.000134	3,44
I			11,009	10,653	0,000125	3,34
Valori medii . . .			11,005	10,645	0,000129	3,39

Conclusioni.

Registriamo ora in una sola tabella i risultati delle presenti esperienze insieme a quelli delle altre sul bismuto, questi ultimi corretti per quanto si riferisce al coefficiente di dilatazione del vetro, come si è notato più indietro.

Metallo	D_0	τ	D_τ	D_τ'	Δ	α
Cd	8,6681	318	8,3665	7,989	4,72	0,000170
Pb	11,359	325	11,005	10,645	3,39	0,000129
Bi	9,787	270,9	9,673	10,004	— 3,31	0,000122
Sn	7,3006	226	7,1835	6,988	2,80	0,000113

Dall'esame di questi valori risulta comprovato che lo *Sn*, il *Pb* ed il *Cd* aumentano di volume all'atto della fusione; solo il bismuto si comporta in modo contrario.

Le esperienze di Niess e Winkelmann (1) basate sul fatto del galleggiamento dei metalli solidi sopra una massa di essi allo stato liquido, hanno condotto quegli sperimentatori alla convinzione che in generale i metalli diminuiscono di volume quando fondono; i risultati delle nostre esperienze mostrano che tale conclusione non può essere accettata.

I numeri dell'ultima tabella mostrano inoltre, che la variazione di volume che si manifesta per il cambiamento di stato dei quattro metalli studiati è massima per il *Cd*, minima per lo *Sn*. Se poi si confrontano i valori di Δ e di α dei diversi

(1) F. Niess u. A. Winkelmann, *Berichten d. K. Akad. d. Wiss. zu München*, 4 dec. 1880. — *Wied. Ann.*, Bd. XIII, 1881.

metalli come sono riuniti nella tabella, si riconosce che si trovano disposti nello stesso ordine di grandezza.

Nella nota già accennata sul bismuto, oltre ai risultati delle esperienze di Niess e Winkelmann sono riportati quelli di Chandler Roberts e T. Wrightson (1), i quali ultimi impiegando l'oncosimetro hanno trovato i seguenti valori per la variazione di volume che accompagna la solidificazione dei tre metalli da noi studiati:

$$Bi\ 2{,}30 \qquad Pb - 7{,}10 \qquad Sn - 6{,}76.$$

Fu già notato che il metodo seguito dai due fisici inglesi non offre un grado molto grande di esattezza; tanto più che i risultati delle loro esperienze si riferiscono alla densità posseduta dai metalli allo stato solido alla temperatura ordinaria e a quella di essi allo stato liquido a temperatura superiore a quella della fusione. Non deve quindi sorprendere la grande differenza che passa fra i valori ch'essi danno ed i nostri.

Eilhard Wiedemann che ha misurata la variazione di volume che subisce lo *Sn* all'atto della fusione ricorrendo come noi all'uso di un dilatometro, ma impiegando dell'olio come liquido dilatometrico, ha trovato pur esso il numero 1,90 che si avvicina al nostro (2,80) molto più del numero 6,76 dato da Chandler Roberts e F. Wrightson.

Nel determinare la densità del metallo solido alla temperatura di fusione, noi ci siamo serviti del volume che il metallo occupa nell'interno del dilatometro ammettendo che al momento della solidificazione abbia volume eguale a quello che possiede il dilatometro alla temperatura di fusione del metallo.

Nel fare il calcolo di tale densità si potrebbe incorrere in qualche errore se il dilatometro non riuscisse perfettamente riempito di metallo, o se il suo bulbo subisse delle deformazioni in seguito al forte riscaldamento ed alla pressione che esercita contemporaneamente il metallo nel suo interno.

Per vedere quale influenza possono avere tali cause d'errore abbiamo calcolato, il medio coefficiente di dilatazione cubica dei diversi metalli fra 0 e τ, valendoci della loro densità a 0° e di quella alla temperatura di fusione, quale si ricava come sopra

---

(1) W. Chandler Roberts et T. Wrightson, *Ann. de Chimie et de Phys.*, t. XXX, 1885.

è detto. Qui sotto diamo i numeri ottenuti in tal modo, e di fronte ad essi quelli che si ricavano per il medio coefficiente di dilatazione cubica dei metalli entro i medesimi limiti di temperatura, ammettendo per approssimazione che fra 0^0 e τ^0, i metalli seguano la stessa legge di dilatazione che fra 0^0 e 100^0.

	Sn	*Pb*	*Cd*	*Bi*
α calcolato	0,000079	0,000089 0,000097	0,000125	0,000047
α trovato	0,000071	0,000096	0,000109	0,000043

I valori di α raccolti nella prima linea sono calcolati in base ai dati del Matthiessen sulla dilatazione dei metalli fra 0^0 e 100^0 ad eccezione del secondo numero registrato per il *Pb* che si è ottenuto con quelli del Fizeau.

Se si confrontano i valori calcolati con quelli che risultano dalle nostre esperienze, si deve riconoscere una sufficiente concordanza, specialmente quando si consideri che le nostre determinazioni non sono dirette allo studio della dilatazione termica dei metalli solidi, per il quale, è inutile dirlo, il metodo usato non sarebbe certamente da proporre: qui non si tratta che di un semplice controllo.

Il fatto della sufficiente concordanza ora notata, insieme con l'altro della concordanza dei valori ottenuti per i singoli metalli studiati con dilatometri diversi, dimostra il grado buono di approssimazione che si può ottenere col metodo seguito in questo studio nel quale abbiamo incontrato gravissime difficoltà sperimentali in causa dell'elevata temperatura alla quale si è costretti di operare.

Il grado di approssimazione che si raggiunge è certamente superiore, e di molto, a quello al quale potevano aspirare Chandler Roberts e F. Wrightson col metodo dell'oncosimetro.

Dal Laboratorio di Fisica della R. Università di Cagliari.
Marzo 1887.

Sul disperdimento dell'elettricità nell'aria umida;
Nota di Giovanni Guglielmo

Sulla conducibilità elettrica dell'aria umida furono fatte esperienze da molti fisici; però queste esperienze sono isolate, spesso indirette e non risolvono completamente la questione o lasciano non pochi dubbi sulla soluzione che risulterebbe da esse.

Per quanto riguarda l'elettricità a basso potenziale appare certo che l'aria umida è così buona isolante come la secca. Thomson (*Reprint of papers*, p. 231) diresse un getto di vapore proveniente da acqua in ebullizione su di una sfera elettrizzata in comunicazione con un elettrometro a quadranti e non ottenne diminuzione sensibile della deviazione indicata dall'elettrometro.

[Questa esperienza si può ripetere in modo più visibile per una scuola usando l'elettrometro a foglie d'oro. Si adatti al bottone di questo un'asta metallica terminata da una sfera, oppure un largo piatto metallico, e gli si comunichi una carica conveniente. Se l'elettrometro e le condizioni atmosferiche sono buone, la carica si conserva lungamente, sia che si diriga o no sul piatto o sulla sfera il getto di vapore. Se l'aria ambiente è umida, si potrà collocare l'elettrometro sotto una campana forata contenente un vaso con acido solforico e pel cui foro si fa passare l'asta dell'elettrometro o quella adattata senza che tocchi il vetro. Bisogna inoltre che quest'asta sia circondata ad un certo punto della sua altezza da un imbutino per raccogliere l'acqua di condensazione che cadendo sul vetro dell'elettrometro distruggerebbe l'isolamento].

Anche le esperienze di Blake (1), sebbene dirette a provare che il vapore proveniente da acqua elettrizzata non è elettrizzato,

(1) *Wied. Ann.*, XIX, 518 (1883).

provano che l'aria umida, così come la secca, non conduce sensibilmente l'elettricità. I piccoli indizi di conducibilità sono probabilmente dovuti al pulviscolo.

Già da parecchi anni non conoscendo l'esperienza di Thomson nè essendo ancora pubblicate quelle di Blake, avevo eseguite esperienze sulla conducibilità dell'aria umida, ma non essendo queste riuscite decisive le tralasciai riservandomi di riprenderle più tardi, ciò che feci al principio dell'anno scorso. Anche queste esperienze eseguite dirigendo sulla sfera esterna della bilancia di Coulomb (disposta come si vedrà in seguito) correnti d'aria satura di vapore a varie temperature, oppure immergendo detta sfera in recipienti contenenti nel fondo acqua calda e talora bollente mi condussero allo stesso risultato. Credo oramai superflua una descrizione più minuta di dette esperienze.

Infine il Luvini (1) ha pubblicato recentemente altre esperienze, in cui usando un sostegno isolante molto lungo per cui una buona parte sia sottratta all'azione dell'aria umida, giunge allo stesso risultato.

Le esperienze però mancano o sono poco convincenti nel caso di elettricità a potenziale elevato. Munck af Rosenschöld (2) fece molte esperienze che talora paiono accennare ad una maggior conducibilità dell'aria umida e talora no; però riporta due esperienze che spiegherebbero i risultati apparentemente contraddittorii delle altre. Un conduttore isolato ed elettrizzato di cui furono scaldati i sostegni di vetro, portato in aria umidissima conservò la sua carica, ma la perdè istantaneamente quando venne toccato da un filo di seta che trovavasi da lungo tempo in quell'aria umidissima. Un elettrometro comunicante con una punta metallica poteva esser caricato sino ad un potenziale assai minore quando la punta era nell'aria umida, che non quando era nell'aria secca. Di queste esperienze la prima non era eseguita in condizioni tali da lasciar scorgere una differenza non troppo grande fra la conducibilità dell'aria secca e dell'aria umida, ma il risultato a cui condurrebbe è in contraddizione colle mie esperienze.

Hittorf (3) fece passare del vapore acqueo entro un tubo metallico, lungo il cui asse trovavasi un filo pure metallico. Il

(1) *Rivista scient. ind.*, XVIII, p. 247 (1886).
(2) *Pogg. Ann.*, t. 31, p. 433 (1834).
(3) *Wied. Ann.*, t. 7, p. 593.

tubo comunicava con un polo d'una pila molto potente, il filo coll'altro polo ed in uno dei reofori era inserito un galvanometro molto sensibile. Se il vapore è conduttore il circuito è chiuso ed il galvanometro dovrà indicare una corrente: ciò però non avvenne se non quando si producevano scariche fra il filo ed il tubo. Si può però dubitare che, per quanto grande sia la sensibilità del galvanometro, esso possa non accusare il passaggio d'una piccola quantità di elettricità che pure potrebbe essere sufficiente per produrre una notevole diminuzione della differenza di potenziale fra il filo ed il tubo, quando questi avessero una determinata carica senza essere in comunicazione coi poli della pila.

Marangoni (2) introduce il collo d'una bottiglia di Leida carica, entro un largo tubo o campana forata in cui giunge del vapor acqueo proveniente da un pallone con acqua in ebullizione: in 4" o 5" la bottiglia è scarica. Se però si scalda il collo ad una temperatura poco al disotto di 100°, si può ripetere la esperienza senza che la bottiglia perda sensibilmente della sua carica.

Anche questa esperienza non è decisiva. Si può dubitare se la bottiglia di Leida sia ben adatta per queste esperienze, giacchè essa contiene immagazzinata una grande quantità di elettricità che può supplire alla perdita attraverso l'aria umida e quindi rendere questa perdita meno sensibile. Inoltre questa quantità di elettricità deve disperdersi in proporzione non piccola attraverso il vetro, che ha una grande superficie, un piccolo spessore e nel quale il pendìo del potenziale è grande, e deve disperdersi anche per conducibilità superficiale all'esterno del vetro, quindi in generale la perdita per queste cause potrà rendere meno sensibile quella attraverso l'aria umida. Che la bottiglia coperta da un velo d'acqua non possa conservare la carica è evidente.

Blake ha fatto esperienze anche a potenziale elevato, ma riesce assolutamente incomprensibile come abbia potuto evitare l'influenza delle variazioni di potenziale della macchina elettrica, e quella dovuta alle perdite per i sostegni sopra un elettrometro così sensibile come quello a quadranti, che nelle condizioni delle esperienze di Blake dava una deviazione di 45 divisioni per una differenza di potenziale d'una Daniell. Del resto il risultato che

---

(3) *Rivista scient. ind.*, t. 13, p. 10 (1881).

si può dedurre da quelle esperienze, cioè che l'aria umida isola perfettamente l'elettricità a potenziale elevato, è contraddetto dalle mie esperienze.

Queste sono le principali esperienze a me note sull'elettricità a potenziale elevato. Le altre o si prestano poco bene a misure, o sono assai indirette. Così Emo ha trovato che la differenza di potenziale occorrente perchè scocchi la scintilla, è a parità delle altre condizioni, minore nell'aria umida che nella secca, ciò che farebbe supporre una diversità del modo di comportarsi dell'aria umida e della secca. Macfarlane invece avrebbe trovato che il potenziale occorrente perchè scocchi la scintilla cresce a misura che cresce l'umidità dell'aria.

1. *Esperienze colla bottiglia di Leida.* — Ho voluto ripetere l'esperienza del prof. Marangoni, modificandola però in modo da poter prolungare a piacimento l'azione del vapore. Perciò invece di riscaldare il collo della bottiglia ho usato la medesima con un'asta molto lunga sormontata da una sfera che lasciavo nell'aria o introducevo nel vapore. Caricavo la bottiglia di Leida ad un potenziale determinato mediante una bottiglia elettrometrica, introducevo la sfera suddetta nel vapore e ve la lasciavo un tempo conveniente (uno o due minuti) perchè la carica fosse notevolmente indebolita e misuravo con uno spinterometro la distanza esplosiva. Ricaricavo la bottiglia allo stesso potenziale e la lasciavo nell'aria libera accanto al getto di vapore che continuava a svolgersi dal pallone, per lo stesso numero di minuti come nell'esperienza precedente, e misuravo la distanza esplosiva, quindi ripetevo l'esperienza nel vapore e così di seguito. M'assicurai della costanza del potenziale iniziale determinando parecchie volte la distanza esplosiva subito dopo la carica. Essa era prossimamente costante: nelle varie serie di esperienze la feci variare da 4 a 7 mm.

In tutte le esperienze risultò che, mentre per effetto del vapore la lunghezza della scintilla si riduceva ad uno o due millimetri, nell'aria essa diminuiva solo di qualche decimo di millimetro.

Importa però notare che, sebbene la bottiglia non fosse molto carica, sebbene la sfera con cui finiva l'asta avesse il diametro non piccolo di 3 cm., e la superficie sua fosse ben levigata, sebbene infine le pareti della campana forata in cui facevo, per il foro, giungere il vapore fossero abbastanza distanti, tuttavia

nell'introdurre la sfera nel vapore si udiva un sibilo indicante che si formavano fiocchetti elettrici. Dubitando che ciò potesse provenire dal fatto che la sfera fredda a contatto del vapore si copriva di goccioline (1) che potevano agire come punte, riscaldai la sfera solo quel tanto occorrente perchè le goccioline non si depositassero, cessò il sibilo ma il risultato fu essenzialmente lo stesso, cioè la carica diminuì nel vapore da 7 a 3,5, quindi però un po' meno di prima. Provai allora a riscaldare fortemente la sfera, ad una temperatura che non ho misurato, ma che ritengo essere verso i 300°. In queste condizioni il vapore, pur essendo in gran quantità, trovavasi molto lontano dal punto di saturazione. In questo caso, sebbene prolungassi assai la durata dell'azione del vapore, le differenze della lunghezza della scintilla dopo che la bottiglia aveva subìto o no l'azione del vapore erano piccole ed irregolari in modo da non lasciar apparire una influenza della quantità di vapore (molto lontano dal punto di saturazione) sul disperdimento.

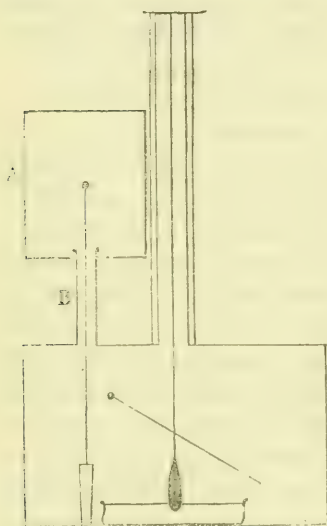
Volli quindi sperimentare sull'aria umida a temperatura ordinaria. Per aumentare la superficie disperdente (ciò che però, secondo altre esperienze, non avrebbe grande influenza perchè decresce la densità superficiale), adattai sull'asta d'una buona bottiglia di Leida, munita d'un lungo collo, un conduttore cilindrico di 9 cm. di altezza e 8 di diametro, terminato da due basi leggermente convesse che si raccordavano perfettamente colla superficie cilindrica. Caricavo la bottiglia con determinato numero di giri d'una piccola macchina di Voss, avendo cura di aspettare che essa fosse bene in azione. In tal modo ottenevo una distanza esplosiva assai prossimamente costante ed uguale a 11 mm. Ponevo la bottiglia carica rovesciata in modo che il conduttore cilindrico si trovasse nel mezzo d'una grande campana capovolta, sul cui fondo trovavasi acido solforico che anche ne bagnava le pareti, e chiudevo la campana con un coperchio di cartone diviso in due metà, che lasciavano un foro di 5 cm. cogli orli ricoperti di ceralacca, pel cui mezzo passava la lunga asta

(1) Queste goccioline fanno sì, che poi la scintilla scocchi a distanza maggiore; perciò facevo scoccare la scintilla di cui dovevo determinare la lunghezza su una sfera che trovavasi più in basso e non veniva immersa nel vapore.

della bottiglia di Leida. Dopo 5′ o 10′ toglievo la bottiglia e misuravo la distanza esplosiva che era ridotta a circa 7 mm.

Ripetevo l'esperienza usando una campana uguale alla prima, ma con acqua sul fondo e sulle pareti che talvolta erano tappezzate di carta da filtro per conservar meglio l'umidità. In queste condizioni la scintilla era ridotta a circa 4,5. Tanto l'acqua che l'acido solforico erano in buona comunicazione col suolo. Risulterebbe quindi che il disperdimento è maggiore nell'aria umida che nella secca.

2. *Esperienze colla bilancia di Coulomb.* — Il metodo precedente non permette d'ottenere una grande precisione e non è neppure d'un uso comodo.

L'apparecchio di cui mi sono principalmente servito per sperimentare sul disperdimento nell'aria secca e nell'aria umida consiste in una bilancia di Coulomb, in cui alla sfera fissa sostituii un'astina di rame di 2 mm. di diametro, sostenuta da un piede isolante nell' interno della bilancia, uscente all'esterno pel foro del coperchio senza toccare le pareti di esso foro e terminata da una sfera d' ottone di 1,4 cm. di diametro. Questa astina era circondata all'esterno della bilancia, e sino ad una certa altezza da un tubo di vetro B verniciato con gomma-lacca, sul quale adattavo un recipiente cilindrico A di latta, che perciò aveva il fondo forato, e che conteneva aria umida o secca. Al foro di questo recipiente era fissato con mastice un tubo di vetro cogli orli arrotondati; per mezzo d'un anello di sovero alla sommità del tubo e d'un anello di gomma alla parte inferiore si otteneva una discreta chiusura.

Questo recipiente aveva il coperchio che si poteva togliere, e l'aria nell'interno poteva esser resa umida tappezzando le pareti con carta da filtro ben bagnata, e secca mediante un vasetto anulare di vetro contenente acido solforico. [Questi vasetti anulari si possono ottenere facilmente, scaldando il fondo d'un pallone

fino a rammollimento, facendo rientrare detto fondo con un'asta di ferro e poi tagliando in giro col carbone ad altezza conveniente le pareti del pallone e del fondo rientrante].

Il tubo di vetro aveva saldato lateralmente un tubetto in cui scorreva un grosso filo di rame, di diametro uguale a quello interno del tubetto, che permetteva di caricare e scaricare la bilancia (ossia l'astina e la sfera mobile) senza togliere il recipiente di latta.

Con questa disposizione i sostegni trovavansi nell'aria della bilancia disseccata da un largo vaso pieno d'acido solforico concentrato (il quale serviva anche allo smorzamento delle oscillazioni mediante un cilindretto di vetro attaccato al filo di torsione), mentre la sfera d'ottone, che giungeva a metà altezza nel recipiente di latta, ed una parte dell' astina si trovavano nell'aria di cui si poteva variare il grado di umidità.

Dapprima temendo che il vapor acqueo potesse penetrare dal recipiente coll'aria umida nella bilancia in quantità sufficiente per diminuire l'isolamento dei sostegni (poichè osservavo, contrariamente alle esperienze a basso potenziale, un'influenza dell'umidità dell'aria sul disperdimento), usai il tubo di vetro lungo fino a 25 cm., indi ritenni più che sufficiente un tubo di vetro di 14 mm. di diametro interno e 12 cm. di lunghezza. Da un lavoro sul coefficiente di diffusione nel vapor acqueo (1) i cui risultati furono confermati dal Winkelmann (2), risulta che la quantità di vapore che attraversa un tubo pieno d'aria, nelle condizioni di queste esperienze, è prossimamente di mgr. 0,024 per minuto primo. Questa piccola quantità di vapore giungendo lentamente e diffondendosi nel grande spazio interno della bilancia ed essendo mano a mano assorbita dall'acido solforico non può certamente agire in modo sensibile sui sostegni.

Per sperimentare procedevo in tre modi. Talvolta caricavo la bilancia ad un potenziale conveniente, adattavo il recipiente con aria secca ed osservavo la variazione della deviazione per un certo tempo (10′ a 30′), indi toglievo il recipiente con aria secca e ve ne sostituivo un altro uguale, ma con aria umida, osservavo similmente la variazione della deviazione per un certo

(1) Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XIX (1882). — *Repertorium der Physik*, XIX (1883).

(2) *Wied. Ann.*, XXII, p. 159 (1884).

tempo e quindi sostituivo il recipiente con aria secca e così di seguito. Questo metodo permette di scorgere differenze lievi nel potere isolante dell'aria secca e della umida; solo è un po' incomodo perchè facilmente avviene che la sfera d'ottone nel passare per il foro del recipiente di latta s'avvicini tanto alle pareti del foro (anche per effetto dell'attrazione elettrostatica) da produrre una scintilluzza e quindi scaricarsi parzialmente.

Perciò talora caricavo la bilancia mediante il filo laterale, mentre era adattato uno dei recipienti di latta ed osservavo la variazione della deviazione, fintantochè essa fosse assai piccola, quindi scaricavo la bilancia, e ripetevo l'operazione coll'altro recipiente. Questo modo richiede assai maggior tempo, ed è meno sicuro giacchè il disperdimento dell'elettricità avvenendo di solito assai lentamente, le esperienze da paragonare sono eseguite ad intervalli di tempo assai lontani, e quindi si può dubitare che intanto una qualche causa inosservata produca una variazione delle deviazioni indipendentemente da quella che si vuole constatare.

È da notare che nei primi minuti dopo avvenuta la carica il disperdimento è grande (perchè una parte dell'elettricità va a caricare i sostegni) e decresce rapidamente, e solo dopo pochi minuti prende un andamento uniforme. Così pure se la bilancia è scarica da molte ore, il disperdimento riesce, a parità di potenziale, maggiore. Ho trascurato perciò la prima serie di osservazioni e le prime osservazioni di ciascuna serie.

I due recipienti di latta coll'aria umida e coll'aria secca erano tenuti sempre chiusi con un tappo per evitare che la secchezza o l'umidità dell'aria interna venisse modificata dall'aria dell'ambiente, e che vi penetrasse del pulviscolo: essi non venivano aperti che al momento di essere adattati sul tubo di vetro ed accanto ad esso. La loro altezza era di 11 cm., il diametro di 8 cm.

Il terzo modo consisteva nell'adattare sul tubo un recipiente di latta con aria comune, e colle pareti ricoperte con carta da filtro asciutta, e munito d'un imbutino che per un apposito foro nella base superiore penetrava nell'interno del recipiente e toccava coll'estremità affilata la carta da filtro della parete laterale. Caricavo la bilancia ed osservavo la variazione della deviazione che in giornate asciutte era abbastanza piccola, avendo cura di lasciar il recipiente di latta a posto per molto tempo acciocchè l'aria si disseccasse, quindi versavo per l'imbutino 5 o 6 $cm.^3$

di acqua, che grazie alla carta da filtro bagnava anche parte delle pareti ed osservavo la variazione della deviazione in queste condizioni in cui nulla era stato mutato fuorchè l'umidità dell'aria. Talvolta sostituivo ancora un cilindro simile al primo, ma ancora asciutto ed osservavo la variazione della deviazione. Le esperienze furono eseguite ora con elettricità negativa, ora con positiva senza diversità nei risultati.

Anche in queste esperienze allorchè caricai la bilancia ad un potenziale non troppo elevato, sebbene l'isolamento dei sostegni fosse assai grande, sebbene paragonassi i due estremi dell'aria assolutamente asciutta e di quella satura di vapore, e sebbene la bilancia fosse assai sensibile, non potei riscontrare alcuna differenza fra il disperdimento nell'aria umida e nell'aria secca. Per dare un'idea dell'andamento e delle condizioni delle esperienze, riporto nelle seguenti tabelle i risultati di due fra le molte serie di esperienze eseguite nel primo dei modi indicati. Nella prima colonna trovansi i tempi, nella seconda le deviazioni (omettendo quelle intermedie per brevità), e nella terza le variazioni della deviazione per minuto primo. La temperatura in questa come nelle altre esperienze era presso a poco di 15°, la pressione atmosferica di 740 mm. La forza di torsione del filo era di 0,3 (C. G. S.).

Aria secca	0′ 15′	48°,1 47 ,1	0,067
Aria umida	18′ 42′	47 ,0 45, 5	0,062
Aria secca	46′ 61′	45 ,1 44, 2	0,060

Aria secca	0′ 22′	49°,1 47 ,5	0,073
Aria umida	26′ 42′	47 ,1 45 ,9	0,073

In queste esperienze è da notare che, sebbene la variazione della deviazione sia molto piccola, tale da non lasciar scorgere una differenza fra i disperdimenti minore di $^1/_{10}$ del loro valore, tuttavia la bontà dell'isolamento e quindi il lungo tempo nel quale tali variazioni si sono prodotte, rendono manifesto che il potere isolante dell'aria umida per questi potenziali è grandissimo e probabilmente, come quello dell'aria secca, infinito.

Le esperienze a potenziale più basso confermano tutte tale risultato; a potenziali di poco più elevati di quelli delle esperienze sopra riportate, ho cominciato ad osservare una differenza abbastanza sensibile fra il disperdimento nell'aria umida e quello nell'aria secca. Nelle seguenti tabelle sono i risultati di due serie di esperienze a potenziali più elevati, che però sono i più bassi ai quali ho potuto osservare una differenza fra i due disperdimenti in questione.

Aria secca	0′ 13′	60°,5 59 ,4	0,085
Aria umida	15′ 31′ 38′	57 ,5 53 ,1 49 ,0	1,47 0,27
Aria secca	35′ 58′	48 ,9 47 ,6	0,057

Aria secca	0′ 17′	55°,0 53 ,1	0,11
Aria umida	19′ 27′ 42′	52 ,8 51 ,8 49 ,1	0,22 0,13
Aria secca	44′ 67′	48 ,8 47 ,6	0,052
Aria umida	70′ 82′ 93′	47 ,4 46 ,1 45 ,3	0,11 0,072

In queste esperienze è visibile già per le deviazioni al disopra di 45° una differenza fra i due disperdimenti, e questa differenza cresce rapidamente a misura che cresce il potenziale. Invece dalle due tabelle riportate precedentemente risulterebbe che tale differenza non è sensibile per deviazioni minori di 49°. A spiegare la differenza non grande fra i due valori osserverò che le esperienze sono state eseguite a lunghi intervalli di tempo, durante i quali la bilancia fu modificata per adattarla ad altre esperienze, quindi non è improbabile che si sia prodotto qualche cambiamento o nella forza di torsione del filo, o nel grado di umidità dell'aria a seconda del modo con cui era stata bagnata la carta, o nelle condizioni atmosferiche.

Feci quindi altre esperienze a potenziale più elevato e perciò cambiai il filo di torsione della bilancia sostituendone un altro la cui forza di torsione era uguale a 4,6. Ecco nella seguente tabella i risultati d'una serie di esperienze.

Aria secca	0′	47°,1	
	5′	45 ,9	0,24
	10′	44 ,8	0,22
	21′	43 ,0	0,16
	30′	42 ,0	0,11
Aria umida	33′	32 ,0	
	37′	29 ,9	0,52
	42′	28 ,6	0,26
	47′	27 ,8	0,16

Aria secca	19′	27°,8	0,07
	73′	26 ,1	
Aria umida	75′	25 ,9	
	80′	25 ,2	0,08
	98′	24 ,1	
Aria secca	100′	24 ,1	0,038
	137′	22 ,7	
Aria umida	140′	22 ,4	0,034
	175′	21 ,2	

Anche da questa serie di esperienze risulta che il disperdimento nell'aria umida per potenziali elevati è maggiore che nella secca, ed a misura che il potenziale cresce, cresce anche tale differenza, ma assai più rapidamente. Da queste esperienze apparirebbe che questa differenza cominci a farsi sentire al potenziale corrispondente alla deviazione di 23°; è però da notare che la sfera mobile non avendo subìto l'azione dell'aria umida trovasi ad un potenziale maggiore. Da esperienze eseguite a potenziali prossimi a quello in cui tale differenza cessa di farsi sentire, risulterebbe che essa è ancora sensibile sebbene minima per la deviazione di 18°. Tutte le altre serie di esperienze eseguite anche nel secondo e nel terzo modo, e delle quali sarebbe lungo ed inutile riportare i numerosi risultati numerici conducono alla stessa conclusione.

Avrei voluto sperimentare a potenziali ancora più elevati per determinare la legge con cui variava la differenza dei due disperdimenti al crescere del potenziale, ma la carica si disperdeva specialmente nell'aria umida, con tal rapidità da impedire il confronto. Cercai di rallentare questo disperdimento, ponendo l'astina in comunicazione coll'armatura interna d'una piccola bottiglia di Leida (che conservava lungamente quasi inalterata la carica) collocata nell'interno della bilancia, ma essa perturbava troppo il regolare andamento della bilancia colle azioni elettrostatiche esercitate dal collo elettrizzato.

L'apparecchio usato in queste ricerche non permette certo una valutazione esatta del valore assoluto del potenziale al quale

comincia a farsi sentire la differenza fra il disperdimento nell'aria umida e quello nell'aria secca. Può essere utile però una conoscenza approssimata. Perciò noto che la distanza del centro della sferetta mobile dall'asse di rotazione era di 7,3 cm., e che il diametro della sferetta era di 1 cm. Riguardo al conduttore fisso (astina) trovai coll'esperienza che la sua azione era all'incirca la stessa di quella d'una sfera di 1 cm. di diametro caricata allo stesso potenziale. Naturalmente tale uguaglianza non potrebbe essere che approssimativa, giacchè il modo con cui varia l'azione elettrostatica dell'astina colla distanza è diverso da quello con cui varia l'azione d'una sfera.

Ammettendo dunque che il potenziale a cui comincia ad esser sensibile la differenza fra l'aria umida e la secca corrisponda alla deviazione di 45° col filo sottile, questo potenziale in valore assoluto sarà all'incirca uguale a 2.1 (C. G. S.). Nelle esperienze col filo più grosso nelle quali si può ritenere che la differenza cominci a farsi sentire per una deviazione uguale a 18°, il valore di detto potenziale sarebbe di 2,0. Si può quindi ritenere che la differenza fra i due disperdimenti cominci ad essere sensibile verso i 600 Volt. Tuttavia la lunghezza della scintilla fra sfere di ottone di 1.4 cm. di diametro misurata con uno spinterometro imperfetto, per una differenza di potenziale capace di produrre le suddette deviazioni, risultò di circa 0,08 mm., ciò che corrisponderebbe ad una differenza di potenziale un pò maggiore di 600 Volt.

3. *Influenza dell'umidità sul disperdimento pei sostegni.* — Stabilito così che per un potenziale sufficientemente elevato l'elettricità si disperde più facilmente attraverso l'aria umida che attraverso la secca, volli osservare l'influenza dell'aria umida sul potere isolante dei sostegni per vedere quale delle due cause fosse predominante nel disperdimento dell'elettricità nell'aria umida. Credetti inutile sperimentare su sostegni di cattivo vetro non verniciato che certamente ricopresi d'un velo d'umidità, e mi contentai di sperimentare su sostegni di vetro buon isolante e ricoperto di vernice di gomma-lacca.

A tale scopo adattai sulla sfera d'ottone verticalmente un tubetto del vetro suddetto lungo 2,5 cm. e di 2 mm. di diametro, il qual tubetto terminava superiormente con una elica di filo di packfong che veniva a contatto colla parete superiore del recipiente di latta contenente l'aria umida o l'aria secca. Ope-

ravo del resto come nelle esperienze precedenti cioè caricando la bilancia ed adattando alternativamente i due recipienti con aria secca e con aria umida. Sperimentai però solo a potenziali bassi per non avere il disperdimento attraverso l'aria umida che avrebbe complicato il fenomeno.

L'andamento delle esperienze fu in questo caso assai meno regolare che non nei precedenti. Probabilmente il velo di umidità di cui si ricopre il tubetto è diverso secondo che la temperatura ambiente cresce o decresce, o per altre cause, e la variazione di potenziale per minuto non è così costante nelle varie esperienze come precedentemente. Risultò tuttavia che questa variazione come era da prevedersi, è maggiore nell'aria umida che nella secca anche per potenziali bassissimi. Però nonostante che il tubetto in questione talora fosse stato tenuto appositamente per molte ore nell'aria umida, il suo potere isolante si conservò abbastanza grande. Così per una deviazione di 46° col filo più sottile, la variazione fu di 0,26 nell'aria umida e di 0,06 nella secca.

Risulterebbe da queste esperienze che il disperdimento per un sostegno di buon vetro verniciato di recente, nell'aria umida è dello stesso ordine di grandezza di quello attraverso l'aria umida, tuttavia non so se ciò sia vero anche per conduttori e sostegni più grandi ed a potenziali più elevati. Provai a fare qualche esperienza a potenziali più elevati con un conduttore elettrizzato nell'aria umida e il sostegno nell'aria secca e viceversa, ma non arrivai ad un risultato decisivo. Del resto se l'elettricità a potenziale elevato nell'aria umida si disperda più attraverso l'aria o pei sostegni, dipenderà sempre non solo dalla natura dei sostegni, ma anche dalle dimensioni relative dei sostegni e del conduttore.

4. *Influenza della quantità di vapore e del grado d'umidità dell'aria.* Dubitando che l'influenza dell'umidità dell'aria sul disperdimento si verificasse solo allorchè l'aria era satura di vapore e quindi in condizioni speciali, provai a bagnare la carta da filtro di cui era tappezzato uno dei recipienti di latta con acqua satura di sal marino. In tal modo la tensione del vapore veniva ridotta di qualche millimetro, tuttavia i risultati furono poco diversi da quelli ottenuti con l'aria satura di vapore.

Volli anche paragonare il disperdimento nell'aria secca o nell'aria satura d'umidità con quello nell'aria ambiente. Perciò dopo aver osservato la variazione della deviazione nell'aria secca

nel solito modo, toglievo il recipiente di latta e lasciavo la sfera nell'aria ambiente. Ecco i risultati d'una serie di esperienze durante le quali lo stato igrometrico era 0,67.

Aria secca	0' 10' 17'	51°,3 47 ,0 45 ,2	0,43 0,26
Aria ambiente	19' 28'	42 ,0 29 ,9	1,34
Aria secca	30' 48'	28 ,7 26 ,9	0,10
Aria ambiente	51' 60'	27 ,0 24 ,9	0,23

Risulta anche da queste esperienze (sebbene la sfera nell'aria ambiente fosse sottratta all'azione del recipiente di latta in comunicazione col suolo che deve facilitare la dispersione dell'elettricità) che per diminuire il potere isolante dell'aria non è necessario che il vapor acqueo sia saturo. Il disperdimento nella serie precedente è di poco inferiore a quello nell'aria umida. È però da notare che esso deve essere un po' ingrandito per l'azione del pulviscolo atmosferico, che nei recipienti di latta poteva ritenersi trascurabile.

Per accertarmi meglio che il disperdimento nell'aria umida non fosse dovuto unicamente all'essere il vapore saturo, oppure unicamente alla quantità di vapore ripetei le esperienze di paragone fra il disperdimento nell'aria secca e quello nell'aria umida, con questo che prima d'adattare sia il recipiente con aria secca sia quello con aria umida scaldavo la sfera d'ottone e parte dell'astina ad una temperatura di poco superiore ai 100°. Alla fine delle osservazioni sia nell'aria secca sia nell'aria umida ossia prima di ripetere il riscaldamento, la sfera conservava ancora una temperatura di circa 40° a 50°. In queste condizioni si manifestò ancora una differenza fra il disperdimento nell'aria umida e quello nell'aria secca; tale differenza risultò però assai minore che colla sfera fredda; siccome la sfera s'andava raffreddando ed il potenziale andava diminuendo, la variazione della deviazione nell'aria umida che tendeva a crescere per la prima causa ed

a diminuire per la seconda rimaneva press'a poco costante, invece di decrescere rapidamente come avviene quando la sfera è fredda. Anche ciò prova che il maggior disperdimento nell'aria umida si presenta anche quando il vapore è abbastanza lontano dal punto di saturazione; tuttavia esso diminuisce e probabilmente s'avvicina a quello nell'aria secca, quando il vapore s'allontani ancora dal punto di saturazione.

5. *Influenza della levigatezza della superficie e della grandezza della sfera da cui si disperde l'elettricità.* Si potrebbe domandare se tale maggior disperdimento nell'aria umida avvenga per convezione oppure mediante produzione di piccole scariche, e se per avventura esso non sia essenzialmente dovuto alla presenza di asperità nella superficie del conduttore, le quali funzionino come piccole punte che facilitino la formazione di tali scariche. Dubitando anzitutto che questo maggior disperdimento non fosse dovuto a qualche peluzzo della carta da filtro che facesse da punta e sottraesse l'elettricità, feci alcune esperienze usando prima recipienti di latta più grandi, cioè di 11 cm. di diametro e 14 di altezza, quindi usando invece del recipiente di latta con carta da filtro una bottiglia di vetro colle pareti ricoperte da un velo d'acqua in cui avevo disciolto un po' di gomma perchè rimanesse più aderente. Questo velo d'acqua era in comunicazione col suolo. I risultati furono gli stessi come precedentemente. Provai in seguito a rendere la superficie della sfera d'ottone levigata quanto meglio potei, ma sempre senza che il risultato cambiasse.

Per avere una superficie levigata quanto è possibile fisicamente, pensai di usare una superficie liquida. Adattai perciò alla sommità dell'astina un tubetto di vetro verniciato terminato da un imbuto la cui apertura aveva un diametro di 1,5 cm. Questo tubetto penetrava nel tubo B per circa 1 cm., dimodochè l'astina era sottratta alle variazioni dell'umidità dell'aria, ed era poi chiuso in fondo con un po' di ceralacca. Nell'imbutino poi versai del mercurio pulito e filtrato per un imbuto affilato, dimodochè la sua superficie era lucentissima e senza la minima traccia visibile di pulviscolo.

Ecco i risultati d'una serie di esperienze dalle quali risulta così come da molte altre nelle quali era stato rinnovato talora il mercurio, che sebbene la superficie fosse levigata quanto era possibile, il disperdimento era maggiore nell'aria umida che nella secca.

Aria secca	0′ 13′	54°,7 50 ,1	0,35
Aria umida	15′ 17′ 19′ 21′	45 ,2 42 ,0 40 ,5 39 ,6	1,6 0,75 0,45
Aria secca	24′ 26′	34 ,9 34 ,5	0,20

La differenza fra il disperdimento nell'aria umida e quello nell'aria secca è minore in queste esperienze che nelle precedenti: è però da notare che la superficie elettrizzata che disperde elettricità nell'aria umida in queste condizioni è assai minore. Per assicurarmi che tale fosse la causa della minor differenza nei disperdimenti, tolsi il mercurio e posi nell'imbutino la solita sfera d'ottone che inferiormente veniva a contatto coll'estremità dell'astina e rimaneva all'infuori dell'orlo dell'imbutino per un po' più della metà. Le esperienze eseguite subito dopo quelle col mercurio diedero prossimamente uguali valori pei disperdimenti nell'aria secca e umida.

Provai anche a mettere nell'imbutino acqua invece che mercurio, ed ottenni presso a poco gli stessi risultati. Da queste esperienze risultò pure che il disperdimento nell'aria secca è prossimamente lo stesso per l'acqua, per il mercurio o per la mezza sfera d'ottone. Quindi sebbene si possa ritenere che l'aria al disopra della superficie dell'acqua, sia satura di vapore almeno per uno strato infinitesimo, pure il disperdimento avviene come nell'aria secca e non come nell'aria umida. Pare che l'elettricità che probabilmente sfugge dalla superficie dell'acqua, la quale trovasi nell'aria umida, non possa propagarsi più oltre dove l'aria umida cessa.

Ho cercato anche di determinare quale fosse l'influenza della grandezza della sfera d'ottone (ossia l'influenza della densità elettrica superficiale) sul disperdimento. Le sfere che paragonai erano quella solita di 1,45 cm. di diametro e un'altra di 3 cm. di diametro, e talvolta lasciai la sommità ben arrotondata e lisciata dell'astina senza sfera. In tutti i casi l'astina era circondata alla parte superiore da un tubetto di vetro, di modo che la super-

ficie esposta all'aria umida era solo quella delle sfere o quella dell'astina per un tratto di circa 1 cm.

Acciocchè le esperienze fossero meglio paragonabili, caricavo la bilancia dopo che il recipiente con aria umida era a posto, mediante il filo laterale e con una bottiglia di Leida che conservava la carica per molto tempo senza grande variazione. Quindi non avevo bisogno di rinnovare la carica della bottiglia; la stessa bastava per tutte le esperienze da paragonare e che erano fatte così a potenziali poco diversi ed in un modo simile per tutte. Osservate le deviazioni per un certo tempo, toglievo il coperchio del recipiente di latta, (perchè la sfera grande non sarebbe passata per il foro del fondo) cambiavo la sfera oppure la toglievo del tutto, rimettevo il coperchio, ricaricavo colla stessa bottiglia e così di seguito ed alternativamente.

Nella seguente tabella trovansi i risultati di parecchie esperienze; da esse e dalle altre che sarebbe lungo riportare risulta che il disperdimento è assai prossimamente lo stesso nei tre casi e quindi l'aumento della densità elettrica è compensato dalla diminuzione della superficie sebbene la prima varii proporzionalmente al quadrato del raggio e l'altra in ragione inversa della prima potenza del raggio.

Sfera piccola	0′ 9′	42″,8 35 ,5	0,81
Sfera grande	14′ 22′	42 ,5 35 ,7	0,85
Sfera piccola	0′ 10′	48 ,3 38 ,4	0,99
Sfera grande	14′ 21′	47 ,8 41 ,5	0,90
Sfera piccola	0′ 5′	48 ,4 44 ,2	0,84
Senza sfera	17′ 24′	49 ,0 43 ,1	0,84

È però da notare che in queste esperienze come in quelle sull'influenza del grado d'umidità, si seguì il secondo dei modi indicati in principio. In esso si richiede un certo tempo fra una serie e l'altra da paragonare, si apre il recipiente di latta e si modificano sempre più o meno le condizioni, per cui le esperienze da paragonare possono sentire l'influenza di cause diverse da quelle che si vogliono riconoscere e quindi il metodo perde della sua precisione, come risulta anche dal paragone dei numeri ottenuti in condizioni apparentemente uguali.

Dalle esperienze con superficie levigatissime o liquide e da queste con conduttori aventi curvature diverse risulterebbe dunque che il maggior disperdimento nell'aria umida non è causato dalla presenza di punte. Provai quindi a sostituire alla sfera una punta acutissima d'ago, sporgente all'insù dalla sommità dell' astina 1,5 cm. Sperimentai necessariamente a potenziali poco elevati e risultò che il potenziale al quale incomincia a farsi sentire la differenza fra i disperdimenti nell'aria umida e nella secca è lo stesso come per la sfera. M'assicurai di questo fatto importante ripetendo le esperienze alternativamente colla sfera e colla punta, e ciò con entrambe le elettricità. Per maggior sicurezza operai anche nel modo seguente: misi sulla punta una sfera d'ottone cava e forata che la copriva interamente ed osservai la variazione della deviazione nell'aria umida, quindi tolto il coperchio del recipiente di latta con un uncino isolante tolsi la sfera, e rimesso il coperchio continuai le osservazioni. In tal modo nulla veniva cambiato fuorchè sull'astina si trovava la punta nuda invece della sfera. Ecco nella seguente tabella i risultati d'una serie di esperienze con elettricità positiva: un ugual risultato ebbi nelle altre serie eseguite ora con elettricità positiva ora con negativa.

Sfera nell'aria secca	0′ 15′	28°,0 27 ,8	0,05
Sfera nell'aria umida	18′ 45′	27 ,8 25 ,6	0,08
Sfera nell'aria umida	50′ 60′	22 ,4 22 ,0	0,04
Punta nell'aria umida	62′ 90′	21 ,0 20 ,0	0,036
Sfera nell'aria umida	93′ 127′	19 ,1 17 ,7	0,04

Non pare dunque che il maggior disperdimento nell'aria umida sia dovuto a scariche che si formino sulle asperità del conduttore più facilmente nell'aria umida, poichè in tal caso esso dovrebbe cominciare a prodursi ad un potenziale minore per la punta che non per la superficie levigata della sfera.

Disperdimento nell'aria satura di vapori di sostanze isolanti. È importante di vedere se il maggior disperdimento nell'aria contenente vapor acqueo dipende dalla conducibilità dell'acqua o solo dallo stato speciale del vapore prossimo allo stato di saturazione. Ho perciò eseguito esperienze nell'aria satura di vapori di liquidi isolanti. Usai il terzo dei modi precedentemente indicati, ossia osservavo la variazione della deviazione essendo adattato un recipiente di latta colle pareti tappezzate di carta da filtro, prima con aria comune, quindi dopo avervi versato il liquido voluto e finalmente dopo aver sostituito un cilindro di latta con aria comune. Sperimentai colla parte più volatile del petrolio che si vende comunemente col nome di benzina, e colla benzina pura proveniente dalla casa Trommsdorff. Risultò per l'aria satura dei vapori di ciascuno di questi liquidi un disperdimento maggiore che per l'aria, tuttavia la differenza fu molto piccola e quasi insensibile per cui essa è probabilmente dovuta a qualche causa d'errore. Avviene difatti, che essendo questi vapori più pesanti dell'aria e non assorbibili dall'acido solforico, pervengono facilmente nell'interno della bilancia e si depongono sui sostegni alterandone il potere isolante. Risulta dunque che il disperdimento nell'aria non è alterato o lo è pochissimo dalla presenza di vapori saturi di liquidi isolanti.

Sperimentai anche coll'alcool assoluto, che come l'acqua è un mediocre conduttore però contrariamente alla mia aspettazione risultò sempre un aumento piccolissimo del disperdimento per effetto dei vapori saturi di alcool. L'effetto di questi vapori potrebbe forse essere più sensibile a potenziali più elevati. Ecco i risultati di una delle esperienze sull'alcool.

Aria comune	0′ 10′	54°,2 52 ,5	0,17
Aria con vapore alcoolico	11′ 21′	52 ,3 50 ,5	0,18
Aria comune	23′ 31′	50 ,3 49 ,0	0,16

Conclusione. Risulta dalle precedenti esperienze:

1° Che l'aria umida isola così bene come la secca conduttori a potenziali inferiori a circa 600 *volt*, ma che per potenziali più elevati il disperdimento nell'aria umida è maggiore che nella secca e tanto maggiore quanto più il potenziale è elevato ed il vapore vicino al punto di saturazione. Non pare che abbia influenza la quantità di vapore.

2° Il potenziale suddetto a cui comincia a farsi sentire la differenza fra il disperdimento nell'aria umida e quello nella secca è lo stesso per una sfera o per una punta acutissima.

3° Questo maggior disperdimento nell'aria umida si verifica anche da superficie levigatissime ed anche liquide. Non pare dunque che esso sia dovuto a scariche dalle asperità che si producano più facilmente nell'aria umida che nella secca.

4° Esso si verifica a parità di potenziale in ugual misura qualunque sia la grandezza della sfera che disperde l'elettricità, per cui entro i limiti delle esperienze l'aumento della superficie compensa la diminuzione della densità elettrica.

5° Un maggior disperdimento non si verifica (o si verifica molto debolmente) nell'aria satura di vapori di sostanze isolanti.

Gabinetto fisico della R. Università di Sassari.
Aprile 1887.

Contributo allo studio dello sviluppo e della patologia delle capsule soprarenali

pel Dott. Pietro CANALIS

Con questi esperimenti ho cercato di portare un contributo alle scarse cognizioni che si hanno sulla rigenerazione del parenchima e sulla cicatrizzazione delle ferite delle capsule soprarenali, valendomi in ispecial modo del criterio della moltiplicazione degli elementi per cariocinesi.

Prima però di accingermi all'esame delle capsule ferite, era interessante di vedere per qual processo si moltiplichino le cellule di quest'organo durante lo sviluppo, e se avvenga in esso una proliferazione cellulare anche nello stato adulto, ed ho perciò fatto osservazioni in proposito.

Gli animali, di cui mi servii, furono tutti uccisi appositamente, e le loro capsule, immediatamente esportate, vennero conservate in due modi differenti: una parte fu messa in alcool e acqua a parti uguali per 24 ore e poi in alcool a 38°, ovvero in quest'ultimo direttamente; un' altra parte fu indurita nel liquido di Flemming.

Soluzione acquosa d'acido cromico 1 : 100 15 cc.
Soluzione acquosa d'acido osmico 2 : 100 4 cc.
Acido acetico 10 goccie.

Le sezioni dei pezzi induriti in alcool le coloravo col metodo del Prof. Bizzozero (1) per vedere le figure cariocinetiche, e col

(1) BIZZOZERO G., *Nuovo metodo per la dimostrazione degli elementi in cariocinesi nei tessuti* (Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie, Bd. III, Heft 1°, 1886). Le sezioni devono subire questo trattamento: alcool assoluto — liquido di Ehrlich (5-10 m') — lavatura nell'alcool assoluto (5 m") — soluzione iodica (1 di iodo, 2 di ioduro di potassio - 300 di acqua, per 2 m") — alcool assoluto (20 m") — soluzione d'acido cromico 1 : 1000 (30 m") — alcool assoluto (30 m"), — ripetuta lavatura nell'olio di garofani e poi chiusura in Damar.

carmino alluminato, carmino picrico, ematossilina per lo studio delle altre particolarità di struttura. I pezzi induriti nel liquido di Flemming, al 3° o 4° giorno venivano tolti dal miscuglio e lavati per 24 ore sotto un filo d'acqua, quindi passati in acqua e alcool (60 di alcool per 40 d'acqua) per altre 24 ore e poi messi in alcool assoluto. Per la colorazione, seguendo la proposta di Podwissozki, mi servivo di una soluzione forte acquosa di saffranina nella quale lasciavo le sezioni da 10-60 minuti; quindi le lavavo in acqua per 1-2 minuti, e dopo averle decolorate per pochi secondi in alcool leggermente acidulato (circa 1/1000 di acido cloridrico), e per 3 minuti in alcool assoluto puro, le trasportavo in olio di garofani e in gomma Damar.

Per la ricerca delle cariocinesi nelle capsule surrenali adoperai il processo di Flemming soltanto come metodo di controllo, e ciò per alcuni svantaggi che esso presenta. Anzitutto è un processo troppo lungo, poi la colorazione non avviene che fin dove penetra l'acido osmico e quindi soltanto negli strati superficiali del pezzo, cosicchè possono sfuggire all'osservazione le figure cariocinetiche delle cellule profondamente situate. È bensì vero che a questo inconveniente si può ovviare riducendo l'organo in pezzi molto piccoli, ma d'altronde ciò può far perdere rapporti che interessa di conservare. Inoltre questi pezzi vanno sezionati e colorati non più tardi di 2-3 giorni dacchè stanno nell'alcool assoluto, altrimenti la colorazione riesce meno bella. Mi servii invece preferibilmente del metodo del Prof. Bizzozero, perchè rende le figure cariocinetiche spiccate quanto il metodo di Flemming senza presentarne gli inconvenienti. Diffatti i pezzi da conservarsi possono essere molto più grossi, perchè l'alcool penetra molto profondamente, e la colorazione si fa egualmente bene in tutto lo spessore del pezzo, sicchè le figure mitotiche che vi si trovano risaltano tutte; il processo di conservazione è più semplice, ed i pezzi si possono esaminare anche dopo un anno, come è capitato a me, senza che si abbia perciò a lamentare il menomo inconveniente nella colorazione.

Noto pure che il metodo di indurimento del Flemming l'ho trovato utilissimo nello studio delle ferite del polmone, perchè qui il liquido penetra facilmente in tutto il pezzo dandogli una consistenza che non si può ottenere coll'alcool.

I.

Capsule surrenali in via di sviluppo.

Nessuno che io mi sappia ha studiato *la scissione indiretta degli elementi nelle capsule surrenali in via di sviluppo*; invece si discute ancora nei lavori più recenti l'origine delle due sostanze corticale e midollare. Citerò qui le principali opinioni che stanno ancora di fronte, perchè, come vedremo, lo studio della cariocinesi serve a dilucidare la questione. Kölliker (1) ammette che i loro germi abbiano origine, quello della corticale dal mesoderma e quello della midollare da elementi del simpatico. Quest'idea fu confermata da Braun (2), il quale trovò che anche nei rettili la parte corrispondente alla sostanza corticale dei mammiferi si sviluppa dal mesoderma, e la parte midollare dal simpatico. Alla stessa conclusione venne Mitsukuri (3) studiando lo sviluppo delle capsule surrenali nei conigli. Ma a questo modo di intendere l'embriogenesi delle capsule soprarenali si oppone il Gottschau (4). Egli dall'esame delle capsule in una serie grandissima di mammiferi adulti e negli embrioni di porco, di pecora e di coniglio, venne alla conclusione: che la sostanza midollare si presenta solo in un periodo avanzato della vita embrionale o anche dopo la nascita, e che si sviluppa a poco a poco dalla sostanza corticale. Si tratterebbe adunque, secondo lui, di una continua trasformazione della sostanza corticale nella midollare.

Io ho sottoposto ad esame le capsule surrenali di feti di cane giunti a termine e di cani neonati uccisi poche ore dopo la nascita; di feti di coniglio lunghi (dal vertice alla radice della coda) 25 e 67 mm.; di coniglio di 11 e di 75 giorni; di feti di cavia lunghi 11 cm.; di cavia neonata al 2° giorno di vita e di cavia di 8 giorni.

(1) Kölliker, *Embryologie*. Traduction par Aimé Schneider, 1882, p. 995.

(2) Braun, *Bau und Entwickelung der Nebennieren bei Reptilien* (Arbeiten aus dem zoologischen Institute zu Würzburg, Bd. V).

(3) Mitsukuri, *On the developement of the suprarenal Bodies in Mammalia* (Journal of microscopical science. London, new series, Nr. 85).

(4) Gottschau, *Structur und embryonale Entwickelung der Nebennieren bei Säugethieren* (Archiv für Anatomie und Entwickelungsgeschichte. Jahrgang, 1883, s. 412).

Basta questa enumerazione per dimostrare che non mi ho prefisso di risolvere la difficile questione della provenienza della sostanza corticale e midollare. Nelle capsule da me studiate, tranne in quelle dei feti di coniglio lunghi 25 mm., le due sostanze si presentavano ben distinte.

In tutte queste capsule trovai un numero variabile di elementi parenchimatosi col nucleo in via di scissione indiretta, e bene spesso, nelle ultime fasi della mitosi, anche col protoplasma in via di strozzamento o completamente diviso.

In quanto alla distribuzione delle figure cariocinetiche ho trovato, che nelle capsule fetali esse sono sparse quasi uniformemente in tutto lo spessore dell'organo così nella sostanza corticale come nella midollare, e in queste tanto nelle parti centrali quanto nelle periferiche. Invece nelle capsule degli animali neonati, le trovai già più rare nella sostanza midollare che nella corticale, ed in questa più numerose nella metà periferica.

Lo stesso reperto si nota nelle capsule della cavia di 8 giorni e del coniglio di 11 e di 75 giorni; in quest'ultimo anzi le figure cariocinetiche sono addirittura rarissime nella sostanza midollare e nelle parti interne della corteccia.

Questo fatto sta in rapporto col diverso volume che devono raggiungere nell'animale adulto le due sostanze della capsula; essendo in esso la parte corticale molto più estesa della midollare.

Ciò dimostra pure che la corteccia cresce principalmente per proliferazione delle sue cellule periferiche, e quindi che le cellule centrali sono le più vecchie.

In quanto al numero delle figure cariocinetiche, esse sono molto numerose nei feti di coniglio lunghi 25 mm. (6-7 per campo microscopico obb. 8. oc. 3 Koristka), alquanto meno copiose nei feti più avanzati e negli animali neonati; nella cavia di 8 giorni esse sono già scarse e ancor più rare nel coniglio di 11 giorni. Nel coniglio di 75 giorni, sebbene non frequenti, sono però ancora in numero alquanto maggiore che nell'adulto, come vedremo.

Queste mitosi non hanno nulla di speciale che le distingua da quelle degli altri elementi dell'organismo; credo perciò inutile il darne una descrizione dettagliata; dirò solo che nelle capsule di cane neonato (fig. 1[a]) e di cavia di 8 giorni mentre le cellule in riposo hanno un protoplasma reticolato che ricorda le cellule delle ghiandole sebacee, le cellule in cariocinesi presentano il reticolo meno spiccato e sono piu chiare.

Siccome le capsule surrenali si ritenevano un tempo quali *organi appartenenti sopra tutto se non esclusivamente alla vita embrionaria*, come si esprime il Brown-Sequard, così questi volle vedere se realmente esse aumentano in peso cogli anni. Egli (1) fece perciò ricerche nell'uomo, gatto, cane, coniglio e cavia, e trovò che in tutti, ma sopra tutto nelle cavie, le capsule surrenali guadagnano in peso dalla nascita fino all'età adulta. Ora in tutte le capsule da me esaminate, le cellule del parenchima erano più piccole che nelle capsule degli animali adulti, soltanto nel coniglio di 75 giorni non era apprezzabile questa differenza di grandezza.

Parmi adunque che dalle mie osservazioni si possa conchiudere: che l'accrescimento del parenchima delle capsule surrenali è dovuto oltre all'aumento in volume dei singoli elementi, anche alla loro moltiplicazione per scissione indiretta; che questa moltiplicazione avviene tanto nella sostanza corticale che nella midollare, e perciò qualunque sia il primo germe della sostanza midollare, che la si voglia far derivare o dal simpatico o da un differenziamento della corticale, esso ha però in seguito uno sviluppo indipendente, ed è quindi per lo meno superflua l'ipotesi del Gottschau, che avvenga una continua trasformazione delle cellule corticali in cellule midollari.

II.

Capsule surrenali di animali adulti.

La ricerca *delle figure cariocinetiche nel parenchima delle capsule surrenali adulte* era per me interessante non solamente per evitare interpretazioni erronee dei rapporti nelle ferite, ma ancora per lo studio della fisiologia di quest'organo. Si sa che la sua funzione non è meno oscura del suo sviluppo. La teoria di Brown-Sequard, secondo la quale quest'organo sarebbe deputato ad impedire il soverchio accumulo di pigmento nel sangue, avrebbe trovato, è vero, un validissimo appoggio nelle osservazioni del Tizzoni (2) il quale nei conigli operati di estirpazione

(1) Brown-Séquard, *Recherçhes expérimentales sur la physiologie et la pathologie des capsules surrénales.* Comptes-rendus, vol. 43, pag. 422.

(2) Tizzoni, *Sulla fisiopatologia delle capsule soprarenali.* Comunicazione preventiva (Bullettino delle Scienze mediche di Bologna, serie VI, vol. XIII 1884).

delle capsule, osservò una pigmentazione bruna delle labbra, narici, mucosa orale e nasale, però resterebbe sempre a spiegarsi il come questa funzione si compie.

Il Gottschau (1), basandosi specialmente sull'esame istologico, le ritiene per *ghiandole secernenti che versano nel sangue venoso sostanze chimiche e morfologiche.* Durante la funzione, avverrebbe, secondo lui, una diminuzione della sostanza midollare e corticale interna per riduzione del numero degli elementi cellulari, e questa perdita sarebbe compensata da una continua neoformazione di elementi nella parte esterna della corteccia presso la superficie interna della capsula fibrosa.

Io esaminai le capsule di oltre 20 conigli, 6 cani, 10 cavie e un mulo, tutti animali adulti, il mulo anzi molto vecchio. Feci le sezioni perpendicolarmente all'asse maggiore dell'organo ed in modo da comprendere tutto lo spessore di esso, tranne nelle capsule del mulo a causa della loro grandezza. In tutte le capsule esaminate riscontrai un piccol numero di cellule della sostanza corticale col nucleo in cariocinesi e qualcuna pure col protoplasma in via di scissione. Tali cellule stanno quasi sempre nella parte periferica della sostanza corticale, cioè nella zona glomerulosa o nella parte esterna della zona fascicolata; raramente se ne trovano più internamente, nè mi occorse mai di vederne nella sostanza midollare.

Si sa che la delimitazione tra le diverse zone della corteccia non è ugualmente spiccata nelle diverse specie animali, e che gli autori non vanno d'accordo sulle loro denominazioni. Così mentre Brunn (2) avea già fatto notare che nel cane e nel cavallo i cordoni cellulari della zona fasciculata giungono fino alla capsula fibrosa, per cui mancherebbe in questi animali la zona glomerulosa, e Gottschau trovò mancante la stessa zona nella maggior parte delle specie animali da lui studiate, compreso il coniglio; il Klein (3) invece intende in questi animali sotto il nome di zona glomerulosa la parte più esterna della zona fascicolata.

Attenendomi alla interpretazione di Brunn e Gottschau io

---

(1) GOTTSCHAU, lavoro citato.

(2) BRUNN *Ein Beitrag zur Kenntniss des feneren Baues und der Entwickelungsgeschichte der Nebennieren* (Archiv für Mikroskopische Anatomie, Bd. VIII, 1872).

(3) KLEIN et VARIOT, *Nouveaux éléments d'histologie,* 1885.

devo dire che le figure cariocinetiche si trovano nella parte più esterna della zona fascicolata e più precisamente, nel cane e nel mulo, sia nelle cellule fusiformi che stanno riunite a fasci tortuosi presso la capsula fibrosa, sia più internamente dove i cordoni cellulari incominciano a farsi rettilinei e le cellule poliedriche.

Il numero di queste figure è piccolo e varia nelle diverse specie animali. Così ogni sezione sottilissima tanto da non avere che lo spessore di un elemento, e interessante trasversalmente tutto lo spessore dell'organo nella parte centrale, presentava nel cane da 1-3 figure cariocinetiche, nel coniglio da 1 - 4, nella cavia da 1-12 e anche più. Nel mulo in ogni sezione di 30 mmq. trovai 3-4 figure di mitosi. In qualche animale mi occorse di esaminare più sezioni di seguito senza trovare alcuna figura cariocinetica, e poi ne trovai parecchie in una sola sezione. Così pure, capitò di non vederne nessuna in tutta la superficie di una sezione e poi di trovarne in un punto 4-5 vicine. Le maggiori variazioni di numero da individuo a individuo si hanno nella cavia.

In uno di questi animali che era in istato di gravidanza molto avanzata (feti di 11 cm.), trovai un numero grande di mitosi (5 per campo microscopico obb. 8. oc. 3 Koristka) sempre nella zona esterna della corteccia, ma esaminando le capsule di altre cavie e coniglie gravide, non ne trovai un numero maggiore del normale, per cui non mi è lecito dedurre da questo caso alcuna conclusione. Risultato ugualmente negativo mi diede l'esame delle capsule surrenali di un cane ucciso sei ore dopo l'iniezione di 2 cg. di pilocarpina, mentre era in preda a diaforesi fortissima.

La presenza costante di elementi parenchimatosi in via di scissione nelle capsule surrenali degli animali adulti, significa che in questi organi avviene un consumo continuo di elementi cellulari, il quale deve esser molto lento a giudicarne dalla poco attiva proliferazione cellulare destinata a compensarlo.

III.

Capsule surrenali ferite.

Finora si eseguì la distruzione parziale delle capsule surrenali principalmente allo scopo di studiarne i fenomeni generali consecutivi, e soltanto qualche osservatore rivolse l'attenzione al processo di cicatrizzazione e di rigenerazione.

Il Gratiolet (1) avendo fatto sulle cavie l'estirpazione parziale delle capsule surrenali, notò solo che il pezzo di capsula risparmiato, dopo due mesi e mezzo si era arrotondito e perfettamente cicatrizzato, ma non disse altro.

Il Tizzoni (2) osservò la rigenerazione delle capsule surrenali dopo l'esportazione parziale in due casi: in un coniglio operato da 144 giorni ed in un altro operato da 26. Nel primo egli trovò nel posto della capsula surrenale sinistra, distrutta per buona parte durante l'operazione con lo sgusciamento, *una capsula surrenale identica per forma, grandezza, colore e struttura ad una capsula normale.* Nel 2°, in luogo della capsula destra che aveva pure distrutta per buona parte, trovava un piccolo nodettino *con attivissima neoformazione degli elementi parenchimatosi* di quest'organo, tanto di quelli della sostanza corticale quanto di quelli della sostanza midollare. Egli non dice per qual processo avesse luogo questa neoformazione nè da quali segni l'abbia argomentata.

Io, avendo anzitutto in mira lo studio della rigenerazione del parenchima capsulare, cercai di esportarne una parte con ferite a margini netti, il che non suol riuscire facilmente, stante la piccolezza e la sede profonda di quest'organo.

Operai con successo 23 animali, cioè: 18 conigli e 5 cani. Il metodo operatorio era il seguente: fissato l'animale per le 4 estremità in posizione supina sul tavolo d'operazione, rasi i peli e ben lavata la regione lombare con una soluzione di sublimato corrosivo 1 : 1000, facevo una incisione interessante tutto lo spessore della parete addominale, lunga 3-4 cm. nei conigli, più lunga nei cani, la quale aveva per punto di partenza l'arco costale ed era diretta in dietro parallelamente alla spina dorsale, quasi ad uguale distanza da questa e dalla linea alba. Tastando allora col dito sulla colonna vertebrale in alto e all'interno del rene, cercavo la capsula surrenale, mentre un assistente con due uncini ottusi molto larghi divaricava i margini della ferita, spostando verso la linea mediana assieme alla parete addominale anche le anse intestinali. Così la capsula veniva messa e tenuta

---

(1) Gratiolet, *Note sur les effets qui suivent l'ablution des capsules surrénales.* (Comptes-rendus, vol. 43, pag. 468).

(2) Tizzoni, Comunicazione citata.

allo scoperto, ed io con un paio di forbicette rette o con un bistori, potevo esportarne dal margine esterno un cuneo interessante tutto lo spessore di essa. Per evitare la difficoltà che presenta l'operazione sulla capsula destra per la vicinanza del fegato, operai per lo più sulla capsula sinistra. Nei cani l'atto operativo è reso più difficile dallo spessore notevole delle pareti addominali, la cui resistenza bisogna vincere servendosi di uncini molto robusti per divaricare i margini della ferita. Se si ha cura d'insinuare cautamente una lama delle forbici sotto la capsula, si può eseguire l'operazione senza grande emorragia; questa però diviene relativamente notevole quando lo stromento va a ferire i vasi centrali dell'organo. Io non cercai però mai di arrestare il sangue in alcun modo. Riunivo le labbra della ferita addominale con punti di seta fenicata, e spolveravo sulla sua superficie un po' di iodoformio. Non toglievo i punti di sutura che dopo molti giorni. L'operazione, fatta colle cautele antisettiche più accurate, era quasi sempre seguìta dalla guarigione *per primam*, l'unica complicazione, che qualche rara volta notai, furono piccoli ascessi superficiali, formatisi nelle pareti addominali lungo il tragitto dei fili di sutura.

Esportavo appositamente pezzi di grandezza diversa, perciò ora faceva nell' organo soltanto una piccola intaccatura, ora l'apice del cuneo giungeva fino al centro di esso od anche lo oltrepassava, interessando così la sostanza corticale e la midollare. Per lo più il pezzo esportato equivaleva ad un ottavo od un quarto dell'intera capsula.

Molte volte abbandonai questo pezzo nella cavità peritoneale, per vedere la sorte degli elementi del parenchima capsulare distaccati dall'organo.

Degli animali operati cercai di conoscere possibilmente l'età; i più erano adulti, alcuni però li scelsi giovani per poter fare un confronto coi primi.

I conigli furono uccisi 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 15, 20, 27, 29, 36, 75, 100, 122 giorni dopo l'operazione; i cani 3, 15, 24 giorni dopo. Nel tempo che furono lasciati in vita essi non presentarono fenomeni degni di nota.

Due volte soltanto trovai che la capsula avea contratto aderenze con altri organi addominali e cioè una capsula ferita 8 giorni prima, la cui cicatrice era aderente con un'ansa intestinale, ed un' altra ferita da 29 giorni, la quale si era saldata con un'ansa intestinale e colla milza.

Nei primi giorni dopo l'operazione, la capsula si presenta circondata da una massa fibrinosa bianchiccia, che le dà l'apparenza di una sporgenza a margini appianati sulla parete addominale. Il punto ferito però si vede fino all'ottavo giorno segnato da un tratto brunastro o giallo bruno per il coagulo sanguigno che lo occupa. Coll'andare del tempo il rivestimento fibrinoso si va assottigliando, ed allora la configurazione dell'organo spicca meglio; così al 100° giorno la capsula ferita sporge sulla parete addominale come la capsula sana, presentando solo un colorito più bianco del normale, dovuto ad un leggero inspessimento del peritoneo e della capsula connettiva. Il punto ferito poi apparisce quasi sempre dopo i primi 8 - 10 giorni sotto forma di una insenatura o di una piccola intaccatura sul margine della capsula; qualche volta però, in casi di ferite piccole, non si riesce a trovarlo colla semplice ispezione e bisogna ricorrere alle sezioni di prova.

Per poter comprendere nelle sezioni tutta la superficie del tessuto cicatriziale ed i limiti col parenchima, feci per lo più i tagli parallelamente alle due faccie dell'organo. Naturalmente non tralasciai mai di esaminare microscopicamente anche la capsula sana corrispondente.

Devo dire anzitutto che non ho mai osservato una completa rigenerazione del parenchima esportato, in modo cioè da avere una *restitutio ad integrum,* ma ho trovato sempre una cicatrice (fig. 6ª) più o meno estesa di tessuto connettivo di carattere diverso, come vedremo più tardi, che rendeva impossibile di scambiare, anche con un esame microscopico superficiale, una capsula ferita con una sana.

Una conseguenza diretta dell'atto operativo è la necrosi di un tratto del parenchima limitante la soluzione di continuo. La estensione del tratto necrosato è più grande nei conigli che nei cani, ed è in rapporto colla nettezza del taglio e colla lunghezza dei margini; così nelle ferite piccole interessanti la parte periferica della corteccia, poche cellule soltanto cadono in necrosi e vengono ben presto riassorbite, sicchè dopo alcuni giorni non se ne trova più traccia; al contrario, se durante l'operazione si scolla un tratto della capsula connettiva, il parenchima corrispondente si necrotizza in gran parte ed il riassorbimento di esso dura per molto tempo. Questo tessuto necrosato ha aspetto diverso secondo il tempo trascorso dopo l'operazione. Nei primi 2-3

giorni conserva ancora in quasi tutta la sua massa l'aspetto del parenchima normale; però tanto lo stroma quanto gli elementi parenchimatosi o non si colorano affatto colla saffranina e colla genziana, oppure prendono una leggera colorazione diffusa. In questi elementi si vede ancora la configurazione normale, si distinguono ancora tanto il nucleo quanto il protoplasma, ma solamente per il loro diverso potere di rifrazione. Molti di essi sono colorati in nero dall'acido osmico nei pezzi trattati col metodo di Flemming, ed i loro ammassi appaiono talora nella sezione sotto forma di chiazze nere irregolari.

Però già dai primi giorni si può vedere alla periferia della sostanza necrotica il cambiamento che essa subirà col tempo in tutta la sua estensione. Le cellule parenchimatose cioè perdono i loro contorni, e si fondono trasformandosi in una massa granulosa, la quale si presenta splendente ed incolore colla reazione iodocromica, e colorata intensamente e diffusamente in rosso scuro se si trattano le sezioni col carmino allume. In questa massa granulosa avviene poco dopo una infiltrazione di leucociti, e siccome questi hanno per lo più il nucleo frammentato e tingibile intensamente coi colori d'anilina, così colla reazione iodocromica la massa necrotica si presenta nella parte centrale incolore e di struttura simile al tessuto normale, mentre nella parte periferica è ridotta ad un detrito granuloso splendente, in parte incolore ed in parte tempestata di granuli colorati. Tale trasformazione ed infiltrazione incomincia per lo più dalla capsula connettiva, mentre il resto della sostanza necrotica si continua per qualche giorno ancora direttamente col parenchima sano. In questo parenchima poi si vedono molte cellule in degenerazione grassa, sicchè nelle sezioni trattate col liquido di Flemming, si vede tratto tratto una striscia nera che forma una specie di demarcazione fra il parenchima sano ed il necrotico. Il passaggio dall'uno all'altro non avviene però così bruscamente, che non si trovino in mezzo alla sostanza necrotica delle cellule parenchimatose vive; anzi di queste, nei primi giorni, se ne trovano alcune col nucleo in cariocinesi (fig. 3ª).

Il fatto più interessante che si nota dopo la ferita nel parenchima non caduto in necrosi è la proliferazione degli elementi per scissione indiretta. Questa incomincia al 2º giorno e si continua per un tempo piuttosto lungo.

Riferirò prima le osservazioni fatte sul coniglio: 24 ore dopo

la ferita non mi è riuscito di trovare nel parenchima della capsula un numero di mitosi maggiore di quello che vi si trova normalmente; ne contai cioè 1-2 figure in ogni sezione interessante tutto lo spessore dell'organo, e quasi sempre nella zona periferica della sostanza corticale, indifferentemente vicino o lontano dalla ferita. Al 2° e 3° giorno invece esiste già nei margini di essa un numero discreto di figure mitotiche, scarse nella sostanza midollare, più frequenti nella corticale, sopra tutto nella zona periferica presso la capsula fibrosa, dove in un margine si possono trovare 10-15 mitosi. Quantunque le cellule in scissione si trovino per lo più vicinissime alla ferita o al parenchima necrotico, pure se ne vedono anche a distanza nello spessore della corteccia. Il loro numero aumenta al 4° giorno e più ancora al 5° e 8°, nella quale epoca raggiunge il suo *maximum*, presentandosi quasi tutte le figure nella sostanza corticale e solo eccezionalmente nella midollare. In una capsula ferita 5-8 giorni prima si possono vedere nella sostanza corticale da 2-6 figure cariocinetiche in ogni campo microscopico (obb. 8, oc. 3 Koristka). Inoltre a cominciare dal 4° giorno le cellule in via di scissione si riscontrano copiose fino ad una distanza relativamente grande dalla ferita (fig. 2ª), e se si esportò un terzo o un quarto della capsula, si vedono al 5° e 8° giorno sparse quasi uniformemente in tutta la sostanza corticale.

Dopo l'8° giorno il numero delle figure cariocinetiche diminuisce rapidamente. Nei conigli adulti uccisi al 10° e 15° giorno, nel parenchima della capsula ferita, sono poco più numerose che nelle capsule normali, e la loro sede è come in quest' ultima la parte periferica della corteccia in tutto l'ambito della capsula, tanto vicino quanto lontano dalla ferita. A tale regola fece però eccezione un coniglio adulto ucciso al 20° giorno, il quale presentava nella capsula ferita un buon numero di mitosi (1-2 per campo microscopico (obb. 8, oc. 3 Koristka) sempre nella corteccia periferica, mentre nella capsula sana ne presentava pochissime. Nei conigli adulti uccisi a epoche più avanzate, le mitosi sono in numero così piccolo che non vi ha apprezzabile differenza dal normale. Non si può dire lo stesso dei conigli giovani. Difatti, in un coniglio che al giorno dell'uccisione aveva soltanto 75 giorni d'età, ed era stato operato 29 giorni prima, trovai nella capsula ferita un discreto numero di mitosi, quasi triplo che nella sana. In entrambe le capsule le figure cariocinetiche

erano disseminate nella corteccia periferica come al solito. Confrontando sezioni di uguale superficie (circa 10 mmq.) della capsula sana e della ferita trovai come media di 10 sezioni nella capsula ferita 18 figure cariocinetiche, nella capsula sana 6 figure.

La durata maggiore del processo di moltiplicazione cellulare ritengo sia in questo caso dipendente dall'età giovine dell'animale.

Un fatto analogo del resto ho potuto constatare in un cane giovine ucciso al 3° giorno, il quale presentava nella capsula ferita un numero maggiore di cariocinesi che un cane adulto ucciso dopo lo stesso periodo di tempo.

Nel cane gli elementi parenchimatosi delle capsule ferite si comportano in generale come nel coniglio; si nota però una differenza nel numero delle mitosi in rapporto al tempo decorso dall'operazione: cioè mentre nei conigli le mitosi al 3° giorno sono poco numerose, nei cani abbondano di già (2-3 per campo obb. 8, oc. 3 Koristka) in vicinanza della ferita nella sostanza corticale. La proliferazione cellulare cessa però anche più presto che nei conigli, giacchè al 15° e 20° giorno non si trova un numero di mitosi maggiore del normale. Devo qui notare che al 3° giorno si vedono nel cane molti elementi in via di scissione anche nella sostanza midollare, ma la maggior parte di essi appartiene al tessuto connettivo dello stroma o agli elementi semoventi.

L'esame della capsula sana degli animali operati non mi dimostrò mai un numero di cariocinesi più grande del normale.

Le figure cariocinetiche del parenchima delle capsule ferite rappresentano tutte le fasi della scissione indiretta fino alla divisione completa del nucleo e del protoplasma, e non hanno nulla di particolare che le distingua dalle figure degli altri organi. Nei conigli le cellule corticali allo stato di riposo, in sezioni trattate col processo del Flemming, si presentano costituite da un nucleo rotondo con uno e talvolta due nucleoli e un numero variabile di granuli di sostanza cromatofila, e da un protoplasma il quale ora è tutto chiaro, ora ha una parte chiara ed una oscura finissimamente granulosa da un lato della cellula tutt'attorno al nucleo. Nelle cellule in cariocinesi, ordinariamente scompare la parte oscura del protoplasma, il quale diviene così tutto chiaro; qualche volta però, specialmente nelle cellule che si trovano presso la sostanza necrotica, o circondate da essa, si presenta oscuro, e a contorni poco visibili (fig. 3ª).

Vediamo ora come si comporta il connettivo della capsula

fibrosa, dello stroma e dei vasi. In generale gli elementi connettivi della capsula ferita, si moltiplicano per cariocinesi prima ancora e più attivamente degli elementi parenchimatosi. Le prime figure cariocinetiche si trovano già dopo 24 ore nella capsula fibrosa vicino alla ferita: al 2° giorno il loro numero diventa grandissimo non solo nei tratti vicini alla ferita, ma anche a distanza da questa e, se la lesione fu relativamente grande, se ne vedono in tutta l'estensione della capsula fibrosa. Inoltre si vedono figure cariocinetiche nelle trabecole connettive dello stroma del parenchima fino a qualche distanza dalla ferita (fig. 4ª), come pure nell'endotelio dei vasi della capsula fibrosa, e del parenchima dei margini. Quale effetto di tale attivissima proliferazione cellulare possiamo già constatare al 2° giorno: 1° un inspessimento della capsula connettiva che a partire dai margini della ferita si estende a un buon tratto od anche a tutta la superficie dell'organo; 2° una piccola neoformazione connettiva costituita in massima parte da cellule allungate a fuso e contenente molte figure cariocinetiche, la quale si continua colla capsula connettiva e si avanza nella ferita separando il margine del parenchima dal coagulo sanguigno che sta nel mezzo. L'inspessimento della capsula è però dovuto anche all'ipertrofia degli elementi cellulari, i quali mentre allo stato normale sono scarsi e di forma molto appiattita, ora si trovano in gran numero, più grossi ed hanno per lo più forma di fuso allungato con un nucleo rotondo o leggermente ovale. Il coagulo sanguigno del centro della ferita esternamente si continua per un tratto più o meno lungo sulla capsula connettiva. In questo tratto gli elementi connettivi fusiformi si presentano allontanati l'uno dall'altro per l'infiltrazione sanguigna e molti di essi, come pure molti elementi rotondi hanno il nucleo in cariocinesi. Talvolta questi elementi rotondi in via di scissione si vedono completamente separati dalla capsula, come perduti in mezzo ai filamenti fibrinosi ed in questo caso non può cader dubbio sul loro carattere di cellule semoventi, poichè resta escluso che possano essere elementi fusiformi sezionati di traverso. Mano mano che ci allontaniamo dalla capsula connettiva cessano nel coagulo le figure di mitosi. Per dare un'idea del numero di figure cariocinetiche della capsula connettiva presso la ferita del 2° giorno, basti il dire che con un ingrandimento di 550 diametri se ne possono vedere 8-10 per campo.

Se vi esiste un tratto di parenchima necrotico, la capsula connettiva corrispondente presenta un gran numero delle sue cellule in degenerazione grassa, e la proliferazione cellulare invece si osserva attivissima in corrispondenza del parenchima sano, donde la neoformazione connettiva si avanza separando il parenchima vivo dal necrotico. Nel 3°, 4° e 5° giorno si trovano ancora numerose mitosi nella capsula connettiva, però la proliferazione cellulare va cessando nelle parti lontane dalla ferita, e si limita al tratto vicino ad essa ed alla neoformazione connettiva che s'avanza a colmarla. La parte centrale della soluzione di continuità è occupata ancora da una massa costituita dal coagulo sanguigno e dal parenchima necrotico. Il processo di riassorbimento di questa massa ritarda talora notevolmente la cicatrizzazione, e merita perciò di esser studiato intimamente.

In una capsula ferita da 15 giorni si vede la massa necrotica separata tutt'attorno dal parenchima per mezzo di tessuto connettivo che ha la struttura di connettivo adulto soltanto verso la periferia dell'organo e a contatto dei margini parenchimatosi circa nella metà esterna della cicatrice, mentre immediatamente attorno alla massa necrotica, e nello spazio compreso tra questa e il parenchima nella metà interna, è costituito in massima parte da grosse cellule rotonde od ovali, e da cellule giganti.

Le prime, che io per comodo di descrizione chiamerò epitelioidi, hanno un diametro per lo più di 20-30 μ ma possono essere anche più grandi fino a raggiungere le dimensioni delle cellule giganti; hanno uno, due o tre nuclei rotondi od ovali e per lo più raggrinzati, vicinissimi tra loro e situati verso la periferia. Le cellule giganti possono raggiungere il diametro di 100-116 μ e stanno, ora frammischiate alle cellule epitelioidi, ora in gran numero giustaposte tra loro. I loro nuclei sono per lo più numerosi (da 25-30), ovali o rotondi, disposti fittamente in tutta la massa del protoplasma; talvolta però si vedono accumulati verso un'estremità o il centro della cellula formanti un gruppo fittissimo, mentre il resto del protoplasma ne è libero o ne contiene solo qualcuno raro. Il protoplasma delle cellule giganti ed epitelioidi vicine alla massa necrotica contiene per lo più grossi granuli, oppure blocchi irregolari di sostanza splendente che non si tinge colla genziana, ma che si può colorare in rosso cupo col carmino alluminato o picrico. Questa sostanza è in tutto simile alla sostanza necrotica che occupa la parte cen-

trale della ferita, e si trova anche fuori delle cellule in mezzo al tessuto connettivo in blocchi più o meno grandi per lo più circondati da cellule giganti ed epitelioidi che si modellano su di essi. Non è improbabile che queste cellule fondendosi diano origine a cellule giganti più grosse. Le cellule giganti ed epiteloidi lontane della sostanza necrotica, presentano ordinariamente il protoplasma chiaro, o tutt'al più gialliccio; le cellule epitelioidi specialmente sono talvolta trasparentissime. Accade però di trovare delle cellule giganti lontanissime dalla sostanza necrotica, e circondate da connettivo adulto, contenenti ancora nel loro protoplasma grossi blocchi di sostanza necrotica splendente. Le cellule epitelioidi e giganti stanno in mezzo ad una specie di stroma connettivo che in qualche punto rassomiglia allo stroma della sostanza corticale della capsula. Esso è formato cioè da sepimenti connettivi contenenti molte cellule fusiformi, i quali anastomizzandosi, chiudono alveoli per lo più allungati in cui stanno in numero vario le cellule epitelioidi e giganti. Questi sepimenti sono però ordinariamente più robusti che nello stroma del parenchima, e contengono cellule fusiformi più grosse. Le cellule epitelioidi si distinguono facilmente dagli elementi del parenchima, sia per la grandezza del loro corpo, sia per la piccolezza del nucleo, sia per essere nettamente separate dal parenchima mediante uno straterello di connettivo (fig. 5ª).

Il significato di questi grossi elementi epitelioidi e giganti non è dubbio. Come gli elementi simili da me descritti nelle ferite del fegato, e da altri erroneamente presi per generatori di cellule epatiche, essi sono organi unicellulari di assorbimento i quali incorporano e digeriscono (se così è lecito esprimersi) i frammenti del tessuto necrotico ed il coagulo sanguigno; e nello stesso preparato noi possiamo seguire nelle differenze d'aspetto del loro protoplasma i diversi stadi della loro funzione, dall'inclusione del materiale morto alla completa digestione. In quanto alla loro genesi, essi sono d'origine connettiva, sono cioè cellule semoventi, penetrate nel parenchima necrosato e che quivi si sono ipertrofizzate.

Le prime cellule giganti compaiono attorno al focolaio necrotico nel coniglio al 4° e 5° giorno. La sorte che subiscono questi elementi assorbenti quando hanno compiuto il loro ufficio, possiamo vederla già nella cicatrice di 15 giorni. Difatti, mano mano che dalla parte centrale della ferita ci portiamo verso la

capsula fibrosa vediamo che predomina il tessuto connettivo che sta fra gli elementi epitelioidi e giganti, questi si fanno meno numerosi, vanno perdendo la loro forma rotondeggiante per presentarsi allungati o anche fusiformi: sembra cioè che subiscano un'atrofia da compressione per la quale molti probabilmente scompaiono ma molti restano sotto forma di cellule fisse fusiformi.

Di pari passo adunque col processo di riassorbimento della massa necrotica e colla formazione di elementi assorbenti, vanno l'atrofia di questi e la formazione di tessuto connettivo adulto, per cui quando la massa necrotica è completamente riassorbita, il numero delle cellule epitelioidi e giganti che ancora si trova nella cicatrice è relativamente piccolo. Al 100°-122° giorno esse sono rare e stanno quasi tutte nella parte centrale della ferita, ora l'una contigua all'altra, ora separate da fasci connettivi. Io non ho tenuto in vita gli animali che fino al 122° giorno, non potrei perciò escludere che col tempo anche questi elementi scompaiano come gli altri, se il criterio della scissione indiretta non mi inducesse a credere che essi restano indefinitamente nel tessuto cicatriziale. Difatti fino a che persiste nella ferita una parte di sostanza necrosata o di coagulo, si trovano nel connettivo di essa numerose figure di mitosi tanto negli elementi fusiformi, quanto nei rotondi e nelle cellule epitelioidi. Di queste occorre anzi di vederne alcune polinucleate con un nucleo in cariocinesi e gli altri in riposo. Però nella stessa ferita mano mano che il tessuto di assorbimento si trasforma in tessuto connettivo adulto, le mitosi si fanno più rare e scompaiono affatto. Quando il riassorbimento è finito le mitosi sono rarissime anche se ciò avviene dopo breve tempo.

Così in una ferita al 10° giorno, nella quale ad attestare la preesistenza del coagulo non si trovavano che poche cellule epitelioidi cariche di pigmento, trovai in media sopra 5-6 sezioni una cellula connettiva in cariocinesi, e nelle ferite di 27, 36, 75 ecc. giorni in cui non esisteva più sostanza necrotica, non si vedeva più alcuna figura di mitosi. Invece in capsule ferite 15-20 giorni prima in cui persisteva un buon tratto di sostanza necrotica, le mitosi erano numerose ed anche al 29° giorno, persistendo ancora un piccolo coagulo erano in numero discreto. Dobbiamo perciò ritenere che negli stadi avanzati delle ferite in cui il connettivo ha raggiunto il tipo adulto, cicatriziale, le cellule giganti che vi si trovano, restano indefinitamente, altrimenti non si saprebbe spiegare da quali elementi vengano sostituite.

Paragonando anche al 10° giorno l'ampiezza del tessuto connettivo che occupa la ferita col pezzo di capsula esportato si vede per lo più che questo è più grande, e tale differenza risulta anche maggiore, se si pensa alla necrosi dei margini, la quale deve aver aumentato l'estensione della soluzione di continuo. I margini della ferita adunque si sono avvicinati, e ciò è dovuto in parte all'iperplasia del parenchima per la scissione cariocinetica dei suoi elementi.

Questa non può intendersi soltanto come una reazione infiammatoria, ma deve piuttosto considerarsi come una rigenerazione, se si pensa alla sua durata e alla scarsezza di fenomeni infiammatorii che l'accompagnano; però potrebbe obiettarsi che persistendo per un tempo più o meno lungo una massa di sostanza necrotica nel tessuto di cicatrice, persista un'irritazione, alla quale rispondono anche gli elementi del parenchima colla scissione: ma io ho trovato in conigli uccisi al 15° giorno, tratti estesi di tessuto necrotico con pochissime cariocinesi nel parenchima sano, mentre al 29° giorno in altro coniglio giovane si trovava un buon numero di mitosi pur essendo stato riassorbito il parenchima necrotico.

Come ho notato parlando dello sviluppo delle capsule, la parte periferica della corteccia è la più giovine; ciò spiega perchè anche in seguito alle ferite, il più gran numero delle cellule in scissione si trova in questa zona. Vale a dire che non soltanto negli animali giovani avviene una rigenerazione più attiva che negli adulti, ma anche nello stesso organo negli elementi più giovani si rigenerano più facilmente.

Ho detto che sovente lasciai nella cavità addominale i pezzi di capsule distaccati, orbene quattro volte solo mi riuscì di trovare all'autopsia questi pezzi, ciò fu in quattro conigli uccisi rispettivamente al 2°, 3°, 4° e 15° giorno. In questi casi fissai il pezzo innestandolo in una leggiera ferita da taglio fatta sulla superficie del rene. All'autopsia il pezzo innestato si trovava o precisamente sulla ferita del rene o aderente ad uno dei margini di essa, era di colore biancastro e rivestito da uno strato di fibrina nei primi giorni, e di tessuto connettivo nel coniglio ucciso al 15° giorno. Nei primi tre casi esso era completamente necrosato, nel quarto trovai ancora viva soltanto una sottilissima striscia di parenchima capsulare e precisamente la parte periferica della corteccia, la quale aveva aderito al rene assieme alla capsula connettiva che la rivestiva. Questi pezzi di capsula surrenale aveano tutto l'aspetto del parenchima necrosato che ho trovato nelle ferite.

In quello innestato 15 giorni prima si poteva vedere il processo di riassorbimento del tessuto necrotico identico a quello delle ferite; anche qui si trovavano attorno al pezzo necrotico numerosissime cellule giganti ed epitelioidi, e di queste molte col nucleo in cariocinesi.

Queste esperienze mentre da un lato confermano l'osservazione di Fischer (1) che impiantando pezzi morti di organi nel corpo si forma attorno ad essi uno strato di cellule giganti, dall'altro mi hanno dimostrato che piccoli pezzi di parenchima capsulare, completamente staccati dall'organo ed innestati nello stesso animale, possono in condizioni opportune continuare a vivere.

Avendo il Tizzoni (2) trovato nei conigli, dopo l'esportazione della capsula surrenale destra, la rigenerazione di essa, non nel posto della vecchia capsula, *ma presso lo sbocco della vena renale destra, nel tessuto che unisce la vena cava all'aorta*, ebbi cura di guardare se nei conigli che per una ragione o per l'altra mi occorreva di uccidere, esistevano capsule accessorie. Sopra 40 conigli osservati, in due soli trovai una capsuletta accessoria della grandezza di un grano di riso, sempre a destra nel sito indicato da Tizzoni come sede prediletta della rigenerazione della capsula. Questi conigli non avevano subito alcuna operazione. In uno di essi la capsula surrenale sinistra aveva una grandezza doppia di quella di destra.

La struttura di queste capsulette accessorie differiva da quella delle capsule normali;

1° Perchè erano costituite soltanto da sostanza corticale (nemmeno colle sezioni in serie mi è riuscito di trovarvi traccia di sostanza midollare).

2° Perchè i cordoni della zona fascicolata non si dirigevano raggiatamente verso la parte centrale dell'organo, ma convergevano a mo' di ventaglio verso un punto situato alla periferia dell'organo, dove esisteva una larga vena corrispondente alla vena centrale della capsula normale.

Del resto anche in questa capsuletta trovai qualche figura cariocinetica nella parte periferica del parenchima.

---

(1) Fischer E., *Ueber Zransplantazionen von organischen Material* (Deutsche Zeitschrift für Chirurgie, Bd. 17, s. 61-92 und 362-406).

(2) Tizzoni, *Sulla fisiopatologia delle capsule soprarenali*. Seconda comunicazione preventiva (*Gazzetta degli ospitali*, 25 gennaio, 1885, n° 7).

Riassumendo ora i principali fatti osservati nelle mie esperienze abbiamo: che in seguito all'esportazione di una parte delle capsule surrenali avviene una rigenerazione di elementi parenchimatosi per moltiplicazione cariocinetica di quelli rimasti in sito; che la perdita di sostanza resta però in massima parte compensata da una neoformazione di tessuto connettivo, la quale trae origine soprattutto dal connettivo della capsula fibrosa dell'organo. Che la proliferazione degli elementi parenchimatosi avviene specialmente e dura più a lungo nella parte giovine del parenchima capsulare, cioè nella parte periferica della sostanza corticale. Che il processo di cicatrizzazione viene intralciato e ritardato dal processo di assorbimento del parenchima caduto in necrosi pel trauma operatorio. Che pezzi di capsula surrenale asportati dall'organo possono in parte continuare a vivere se si innestano nello stesso animale.

Stando alle mie esperienze non si può dunque parlare di rigenerazione totale del parenchima esportato, ma solo di una rigenerazione diffusa di elementi che ha per conseguenza un'iperplasia del parenchima risparmiato, e non la formazione di un nuovo tratto di organo. Noterò finalmente, che quando si voglia studiare nei conigli la rigenerazione delle capsule surrenali in seguito all'esportazione totale, bisognerà tener conto del fatto che normalmente un coniglio su 20 presenta una capsuletta accessoria a destra, presso lo sbocco della vena renale nella cava.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

FIGURA 1ª — Sostanza corticale di capsula surrenale di cane neonato. *a*, *b*, Cellule del parenchima col nucleo in cariocinosi (immersione omogenea $1/_{15}$ oc. 3 Reichert).

» 2ª — Capsula surrenale di coniglio adulto ferita cinque giorni prima. Sostanza corticale periferica lontano dalla ferita. *a*, *b*, *c*, Cellule parenchimatose col nucleo in cariocinesi (obb. 8, oc. 2, Reichert).

» 3ª — Capsula di coniglio ferita quattro giorni prima. Trattamento col metodo di Flemming. Sostanza corticale sul limite del parenchima necrosato. *a*, *b*, *c*,

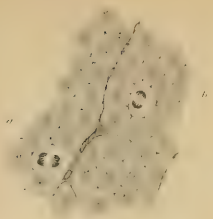
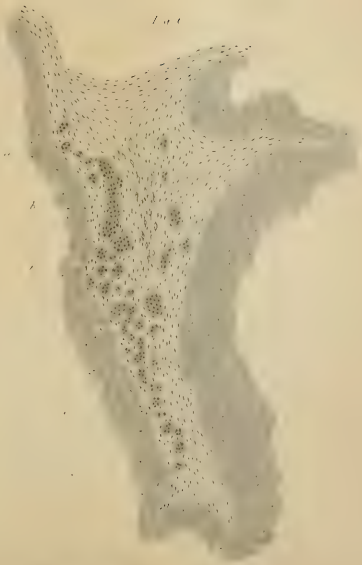
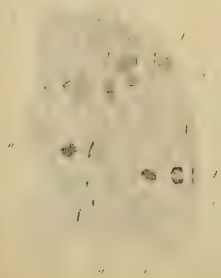
Lit. Salussolia Torino

Cellule del parenchima col nucleo in cariocinesi; *d*, *e*, parenchima ridotto a detrito granuloso; *f*, *g*, cellule del parenchima contenenti gocciole di grasso; *h*, parenchima normale (immersione omogenea $1/_{15}$, oc. 3, Reichert).

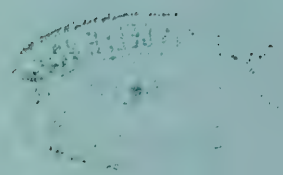
FIGURA 4ª — Capsula di coniglio ferita da due giorni. Sostanza corticale presso la ferita. *a a*, Cellule del parenchima; *b*, figura cariocinetica nel connettivo dello stroma (obb. 8, oc. 3, tubo alzato Koristka).

» 5ª — Capsula di coniglio ferita 36 giorni prima. *a*, sostanza corticale del parenchima; *b*, connettivo cicatriziale; *c c*, cellule epitelioidi (obb. 8, oc. 3, Reichert).

» 6ª — Capsula di coniglio ferita 100 giorni prima. Sezione del tessuto cicatriziale fatta parallelamente alle due facce della capsula alquanto superficialmente. *a*, Connettivo della cicatrice; *b b*, cellule giganti ancora cariche di pigmento; *c c*, parenchima corticale (ingrandimento di 65 diametri).

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 22 Maggio 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. ANGELO GENOCCHI
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Salvadori, Bruno, Siacci, Basso, Bizzozero, Mosso, Gibelli, Giacomini.

Vien data lettura dell'atto verbale dell'adunanza precedente, che è approvato.

Fra le pubblicazioni mandate in dono all'Accademia vengono segnalate le seguenti:

1° « *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche* pubblicato dal Principe B. Boncompagni » (maggio e giugno 1886), presentato dal Presidente;

2° « *Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Torino* », n. 22-26, vol. II, contenente lavori dei signori Dottore Daniele Rosa, Carlo Pollonera e Prof. Lorenzo Camerano.

Quindi le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

« *Un teorema nella teoria delle polari* »; Nota del Dott. Alberto Brambilla, presentata dal Socio Siacci;

« *Sulla varietà cubica con dieci punti doppi dello spazio a quattro dimensioni* » del Dott. Corrado SEGRE, lavoro presentato dal Socio BRUNO;

« *Sopra una trasformazione delle equazioni di equilibrio delle curve funicolari* » del Dott. Enrico NOVARESE, lavoro presentato dal Socio BASSO.

Inoltre il Socio LESSONA presenta un lavoro del Dott. Lorenzo CAMERANO, intitolato: « *Ricerche intorno al parassitismo ed al polimorfismo dei Gordius* » e il Socio GIBELLI ne presenta un altro del Dott. Oreste MATTIROLO, col titolo: « *Illustrazione di tre nuove specie italiane di Tuberacee* ». Siccome gli autori di questi due lavori desiderano che i medesimi siano accolti nei volumi delle *Memorie*, vengono consegnati a Commissioni speciali incaricate di esaminarli e riferirne alla Classe.

Infine il Socio BRUNO presenta per la consueta pubblicazione nel *Bollettino* annesso agli *Atti* le seguenti osservazioni meteorologiche orarie rilevate dai registratori HIPP nell'Osservatorio di Torino per cura dell'Assistente Prof. Angelo CHARRIER:

a) *Barografo*, 2° semestre (da luglio a tutto dicembre 1886);

b) *Termografo*, 2° semestre (da luglio a tutto dicembre 1886);

c) *Tavole indicanti l'ora delle temperature estreme giornaliere dell'anno* 1886, *dedotte dalla linea termografica (tempo vero astronomico).*

LETTURE

Un teorema nella teoria delle polari;
Nota di Alberto BRAMBILLA

Mi permetto di comunicare a questa illustre Accademia, una proposizione di qualche interesse nella teoria delle forme polari, senza intrattenermi sopra alcune sue applicazioni.

1. In uno spazio lineare S ad n dimensioni sia fissato un sistema di coordinate omogenee $x_1, \ldots x_{n+1}$ ed in esso rappresentino le equazioni

$$(1) \ldots \quad \begin{cases} \lambda_1 \mathrm{V}_{11} + \lambda_2 \mathrm{V}_{12} + \ldots\ldots + \lambda_k \mathrm{V}_{1k} = 0\,, \\ \lambda_1 \mathrm{V}_{21} + \lambda_2 \mathrm{V}_{22} + \ldots\ldots + \lambda_k \mathrm{V}_{2k} = 0\,, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ; \\ \lambda_1 \mathrm{V}_{k1} + \lambda_2 \mathrm{V}_{k2} + \ldots\ldots + \lambda_{kk} \mathrm{V}_{kk} = 0, \end{cases}$$

k sistemi lineari proiettivi ∞^{k-1} di varietà algebriche d'ordine ν, a $k-1$ dimensioni ed affatto generali, aventi equazioni della forma:

$$\mathrm{V}_{rs} = \mathrm{V}_x^{\nu}(r, s) = 0\,.$$

Il luogo delle intersezioni dei gruppi di varietà corrispondenti in tali sistemi è la varietà d'ordine $k\nu$ ed a $k-1$ dimensioni rappresentata da

$$(2) \ldots \qquad \mathrm{F} = \begin{vmatrix} \mathrm{V}_{11} & \mathrm{V}_{12} & \ldots\ldots & \mathrm{V}_{1k} \\ \mathrm{V}_{21} & \mathrm{V}_{22} & \ldots\ldots & \mathrm{V}_{2k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mathrm{V}_{k1} & \mathrm{V}_{k2} & \ldots\ldots & \mathrm{V}_{kk} \end{vmatrix} = \mathrm{F}_x^{k\nu} = 0.$$

Si considerino un punto y qualunque dello spazio S e di esso gli spazi S_{n-1} polari rispetto alle diverse varietà di ciascuno dei sistemi (1): questi S_{n-1} formano k sistemi lineari ∞^{k-1} e proiettivi, i quali generano una varietà d'ordine k ad $n-1$ dimensioni di equazione

$$(3)\ldots f^y = \begin{vmatrix} V_y^{\nu-1\,(11)} V_x^{(11)} & V_y^{\nu-1\,(12)} V_x^{(12)} & \ldots & V_y^{\nu-1\,(1k)} V_x^{(1k)} \\ V_y^{\nu-1\,(21)} V_x^{(21)} & V_y^{\nu-1\,(22)} V_x^{(22)} & \ldots & V_y^{\nu-1\,(2k)} V_x^{(2k)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ V_y^{\nu-1\,(k1)} V_x^{(k1)} & V_y^{\nu-1\,(k2)} V_x^{(k2)} & \ldots & V_y^{\nu-1\,(kk)} V_x^{(kk)} \end{vmatrix} = 0,$$

Dal confronto delle equazioni (2), (3), in virtù della regola di derivazione dei determinanti, si vede immediatamente che l'equazione

$$\begin{vmatrix} V_y^{\nu-1\,(11)} V_x^{(11)} & V_y^{\nu\,(12)} & \ldots & V_y^{\nu\,(1k)} \\ V_y^{\nu-1\,(21)} V_x^{(21)} & V_y^{\nu\,(22)} & \ldots & V_y^{\nu\,(2k)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ V_y^{\nu-1\,(k1)} V_x^{(k1)} & V_y^{\nu\,(k2)} & \ldots & V_y^{\nu\,(kk)} \end{vmatrix} + \ldots + \begin{vmatrix} V_y^{\nu\,(11)} & V_y^{\nu\,(12)} & \ldots & V_y^{\nu-1\,(1k)} V_x^{(1k)} \\ V_y^{\nu\,(21)} & V_y^{\nu\,(22)} & \ldots & V_y^{\nu-1\,(2k)} V_x^{(2k)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ V_y^{\nu\,(k1)} & V_y^{\nu\,(k2)} & \ldots & V_y^{\nu-1\,(kk)} V_x^{(kk)} \end{vmatrix} = 0$$

rappresenta tanto l'S_{n-1} polare del punto y rispetto alla varietà F, come quello polare dello stesso punto ad f^y.

2. Se una varietà Φ ad $n-1$ dimensioni e d'ordine 2ν è generata da due sistemi ∞^{k-1} reciproci di varietà d'ordine ν ad $n-1$ dimensioni i quali abbiano le equazioni

$$(4)\ \ldots\ \begin{cases} \lambda_1 V_x^{\nu\,(1)} + \lambda_2 V_x^{\nu\,(2)} + \ldots + \lambda_k V_x^{\nu\,(k)} = 0\,, \\ \mu_1 U_x^{\nu\,(1)} + \mu_2 U_x^{\nu\,(2)} + \ldots + \mu_k U_x^{\nu\,(k)} = 0\,. \end{cases}$$

sotto la condizione

$$\sum_{r\,s} a_{rs}\lambda_r\mu_s = 0 ,$$

la sua equazione sarà

$$\Phi = \sum_{r,\,s} \mathrm{A}_{rs} \overset{\nu}{\mathrm{V}}_x^{(r)} \overset{\nu}{\mathrm{V}}_x^{(s)} = 0 ,$$

dove A_{rs} è il subdeterminante coefficiente di a_{rs} nel determinante

$$a = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots\ldots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots\ldots & a_{2k} \\ a_{k1} & a_{k2} & \ldots\ldots & a_{kk} \end{vmatrix} \quad (*).$$

Gli S_{n-1} polari di un qualunque punto y dello spazio S rispetto alle diverse varietà di ciascuno dei sistemi (4) formano pure due sistemi reciproci ∞^{k-1} generanti la quadrica

$$(5)\ \ldots \quad \varphi^y = \sum_{rs} \mathrm{A}_{rs} \overset{\nu-1}{\mathrm{V}}_y^{(r)} \mathrm{V}_x^{(r)} \overset{\nu-1}{\mathrm{V}}_y^{(s)} \mathrm{V}_x^{(s)} = 0 .$$

Dal confronto delle equazioni (4). (5) discende immediatamente che l'equazione

$$\sum_{rs} \mathrm{A}_{rs} \left(\overset{\nu}{\mathrm{V}}_y^{(r)} \overset{\nu-1}{\mathrm{U}}_y^{(s)} \mathrm{U}_x^{(s)} + \overset{\nu}{\mathrm{U}}_y^{(s)} \overset{\nu-1}{\mathrm{V}}_y^{(r)} \mathrm{V}_x^{(r)} \right) = 0$$

rappresenta tanto l'S_{n-1} polare del punto y rispetto alla varietà Φ come quella di y rispetto alla φ^y.

3. Concludiamo adunque col seguente teorema: *se una varietà* H (F *o* Φ) *ad* n — 1 *dimensioni appartenente ad uno spazio lineare* S *ad* n *dimensioni è generata da un certo*

(*) Escherich, *Die reciproken lineare Flächensysteme*; Sitzb. d. k. Akad zu Vien, 1877. — Segre, *Studio sulle quadriche in un sistema lineare ad un numero qualunque di dimensioni*; Mem. della R. Accad. delle Sc., Torino, 1884.

gruppo di sistemi lineari proiettivi del medesimo numero di dimensioni composti tutti di varietà del medesimo ordine e ad $n-1$ *dimensioni, oppure, se è generata da due sistemi reciproci di varietà di un medesimo ordine fra loro e ad* $n-1$ *dimensioni, costruendo i sistemi polari del primo ordine di un punto* y *qualunque di* S *rispetto a quei sistemi generatori e la varietà* h^y (f^y *o* φ^y) *da essi generata, l'* S_{n-1} *polare del punto* y *preso rispetto a questa varietà* h^y *è anche l'*S_{n-1} *polare dello stesso punto rispetto alla varietà* H *prima generata.*

4. Questa proposizione offre chiaramente una semplice costruzione, coll'uso della sola riga, della polare di un punto rispetto ad una curva piana generale del quarto ordine quando siano indicati due fasci proiettivi di coniche che la generano: e, sapendo che una curva piana d'ordine $2l$ è sempre generabile mediante fasci proiettivi d'ordine l di curve piane, se una definizione qualunque di quella curva permettesse sempre di *indicare effettivamente* una coppia di fasci generatori, è chiaro che la precedente costruzione si estenderebbe alle curve generali degli ordini 8, 16,.. 2^m. Tale proposizione riduce sempre, del resto, la ricerca della retta polare di un punto rispetto ad una curva piana d'ordine $2l$ a quella più semplice rispetto ad una conica; quella del piano polare di un punto rispetto ad una superficie generata da sistemi reciproci, alla medesima ricerca rispetto ad una quadrica ordinaria: e se la superficie è generata da tre reti proiettive, la ricerca si riduce ad una rispetto ad una superficie del 3° ordine. Ecc.

Però conviene osservare che il teorema esposto non si presterà in generale come mezzo fecondo di ricerca, se non quando si sappia seguire nettamente il passaggio da una delle indicate ad una qualunque altra consimile generazione della varietà H, perchè, in caso diverso, le proprietà scoperte sono troppo subordinate alla generazione assunta.

Torino, gennaio 1887.

Sulla varietà cubica con dieci punti doppi dello spazio a quattro dimensioni; Nota di Corrado SEGRE.

Avendo quasi compiuta una ricerca sulle varietà cubiche dello spazio a quattro dimensioni (*) e specialmente su quelle dotate di punti doppi, ma non potendo per ora pubblicarla, credo bene estrarne alcuni risultati relativi ad un caso particolare molto notevole di tali varietà, sia perchè questi risultati paiono presentare già da sè un certo interesse, sia perchè essi servono a dare un'idea completa del carattere della ricerca più vasta accennata. Mi limiterò del resto ad enunciarli, e non mi fermerò a svilupparne le conseguenze, quando queste si presenterebbero senza difficoltà.

1. La varietà cubica Γ, oggetto di questa Nota, e di cui si vedranno presto delle costruzioni, è quella col massimo numero (finito) di punti singolari, cioè *con dieci punti doppi*. Essa è della 4^a classe, cioè per ogni piano passano quattro dei suoi spazi tangenti. Dipende da 24 costanti e non ha invarianti assoluti.

I 10 punti doppi formano una configurazione molto notevole; essi si raggruppano in 15 quaterne poste risp. su 15 piani che sono i soli piani contenuti in Γ. Per ognuno di questi passa un *fascio* di spazi i quali segano ancora Γ secondo ∞^1 quadriche: queste determinano sul piano un fascio di coniche passanti pei 4 punti doppi di quel piano. Tra quelle quadriche ve ne sono tre che si spezzano in coppie di piani; quindi ognuno dei quindici piani è incontrato secondo rette (contenenti 2 dei 10 punti), o come dirò più brevemente, è *incidente* ad altri 6, e non incidente (cioè incontrato in un sol punto, punto doppio) ad 8. Se ne trae facilmente che i quindici piani formano 6 diverse

(*) Tutti gli enti che si considereranno in questa Nota s'intenderanno, quando non verrà detto il contrario, situati nello spazio a quattro dimensioni. I luoghi di punti ad 1, 2, 3 dimensioni si chiameranno rispettivamente *curva*, *superficie*, *varietà*, e se sono lineari *retta*, *piano*, *spazio*.

quintuple ciascuna delle quali si compone di 5 piani a due a due non incidenti ed incontrantisi precisamente nei 10 punti doppi; ogni piano è contenuto in due diverse quintuple, e viceversa due quintuple hanno comune un piano. Vi sono 15 spazi di cui ciascuno contiene 3 piani e 6 punti della configurazione; per ogni piano di questa ne passano 3 e per ogni punto ne passano 9. Ecc...

2. Chiamando 0, 1, ... 9 i dieci punti doppi di Γ, le sei quintuple I, II, ... VI, costituite dai quindici piani si possono rappresentare nel seguente modo:

I	0 1 2 6,	0 7 8 9,	4 5 6 7,	2 3 4 8,	1 3 5 9,
II	0 3 4 5,	0 7 8 9,	1 2 3 7,	1 5 6 8,	2 4 6 9,
III	0 2 5 8,	0 1 4 9,	1 2 3 7,	4 5 6 7,	3 6 8 9,
IV	0 3 6 7,	0 1 4 9,	1 5 6 8,	2 3 4 8,	2 5 7 9,
V	0 3 6 7,	0 2 5 8,	2 4 6 9,	1 3 5 9,	1 4 7 8,
VI	0 3 4 5,	0 1 2 6,	1 4 7 8,	2 5 7 9,	3 6 8 9.

Da questa tabella, su cui si verificano gli enunciati del n° 1, si scorge pure che per ogni punto della configurazione escono sei dei quindici piani, cioè due per ogni quintupla, e che rispetto a quel punto le quintuple si dividono in due gruppi di tre, sì che i piani comuni alle quintuple di uno stesso gruppo sono precisamente i sei piani passanti pel punto. Quindi questi piani si dividono in due gruppi di tre, sì che due piani di gruppi diversi sono sempre incidenti. Lo stesso si può del resto dedurre da ciò che quei sei piani costituiscono l'intersezione di Γ col cono M^2_3 tangente a questa varietà in quel punto doppio.

3. La varietà Γ contiene sei diversi sistemi (∞^2) di rette tali che per ogni punto di Γ passa una retta di ciascun sistema, ed in ogni spazio ve ne sono due. Le sei rette risp. dei sei sistemi uscenti da un punto P di Γ stanno sul cono quadrico intersezione delle due polari (M^2_3 e spazio) di P rispetto a Γ. Uno spazio qualunque sega Γ secondo una superficie cubica su cui sta una determinata bissestupla tale che le due rette di ciascuno dei sei sistemi poste in quello spazio sono due rette coniugate (cioè non incidenti) risp. delle due sestuple costituenti la bissestupla. Le 15 rette di quella superficie cubica che rimangono levando la bissestupla sono le intersezioni dello spazio coi 15 piani di Γ.

Le rette di uno stesso sistema incontrano i piani di una quintupla e non (in generale) i 10 rimanenti piani di Γ; così i sei sistemi di rette corrispondono alle sei quintuple. Un sistema non ha alcuna retta nei piani della quintupla che gli corrisponde, mentre ha in ciascuno dei dieci rimanenti piani di Γ un fascio di rette avente il centro in uno dei dieci punti doppi. Le quadriche di Γ situate negli spazi passanti per uno qualunque dei quindici piani hanno i loro due sistemi di generatrici costituenti risp. quei due sistemi di rette di Γ che sono incidenti alle due quintuple cui quel piano appartiene.

Se da due rette di uno stesso sistema si projettano le rette di un altro sistema, si ottengono due reti projettive (*). Ne segue che ognuno dei sei sistemi, e quindi anche la varietà Γ, si può generare in infiniti modi come luogo delle ∞^2 rette d'intersezione degli spazi corrispondenti di tre reti projettive. Perchè tre reti projettive, aventi per sostegno tre rette date r_1 r_2 r_3 indipendenti, generino una varietà cubica della specie da noi considerata, è necessario e sufficiente che, scelti ad arbitrio quattro piani indipendenti seganti r_1 r_2 r_3 si determini la projettività fra le reti facendo corrispondere in esse gli spazi che vanno ad uno stesso di quei quattro piani.

4. La varietà Γ si può anche definire come il luogo delle ∞^2 rette che incontrano quattro piani qualunque non incidenti. Quelle rette costituiranno allora uno dei sei sistemi situati su Γ ed incontreranno ancora un quinto piano costituente coi quattro dati una quintupla. Ne segue facilmente la seguente proposizione notevole:

Le (∞^2) rette che si appoggiano a quattro piani dati (nella posizione più generale) α_1 α_2 α_3 α_4 ne incontrano pure un quinto perfettamente determinato da quelli con la seguente costruzione: s'indichi con α_i' il piano determinato dai tre punti α_k α_l, α_l α_m, α_m α_k (dove i k l m sono i numeri 1 2 3 4 in un ordine qualunque); i piani α_1' α_2' α_3' α_4' così determinati incontreranno rispettivamente i piani α_1 α_2 α_3 α_4 in quattro punti situati su uno stesso piano α_5. Questo sarà precisamente il piano cercato.

(*) Intendo per *rete* la forma (di spazi e piani), che ha per sostegno una retta. Nel lavoro accennato sul principio si vedranno studiate in particolare *tutte* le varietà cubiche generabili mediante tre reti projettive.

sì che ogni retta la quale incontri quattro dei piani $\alpha_1 \ldots \alpha_5$ incontrerà pure il rimanente (*).

5. La varietà cubica Γ, od anche la configurazione considerata di dieci punti, quindici piani e quindici spazi, è trasformata in se stessa mediante quindici omografie involutorie, ciascuna delle quali ha uno determinato dei quindici piani per *piano assiale*, scambia fra di loro le due quintuple a cui questo piano appartiene ed i due corrispondenti sistemi di rette di Γ, e muta in se stessa ciascuna delle altre quintuple (e i corrispondenti sistemi di rette). Così nelle notazioni del n° 2 la omografia involutoria determinata dalle tre coppie di punti corrispondenti 14, 25, 36 ha il piano 0 7 8 9 per piano assiale, e la retta che sega le 14, 25, 36 per asse, e trasforma le quintuple I e II l'una nell'altra, e ciascuna delle rimanenti in se stessa.

Il gruppo di omografie determinato da quelle 15 comprende *tutte* le omografie che mutano Γ in se stessa (**).

6. Il *contorno apparente* di Γ rispetto ad un punto qualunque P è la sezione fatta da uno spazio fisso R sul cono (a tre dimensioni) di 4ª classe (come Γ) circoscritto a Γ da P, od anche la projezione fatta da P sopra R della superficie secondo cui quel cono tocca Γ. Questa superficie è la F^6 intersezione di Γ con la M^2_3 polare di P rispetto a Γ; essa ha nei dieci punti doppi di Γ altrettanti punti doppi e contiene quindici coniche nei quindici piani di Γ.

Quando P sta su Γ la F^6 acquista in P un nuovo punto doppio pel quale passano sei rette della superficie: le sei rette di Γ uscenti da P. Quindi in tal caso il contorno apparente di Γ sarà una *superficie* Φ^4 *del* 4° *ordine e* 4ª *classe con sedici punti doppi;* dieci di questi sono le projezioni dei punti doppi

---

(*) È noto che sei rette qualunque sono incontrate da cinque piani determinati. Orbene noi possiamo aggiungere in forza della proposizione ora esposta che questi piani saranno appunto disposti come i piani $\alpha_1\ \alpha_2 \ldots \alpha_5$ ivi nominati.

(**) Segando Γ con una varietà quadratica passante pei suoi 10 punti doppi (la prima polare di un punto rispetto a Γ) e considerando questa come un complesso lineare di rette dello spazio ordinario, si ha una notevole *congruenza del* 3° *grado di rette di un complesso lineare* dotata di 10 rette doppie (sghembe tra loro) distribuite in quaterne su 15 schiere rigate (quadriche) della congruenza. Varie proprietà di questa si traggono da quelle suesposte di Γ.

0, ..., 9 di Γ, e sei sono le tracce su R delle sei rette di Γ uscenti da P.

La superficie Φ^4 avrà inoltre sedici piani doppi di cui uno contenente gli ultimi 6 punti doppi nominati ed avente per conica di contatto la traccia del cono quadrico (ordinario) tangente ad F^6 in P (la quale conica nella projezione di F^6 andrà considerata come imagine su Φ^4 del punto doppio P di F^6) e quindici saranno le projezioni dei quindici piani di Γ. Φ^4 è dunque la notissima superficie di KUMMER; viceversa questa si può sempre ottenere come contorno apparente nel modo suddetto (*) e viene così ad apparire sotto un nuovo punto di vista seguendo il quale si potrebbe farne uno studio completo. Così tutte le proprietà della configurazione dei punti e piani singolari di quella superficie Φ^4 si ottengono subito dalle cose precedenti, e specialmente da quelle relative alla configurazione dei punti doppi e dei piani di Γ. Così i sei sistemi di rette di Γ daranno come projezioni i sei sistemi di rette di 2° ordine e 2ª classe, costituenti l'insieme delle tangenti doppie di Φ^4; le proprietà di quelle tra queste rette che stanno in un piano relative al loro raggrupparsi in gruppi di tangenti di coniche (o le loro duali), proprietà che si deducono di solito da quelle delle tangenti doppie di una quartica piana, si otterrebbero molto semplicemente per questa via. Così pure le 10 serie di ∞^1 rigate quadriche appartenenti a ciascuna congruenza quadratica si possono ottenere come projezioni delle 5 che appartengono al corrispondente sistema di rette di Γ (n° 3) e delle 5 serie (che facilmente si vedono esistere nello stesso sistema) di infinite rigate cubiche passanti per P. Ecc.

7. Il contorno apparente di Γ rispetto ad un punto esterno P sarà una superficie Φ^6 di 6° ordine e 4ª classe dotata di una curva cuspidale del 6° ordine intersezione di una quadrica

(*) Ogni superficie del 4° ordine (dello spazio ordinario) dotata di un piano tangente lungo una conica (e quindi in particolare tutte le superficie del 4° ordine a conica doppia o cuspidale, tutte quelle che sono focali per sistemi di rette di 2° ordine e classe 2ª, 3ª, 4ª, 5ª e 6ª [di 1ª specie], ogni superficie del 3° ordine con un suo piano bitangente, ecc.) si può considerare come contorno apparente di una varietà cubica conveniente (di S_4) rispetto ad un suo punto. Nel lavoro nominato si vedranno molte applicazioni di questa proposizione.

con una superficie cubica (*) ed avente inoltre dieci punti doppi aggruppati per quaterne su quindici piani tangenti doppi: quei dieci punti e quei piani formando precisamente una configurazione identica (projezione) a quella descritta dei punti doppi e piani di Γ. La stessa configurazione si potrà considerare come ottenuta da quella dei punti e piani singolari di una superficie di KUMMER Φ^4 levandone un piano ed i suoi sei punti, e levando nello stesso tempo la condizione pei rimanenti quindici piani di concorrere a cinque a cinque in uno stesso di quei sei punti.

Dalla projezione dei sei sistemi di rette di Γ si ha che la superficie Φ^6 sarà focale per sei diversi sistemi di rette di 3° ordine e 2ª classe (**) e che ciascuno di questi conterrà 5 serie di ∞^1 rigate quadriche, delle quali serie ognuna passa pei 4 punti singolari di un piano singolare della quintupla corrispondente al sistema di rette considerato, e tocca gli altri 4 piani della quintupla stessa. Ecc.

Si osservi il legame che da questo metodo viene stabilito fra 6 sistemi di rette confocali di 3° ordine e 2ª classe e 6 sistemi confocali di 2° ordine e 2ª classe, legame che consiste in ciò che gli uni e gli altri si possono considerare come projezione degli stessi 6 sistemi di rette di una varietà cubica Γ.

8. Se la projezione di Γ si fa da un punto P posto in un piano α di quella varietà, questo si projetterà secondo una retta doppia del contorno apparente di Γ, e questo diverrà una *Complexfläche* (per complessi quadratici) generale di PLÜCKER. Ogni piano che projetti da P una retta di Γ appoggiata ad α sega ancora Γ in (una retta di α ed in) una retta di un altro sistema. Ne segue che i due sistemi di rette di Γ che si appoggiano ad α si projetteranno secondo un solo sistema di rette avente per focali quella superficie e la sua retta doppia. Se P si prende sulla retta congiungente due punti doppi di Γ, vale a dire su una retta

(*) Ogni superficie del 6° ordine (dello spazio ordinario) avente una tal sestica per curva cuspidale può considerarsi come contorno apparente di una conveniente varietà cubica (di S_4) rispetto ad un punto esterno a questa.

(**) *Tutti* i sistemi di rette di 3° ordine e 2ª classe si possono ottenere in questo modo. Come si vede, le proprietà corrispondenti per dualità a quelle trovate da KUMMER pei sistemi di rette di 2° ordine e 3ª classe si ottengono immediatamente insieme con altre per questa via.

comune a due piani di Γ, il contorno apparente avrà due rette doppie incidenti. Infine se P è un punto comune a tre piani di Γ (ma semplice per Γ), il contorno apparente acquistando tre rette doppie poste in uno stesso piano si scinderà in questo piano ed una superficie cubica con quattro punti doppi: in quest'ultimo caso i sei sistemi di rette di Γ si projetteranno due a due nei tre sistemi di tangenti di quella superficie cubica che si appoggiano alle tre rette nominate di questa.

9. Si projetti Γ da un punto qualunque P su uno spazio R e da un suo punto doppio, per esempio o, su uno spazio R' e si considerino come corrispondenti due punti di R ed R' quando sono projezioni di uno stesso punto di Γ. Si avrà così tra R e R' una corrispondenza (1, 2) o (1, 3) secondo che P è su Γ o no. Nello spazio R, *doppio* o *triplo* di questa *trasformazione doppia* o *tripla* sarà *superficie limite* il contorno apparente Φ^4 o Φ^6 di Γ, mentre nello spazio semplice R' sarà *superficie doppia* la projezione della F^6 di Γ già considerata, la quale sarà una superficie del 4° ordine Ψ^4, poichè il punto o è doppio per la F^6. Nello spazio semplice R' le coppie, o terne, di punti corrispondenti ai singoli punti di R saranno evidentemente allineate col punto P' che è su R' la projezione di P fatta dal punto o; su ogni retta passante per P' esse costituiranno un' involuzione di 2° o 3° grado, i cui due o quattro punti doppi avranno per luogo la superficie doppia Ψ^4.

10. Le superficie di 4ª classe e 4° o 6° ordine Φ^4 e Φ^6 vengono così a figurare come superficie limite di una trasformazione doppia o tripla dello spazio. Quanto alla superficie doppia Ψ^4 che loro corrisponde, essa essendo projezione della F^6 avrà nove punti doppi nelle projezioni dei punti 1, ... , 9, doppi per F^6 (ai quali corrisponderanno altrettanti punti doppi nella superficie limite) ed inoltre avrà nel 1° caso, cioè per la trasformazione doppia, anche in P' un punto doppio pel quale usciranno sei sue rette (projezioni delle sei rette di F^6 uscenti dal suo punto doppio P). In questo caso al punto doppio P' di Ψ^4 corrisponde su Φ^4 la conica di contatto con un piano singolare, mentre alle sei rette di Ψ^4 uscenti da P' corrispondano i sei punti doppi di Φ^4 posti su quella conica. Infine al punto doppio della superficie limite Φ^4 o Φ^6 il quale è projezione di o da P corrisponde in ambi i casi sulla superficie doppia Ψ^4 una conica, intersezione di R' col cono quadrico tangente in o ad F^6.

La projezione dal punto o delle coniche di F^6 poste nei piani di Γ passanti per o (n° 6) conduce, basandosi sul n° 2 al seguente risultato: la superficie doppia Ψ^4 ha i suoi nove punti doppi (fatta astrazione da P' nel 1° caso) che sono le intersezioni di due terne di rette contenute in essa ed appartenenti ai due sistemi di generatrici di una stessa quadrica. I sei sistemi di tangenti doppie della superficie Φ^4 o Φ^6 sono rappresentati in R' dalle sei congruenze lineari aventi per direttrici le sei coppie di rette sghembe che si possono formare con quelle sei rette di Ψ^4.

11. Gli spazi ed i piani (di S_4) determinano su Γ come sezioni delle superficie e linee del 3° ordine che sono projettate da P su R secondo ∞^4 superficie del 3° ordine ed ∞^6 cubiche piane *iscritte* nel contorno apparente Φ^4 o Φ^6 di Γ relativo a P, vale a dire tangenti a quella superficie le prime lungo sestiche (appartenenti a quadriche), le altre in sei punti (di una conica). Se P sta su Γ tutte quelle superficie cubiche che così si ottengono iscritte nella superficie di Kummer Φ^4 passano per sei punti doppi posti in un piano doppio, sicchè di tali superficie iscritte ve ne saranno sedici sistemi. In ogni caso, sia per la Φ^4 sia per la Φ^6, delle 27 rette situate in una superficie cubica iscritta 15 apparterranno ad altrettanti piani singolari di Φ^4 o Φ^6 e le rimanenti formeranno una bissestupla in cui le 6 coppie di rette coniugate apparterranno rispettivamente ai 6 sistemi di tangenti doppie di Φ^4 o Φ^6 (v. n° 3).

Le sezioni di Γ fatte da spazi o piani vengono invece projettate dal punto doppio o di Γ secondo superficie cubiche passanti per le due terne considerate di rette di Ψ^4 e secondo cubiche piane appoggiate a queste rette. Segue da tutto ciò che nella trasformazione doppia o tripla ai piani dello spazio doppio o triplo R_3 corrisponderanno in R'_3 superficie cubiche passanti per quelle due terne di rette, e passanti inoltre per P' nel caso della trasformazione doppia, mentre ai piani di R'_3 corrisponderanno in R_3 in ambi i casi superficie cubiche iscritte nella superficie limite Φ^4 o Φ^6 ed aventi un punto doppio nel punto doppio di questa projezione del punto o (*).

(*) Le projezioni di Γ da due punti l'uno esterno, l'altro punto semplice di Γ darebbero una corrispondenza (2, 3) tra due spazi, la quale farebbe corrispondere univocamente sei sistemi di rette confocali di 3° ordine e 2ª classe, e sei sistemi di rette confocali di 2° ordine e 2ª classe.

12. Ogni varietà cubica S_4 la quale contenga un piano α si può considerare come projezione di una $M_3^{2 \cdot 2}$, cioè di una varietà a tre dimensioni *biquadratica* intersezione di un fascio di M_4^2, dello spazio S_5, fatta da un punto della varietà stessa (la projezione del punto stesso essendo precisamente α). Questo fatto collega intimamente lo studio delle varietà cubiche di S_4 contenenti piani a quello delle varietà biquadratiche di S_5: e come queste (purchè il fascio di M_4^2 che le contiene non si componga tutto di coni) si possono interpretare come complessi quadratici di rette dello spazio ordinario, mentre quelle coi loro contorni apparenti dànno una classe estesa di superficie del 4° e del 6° ordine, si giunge così ad un nuovo e singolare legame tra queste superficie ed i complessi quadratici.

Applicando questo concetto alla nostra varietà cubica Γ, questa si può considerare come projezione di una varietà biquadratica di S_5 avente sei punti doppi, cioè avente per caratteristica $[(11)(11)(11)]$. Ora questa varietà si può considerare come un complesso tetraedrale. Si giunge così alla seguente proposizione che stabilisce un legame notevole tra la superficie di Kummer più generale e quella ridotta ad un tetraedro: Dato un complesso tetraedrale qualunque si consideri la ∞^3 lineare delle schiere rigate (quadriche) passanti per due rette fisse del complesso, e se ne faccia la rappresentazione lineare sui punti dello spazio: mentre in generale una di quelle schiere contiene, oltre alle sue rette fisse, altre due rette del complesso tetraedrale, ve ne saranno ∞^2 per cui queste due rette variabili coincideranno (schiere *tangenti* al complesso tetraedrale); i punti ad esse corrispondenti costituiranno una superficie di Kummer affatto generale (la quale viene così ad apparire in un certo senso spiegato dalle cose precedenti come il *contorno apparente del complesso tetraedrale visto da una sua coppia di rette fisse*). Si può anche dire che con ciò è determinata una particolare rappresentazione del complesso tetraedrale sullo spazio doppio e che la superficie limite di questo è la superficie di Kummer (*).

(*) Più in generale si ottiene con lo stesso metodo una rappresentazione di un complesso quadratico generale di rette sullo spazio ordinario doppio di punti, e la superficie limite di questo è allora una superficie generale del 4° ordine con due piani doppi e 10 punti doppi. Ma questa ed altre generalizzazioni di ciò che qui è fatto partendo dalla particolare varietà cubica Γ si troveranno svolte, come già dissi, in altro lavoro.

Uno studio più minuto di quella rappresentazione si farebbe colla massima facilità seguendo la via indicata.

13. A dare un ultimo esempio della utilità dei concetti usati in questa Nota trasformiamo la proprietà conosciuta della superficie di KUMMER che le quaterne di suoi punti e di suoi piani tangenti appartenenti ad una retta qualunque hanno lo stesso rapporto anarmonico. Considerando quella superficie di KUMMER come contorno apparente Φ^4 di Γ ne deduciamo subito la seguente proporzione relativa a Γ : per una varietà cubica con dieci punti doppi la cubica in cui essa è tagliata da un piano qualunque e la quaterna degli spazi tangenti uscenti dal piano stesso hanno lo stesso rapporto anarmonico. E da questa poi segue, projettando di nuovo, la seguente altra proprietà comune alla superficie di KUMMER Φ^4 ed alla superficie Φ^6 di 6° ordine e 4ª classe: Nella serie razionale delle ∞^1 superficie cubiche iscritte a Φ^4 od a Φ^6 passanti per una data cubica piana iscritta ve ne sono quattro dotate di punto doppio, ed il loro rapporto anarmonico è uguale a quello della cubica piana. E dalla stessa proporzione su Γ segue ancora con projezione quest'altra relativa a Φ^6 e corrispondente alla proprietà di Φ^4 da cui siamo partiti (anzi comprendente quella come caso particolare): La sestupla di punti di Φ^6 e la quaterna di piani tangenti di questa superficie che appartengono ad una retta qualunque dello spazio hanno comune un invariante assoluto; più precisamente per la sestupla di punti si possono far passare curve piane di 3ª classe aventi per rapporto anarmonico quello della quaterna di piani (*).

Ma si può andare oltre. La proprietà trovata per Γ ci conduce a quest'altra della varietà biquadratica con sei punti doppi, di S_5 [(11) (11) (11)], di cui Γ si può considerare come projezione: la quartica di 1ª specie intersezione di quella varietà con un S_3 qualunque, e la quaterna di S_4 tangenti alla varietà passanti per quell'S_3 hanno lo stesso rapporto anarmonico. Questa proposizione si enuncia facilmente come proprietà del complesso tetraedrale in relazione con una congruenza lineare qualunque. Di più projettando se ne deduce una nuova proprietà di Γ e

(*) Si noti che benchè per 6 punti qualunque di una retta si possono far passare infinite curve piane di 3ª classe, il rapporto anarmonico di una tal curva è determinato (non individuato però) da quei 6 punti e costituisce un loro invariante assoluto (irrazionale).

quindi anche un'altra proprietà della superficie Φ^4 o Φ^6 relativa a quartiche di 1ª specie ed a superficie del 4° ordine con conica doppia, *iscritte* a quella, analoga ma più generale della proprietà già enunciata relativa a curve e superficie del 3° ordine (*).

Evidentemente considerando anche la varietà biquadratica di S_5 come projezione di una varietà di S_6, e così via, il numero delle proposizioni relative alla superficie di KUMMER (ed alla Φ^6) che così verrebbero a dedursi da quella da cui siamo partiti, si potrebbe moltiplicare indefinitamente. Si scorge pure che questo metodo di moltiplicazione delle proposizioni, benchè applicato qui soltanto ad un caso particolare, è un metodo molto generale.

Torino, 14 Maggio 1887.

Sopra una trasformazione delle equazioni d'equilibrio delle curve funicolari; Nota del Dr. E. NOVARESE

In una nota presentata a quest'Accademia nel 1879 (**), il chiarissimo Prof. SIACCI ottenne una nuova forma delle equazioni del moto di un punto in un piano, dimostrando un teorema intorno ad una particolare scomposizione della forza che sollecita il mobile. Il teorema venne tosto esteso al moto nello spazio, prima dal Prof. CERRUTI (***), poi, in modo essenzialmente diverso,

(*) Projettando su S_4 una varietà biquadratica di S_5 da un punto che le sia esterno, si ottiene in S_4 una varietà del 4° ordine avente una quadrica doppia e dotata di proprietà notevoli. I suoi contorni apparenti costituiscono superficie interessanti di 6° ed 8° ordine, che forse verranno studiate con questo metodo in altro lavoro. Se la varietà nominata di S_5 è la [(11) (11) (11)] sopra considerata, le superficie che così si ottengono vengono ad essere legate a quella di KUMMER.

(**) *Del moto per una linea piana* (Atti dell'Accad. di Torino, 27 aprile 1879). La parte essenziale di questa nota fu riprodotta nei *Comptes Rendus* di Parigi, 5 maggio 1879.

(***) *Sopra una trasformazione delle equazioni del moto di un punto materiale.* (Transunti dell'Accad. dei Lincei, 18 maggio 1879).

dallo stesso Prof. SIACCI (*). Più tardi, anche il Prof. BARDELLI si occupò della questione e, mentre espose una maniera più rapida per giungere ai risultati ottenuti dal SIACCI nella seconda nota, considerò una scomposizione un po' più generale (**).

Io mi sono proposto di estendere queste ricerche alle curve funicolari, cioè mi sono proposto di dare delle equazioni dell'equilibrio d'una funicolare le forme corrispondenti a quelle che i citati Autori hanno stabilito per le equazioni del moto di un punto. Avrei potuto raggiungere prontamente lo scopo, valendomi di quella proposizione generale che permette di dedurre, da un teorema relativo al movimento di un punto, un teorema relativo all'equilibrio di un filo. Ho preferito l'indagine diretta, indipendente dai lavori accennati, principalmente perchè il Prof. CERRUTI (per quanto è a mia conoscenza) ha solamente enunciato il teorema da lui ottenuto, sicchè l'interesse precipuo della ricerca risiedeva nel *dimostrare* il teorema analogo a quello. Ed è questa medesima considerazione che m'induce ad esporre lo studio fatto.

I.

Abbiasi una curva funicolare in equilibrio riferita a tre assi ortogonali; e sia M (x, y, z) un punto qualunque di essa. Siano rispettivamente $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$, $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$, $(\alpha_3, \beta_3, \gamma_3)$, gli angoli che il verso positivo (giusta le convenzioni usuali) della tangente, della normale principale, della binormale fa coi tre assi; siano ρ e ρ_1 i raggi di curvatura e di torsione. Scelto ad arbitrio sul piano osculatore un punto O (x_0, y_0, z_0), diciamo p e q le distanze di O dalla tangente e dalla normale principale o, più precisamente, poniamo:

$$q = (x - x_0)\cos\alpha_1 + (y - y_0)\cos\beta_1 + (z - z_0)\cos\gamma_1 \quad \ldots(1),$$

$$p = (x - x_0)\cos\alpha_2 + (y - y_0)\cos\beta_2 + (z - z_0)\cos\gamma_2 \quad \ldots(2).$$

(*) *Del moto per una linea gobba* (Atti dell'Accad. di Torino, 25 maggio 1879).

(**) *Intorno ad alcune relazioni geometriche e meccaniche concernenti le linee gobbe* (Rendiconti del R. Istituto Lombardo, 22 gennaio 1880).

Inoltre denotiamo con r la lunghezza del raggio vettore OM, con α l'angolo che il verso OM di esso fa coll'asse delle x, ed avvertiamo che sarà

$$r \cos \alpha = q \cos \alpha_1 + p \cos \alpha_2 \qquad . . (3) .$$

Ciò premesso, scriviamo le note equazioni di equilibrio

$$X = -\frac{d}{ds}(T \cos \alpha_1) , \quad Y = -\frac{d}{ds}(T \cos \beta_1) , \quad Z = -\frac{d}{ds}(T \cos \gamma_1) .$$

dove: X, Y, Z rappresentano le projezioni sugli assi di una forza F, la quale abbia per linea d'azione e per verso la linea d'azione ed il verso della forza elementare che sollecita il filo in M, e per grandezza il valore per il punto M della forza riferita all'unità di lunghezza: T designa il valor assoluto della tensione, s l'arco.

La prima di queste equazioni somministra

$$X = -\frac{dT}{ds} \cos \alpha_1 - \frac{T}{\rho} \cos \alpha_2 ,$$

ossia, in virtù della (3),

$$X = -\left(\frac{dT}{ds} - \frac{q}{p}\frac{T}{\rho}\right) \cos \alpha_1 - \frac{r}{p}\frac{T}{\rho} \cos \alpha .$$

Quest'espressione di X e le espressioni analoghe di Y e Z dicono che:

Se si scompone la forza F *in due, una* F_t *secondo la tangente, l'altra* F_r *secondo il raggio vettore condotto da* O, *queste componenti sono espresse da*

$$F_t = -\left(\frac{dT}{ds} - \frac{q}{p}\frac{T}{\rho}\right) , \qquad F_r = -\frac{r}{p}\frac{T}{\rho} \qquad . . . (4).$$

La componente F_t *opera secondo il verso positivo o negativo della tangente, la componente* F_r *secondo il verso* OM *od* MO *del raggio vettore, secondochè tali espressioni sono positive o negative.*

Cosicchè:

Come equazioni dell'equilibrio d'una funicolare possono adottarsi le equazioni (4), *insieme con una terza equazione esprimente che la forza* F *giace nel piano osculatore.*

La scomposizione considerata è quella del Prof. BARDELLI. Scegliendo convenientemente il punto O, si hanno come casi particolari le scomposizioni immaginate dai signori SIACCI e CERRUTI; e allora le formole (4) conducono alle espressioni di F_t ed F_r corrispondenti a quelle trovate da questi Autori.

II.

Cominciamo dal supporre (col Prof. SIACCI) che il punto O sia la projezione sul piano osculatore dell'origine delle coordinate (punto fisso qualunque). In quest'ipotesi abbiamo

$$q = x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1 ,$$

$$p = x\cos\alpha_2 + y\cos\beta_2 + z\cos\gamma_2 ,$$

$$n = x\cos\alpha_3 + y\cos\beta_3 + z\cos\gamma_3 ,$$

considerando anche la distanza n del punto O dall'origine. Deriviamo rispetto ad s le ultime due eguaglianze: coll'ajuto delle formole di FRENET, che dànno le derivate rispetto all'arco dei nove coseni $\cos\alpha_1$, $\cos\beta_1$, ecc., troviamo assai facilmente

$$(5)\ldots \qquad \frac{dp}{ds} = -\frac{q}{\rho} + \frac{n}{\rho_1} , \qquad \frac{dn}{ds} = -\frac{p}{\rho_1} \qquad \ldots(6) .$$

Queste relazioni ci occorreranno ben presto.

Poniamo ora

$$\Theta = Tp ;$$

Θ rappresenterà il momento della tensione rispetto al punto O (*). Di qui si trae

$$\frac{d\Theta}{ds} = p\frac{dT}{ds} + T\frac{dp}{ds} ;$$

ossia, in virtù della (5),

$$\frac{d\Theta}{ds} = p\frac{dT}{ds} - q\frac{T}{\rho} + n\frac{T}{\rho_1}$$

(*) Almeno in valore assoluto. Quanto al segno, giova avvertire che, se si adotta la convenzione più usitata sul segno dei momenti, e se per verso positivo di una normale al piano osculatore si prende il verso positivo della binormale, il momento di T rispetto ad O è espresso da $-\Theta$.

e quindi
$$\frac{dT}{ds} - \frac{q}{p}\frac{T}{\rho} = \frac{1}{p}\frac{d\Theta}{ds} - \frac{n}{p^2}\frac{\Theta}{\rho_1} .$$

Sostituendo nella prima delle (4) e scrivendo nella seconda $\frac{\Theta}{p}$ invece di T, risultano le formole

$$F_t = -\left(\frac{1}{p}\frac{d\Theta}{ds} - \frac{n}{p^2}\frac{\Theta}{\rho_1}\right), \qquad F_r = -\frac{r}{p^2}\frac{\Theta}{\rho} \qquad \ldots (7)$$

analoghe a quelle stabilite dal Siacci nella nota: *Del moto per una linea gobba.*

Possiamo (seguendo l'esempio di lui) dare un'altra espressione di F_t. Dalla (6) si deduce

$$-\frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{p}\frac{dn}{ds} .$$

epperò la prima delle (7) può scriversi

$$F_t = -\left(\frac{1}{p}\frac{d\Theta}{ds} + \frac{\Theta\, n}{p^3}\frac{dn}{ds}\right) .$$

Se la curva funicolare è piana, il punto O riesce un punto fisso arbitrario del piano di essa, $\frac{1}{\rho_1} = 0$ (ovvero $n = \text{cost.}$), e le equazioni d'equilibrio si riducono a

$$F_t = -\frac{1}{p}\frac{d\Theta}{ds}, \qquad F_r = -\frac{r}{p^2}\frac{\Theta}{\rho} ; \qquad \ldots (7')$$

le quali formole corrispondono a quelle date dal Siacci nella prima nota.

III.

Il Cerruti prende per punto O il punto corrispondente al piano osculatore rispetto ad un complesso lineare arbitrario.

Assumendo per asse delle x l'asse del complesso, l'equazione di questo è (indicando con lettere greche le coordinate di due punti qualunque di un raggio e dicendo k il parametro principale):

$$\xi\eta' - \xi'\eta + k(\zeta' - \zeta) = 0 .$$

Di qui si deducono i valori seguenti per le coordinate del punto corrispondente al piano osculatore

$$x_0 = k\frac{\cos\beta_3}{\cos\gamma_3}, \qquad y_0 = -k\frac{\cos\alpha_3}{\cos\gamma_3},$$

$$z_0 = \frac{x\cos\alpha_3 + y\cos\beta_3 + z\cos\gamma_3}{\cos\gamma_3}.$$

Sostituendo nelle (1) e (2), e tenendo conto delle relazioni ben note che legano fra di loro i nove coseni $\cos\alpha_1$, $\cos\beta_1$, ecc., si trova

$$q\cos\gamma_3 = x\cos\beta_2 - y\cos\alpha_2 + k\cos\gamma_2,$$
$$p\cos\gamma_3 = -x\cos\beta_1 + y\cos\alpha_1 - k\cos\gamma_1$$

e, conseguentemente,

$$\frac{d\,.\,p\cos\gamma_3}{ds} = -\frac{q\cos\gamma_3}{\rho} \qquad \ldots (8).$$

Posto ciò, chiamiamo Θ' il momento (*) della tensione rispetto al diametro del complesso che passa per O: avremo

$$\Theta' = \Theta\cos\gamma_3 = Tp',$$

designando con p' il prodotto $p\cos\gamma_3$, ovvero, se vogliamo, il momento Cayleyano (**) della tangente e del diametro considerato.

Derivando, ne segue

$$\frac{d\Theta'}{ds} = p'\frac{dT}{ds} + T\frac{dp'}{ds},$$

e, in grazia della (8),

$$\frac{d\Theta'}{ds} = p'\frac{dT}{ds} - \frac{T}{\rho}q\cos\gamma_3;$$

da cui

$$\frac{dT}{ds} - \frac{q}{p}\frac{T}{\rho} = \frac{1}{p'}\frac{d\Theta'}{ds},$$

(*) Col segno cambiato, se si adotta la regola ordinaria e se per verso positivo del diametro si prende il verso positivo dell'asse delle z.

(**) Col segno cambiato, o col suo segno, secondo le convenzioni che si fanno.

e però, sostituendo nella prima delle (4) e scrivendo nella seconda $\frac{\Theta' \cos \gamma_3}{p'^2}$ invece di $\frac{T}{p}$,

$$F_t = -\frac{1}{p'}\frac{d\Theta'}{ds}, \qquad F_r = -\frac{r}{p'^2}\frac{\Theta'}{\rho}\cos\gamma_3 .$$

Queste formole racchiudono il teorema analogo a quello enunciato dal Prof. CERRUTI (*).

OSSERVAZIONE. — È rimarchevole l'analogia che le equazioni ultime offrono colle equazioni (7') relative ad una funicolare piana. L'analogia riesce vieppiù spiccata se supponiamo che il complesso arbitrario considerato sia speciale. Infatti, in questo caso il punto O diventa l'intersezione del piano osculatore coll'asse del complesso, ed il momento Θ' è sempre preso rispetto ad un medesimo asse, qualunque sia il punto M della curva che si consideri. Talchè si può dire che, dal caso della curva

---

(*) Propriamente, il CERRUTI definisce la quantità da lui introdotta analoga a Θ' come il « momento della quantità di moto rispetto al complesso », e, similmente, chiama « momento della tangente rispetto al complesso », ciò che io ho designato con p'. Io non so con precisione quale significato egli abbia attribuito a questo linguaggio, ma mi sembra che lo si possa interpretare come segue:

Dati due complessi lineari C, C', i cui parametri principali siano k, k', ed i cui assi a, a' facciano tra di loro un angolo φ, è noto che è stato chiamato *momento dell'un complesso rispetto all'altro* la quantità

$$(k + k')\cos\varphi + \text{mom. Cayley.}\,(a, a').$$

Per analogia, se supponiamo che il complesso C' sia speciale, possiamo denominare *momento di una retta indefinita* a' *rispetto al complesso* C la quantità

$$k\cos\varphi + \text{mom. Cayley.}\,(a, a')$$

e *momento di un segmento* u *della retta* a' *rispetto al complesso* C la quantità

$$u\,k\cos\varphi + M(u, a) ,$$

designando col simbolo $M(u, a)$ il momento ordinario del segmento u rispetto all'asse a.

Ammesse queste denominazioni, è facile vedere che Θ' e p' rappresentano rispettivamente (a meno del segno) il momento della tensione e il momento della tangente rispetto al complesso ausiliario considerato.

Debbo l'idea dell'interpretazione precedente all'egregio Dott. C. SEGRE.

piana, si passa al caso della curva gobba sostituendo ad un punto fisso arbitrario del piano un asse fisso arbitrario dello spazio, al momento della tensione rispetto a quel punto il momento della tensione rispetto a quest'asse, ecc. Dippiù, coll'ipotesi attuale, si ha un altro vantaggio che mi sembra notevole, ed è che non occorre più introdurre l'idea di complesso, togliendosi così ciò che vi ha forse di troppo artificioso nella trasformazione del CERRUTI. Basta definire il punto O come l'intersezione del piano osculatore con una retta fissa arbitraria e considerare il momento della tensione rispetto a tale retta.

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

Correzioni alla Memoria del Dott. Pietro CANALIS, *vol. XXII, disp.* 12 *e* 13, 1886-87.

		ERRATA	CORRIGE
Pag. 523,	linea 26,	*rapporti*	*reperti*
» 529,	» 24,	*tempestata*	*tempestato*
» 531,	» 34,	*della cellula tutt'attorno*	*della cellula o tutt'attorno*

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. A questa dispensa vanno unite le Tav. IX, X e XI, le prime due relative alla Memoria del Prof. C. GIACOMINI « *Annotazioni sull'anatomia del Negro* », l'altra relativa alla Memoria del Dott. P. CANALIS « *Contributo allo studio dello sviluppo e della patologia delle capsule soprarenali* », inserite nella dispensa 12ª e 13ª, pag. 465 e 519.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXII, DISP. 15ª, 1886-87

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 19 Giugno 1887.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. ANGELO GENOCCHI
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Salvadori, Berruti, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini.

Vien letto l'atto verbale dell'adunanza precedente, che è approvato.

Tra i libri offerti in omaggio all'Accademia vengono segnalati i seguenti:

1° « *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche* pubblicato dal Principe B. Boncompagni » vol. XIX, luglio 1886, presentato dal Presidente;

2° « Parecchie Memorie dell'Ing. Luigi Pesso, sopra studi ferroviarii, presentate dal Socio Basso;

3° « Un lavoro stampato del Dott. Francesco Porro: « *Sulla determinazione della latitudine della stazione astronomica di Termoli mediante passaggi di stelle al primo meridiano* », presentato dal Socio Siacci.

Quindi le comunicazioni e le letture si succedono nell'ordine che segue:

1° « *Azione dell' acido nitrico e del calore sugli eteri* »: 2° « *Sul parabromobenzoato di etile e sull' acido*

parabromobenzoico »; Note del Dott. Giorgio Errera, presentate dal Socio Cossa;

« *Mutamenti della composizione chimica dei muscoli nella fatica* »; lavoro del Dott. Adolfo Monari, presentato dal Socio Mosso;

« *Sulla scomposizione di certe omografie in omologie* »: Estratto di lettera del Prof. E. Bertini al Dott. Corrado Segre, presentato dal Socio D'Ovidio;

« *Omografie che mutano in se stessa una certa curva gobba del quart'ordine e seconda specie, e correlazioni che le mutano nelle sviluppabili dei suoi piani osculatori* »; lavoro del Dott. Alfonso Del Re, presentato dal Socio D'Ovidio;

« *Alcune particolarità macro e microscopiche dei nervi cardiaci nell'uomo*; lavoro dei Dott. S. Varaglia e A. Conti, Settori all'Istituto anatomico di Torino, presentato dal Socio Giacomini;

« *Sulla legge ottica di Malus detta del coseno quadrato* »; lavoro del Socio Basso.

Il Socio Gibelli, anche a nome del condeputato Socio Lessona, legge una sua Relazione intorno alla Memoria del Dott. Prof. Oreste Mattirolo, che ha per titolo: « *Illustrazione di tre nuove specie di Tuberacee italiane* », che in seguito a lettura è approvata per la stampa nei volumi delle *Memorie*.

Il Socio Salvadori, anche a nome del condelegato Socio Lessona, legge una sua Relazione sopra le « *Ricerche intorno al parassitismo ed al polimorfismo dei Gordii* », del Dottor Prof. Lorenzo Camerano, che vengono lette e approvate per la stampa nei volumi delle *Memorie*.

Infine la Classe accoglie, per la consueta pubblicazione nel Bollettino annesso agli *Atti*, le Effemeridi del Sole, della Luna e dei principali pianeti, calcolate per Torino in tempo medio civile di Roma per l'anno 1888 dal Prof. A. Charrier, Assistente dell'Osservatorio astronomico di Torino.

LETTURE

RELAZIONE intorno alla memoria del Dott. O. MATTIROLO, intitolata: « *Illustrazione di tre nuove specie di* Tuberacee *italiane*

È còmpito di questo lavoro la illustrazione anatomica dettagliata di tre nuove specie di Tuberacee italiane, le prime presso di noi descritte dopo i pregevoli lavori di Vittadini, editi nel 1831.

L'interesse di questo lavoro non dipende tanto dalla accurata descrizione delle tre nuove forme, quanto dalle particolarità interessantissime in esse scoperte, massime in rapporto alla oscura biologia delle Tuberacee.

Nel *Tuber lapideum* infatti l'A. per il primo osservava nella anfrattuosa escavazione centrale, di cui è fornito, numerosi filamenti miceliali rizomorfici (già riconosciuti da lui in altre tuberacee), e che trovati in rapporto colle ora cosidette *Micorize* di alcune radici, fornirono il mezzo di riuscire alla constatazione del parassitismo nelle Tuberacee; parassitismo già da lungo tempo sospettato, ma che mai prima d'ora fu potuto dimostrare.

Il *Tuber lapideum* Sp. n. raccolto in Alba (Piemonte), specie assai vicina al *Tuber excavatum* Vitt., è un fungo curioso per la sua durezza, e per il reticolo di cui va fornito il peridio.

Il *Choiromyces Terfezioides* Sp. n. e la *Terfezia Magnusii* Sp. n. (il primo trovato in Piemonte, e la seconda proveniente dalla Sardegna) vanno per diversi riguardi raccomandati all'attenzione dei Micologi, quali specie distintissime, come appare dalla analisi microscopica illustrativa.

Due tavole accuratamente disegnate completano la descrizione di queste tre nuove specie, delle quali uno di noi ebbe campo

di esaminare gli esemplari ed i preparati microscopici, che riconobbe perfettamente conformi alle descrizioni relative.

Con che la vostra Commissione si assume la piena responsabilità di proporre a questo illustre Consesso Accademico la lettura della intera Memoria del D. Mattirolo.

MICHELE LESSONA.
G. GIBELLI, *Relatore.*

RELAZIONE intorno al lavoro del Dott. LORENZO CAMERANO, intitolato: « *Ricerche intorno al parassitismo e al polimorfismo dei Gordii*

Il lavoro avente il titolo suddetto e presentato dall'Autore alla R. Accademia delle Scienze di Torino è diviso in due parti. Nella prima l'Autore studia le questioni relative alla vita parassitaria dei *Gordii*. Nella seconda l'Autore si occupa dei fenomeni di polimorfismo e conseguentemente della distinzione specifica dei *Gordii* stessi.

È indubitato che i *Gordii* sono animali parassiti; ma è incerto se ciascuna specie di *Gordius* abbia un ospite distinto e sopratutto se fra questi ospiti debba essere annoverato l'uomo. È incerto pure se lo sviluppo dei *Gordii* possa compiersi intieramente in un ospite solo, o se debba necessariamente aver luogo un cambiamento d'ospite, affinchè l'animale possa giungere allo stato adulto.

L'Autore tenendo conto dei fatti noti e di altri nuovi che egli riferisce nel suo lavoro giunge alle seguenti conclusioni:

1° Che non è ammissibile un ospite distinto per ciascuna specie di *Gordius.*

2° Che fra gli ospiti dei *Gordii* deve essere annoverato anche l'uomo, ma non come ospite normale.

3° Che non è d'uopo di ammettere un passaggio da un ospite in un altro, perchè le specie del genere *Gordius* possano giungere al loro completo sviluppo, e che non è ammissibile un secondo incistidamento della larva uncinata.

L'Autore poi così riassume il ciclo evolutivo dei *Gordii*:

1° Stadio. *Uovo* — libero nell'acqua.

2° Stadio. *Periodo embrionale* — sviluppo nell'acqua fino alla uscita dell'animale dall'uovo.

3° Stadio. *Stadio di larva* — caratterizzato da un prolungamento proboscidale armato di stiletto e di uncini, suddiviso nei seguenti periodi:

a) Vita libera per un certo tempo.

b) Entrata attiva o passiva in un ospite.

c) Incistidamento.

d) Uscita dalla cisti.

4° Stadio. *Metamorfosi della larva* che si compie molto probabilmeute nello stesso ospite, e graduale suo sviluppo sino allo stato adulto. Il giovane ha corpo filiforme con apertura boccale, corpo segmentato, organi sessuali non completamente sviluppati.

5° Stadio. *Adulto* — *Completo* sviluppo degli organi riproduttori, vita libera nell'acqua.

L'Autore viene perciò a considerare lo sviluppo dei *Gordii* come *diretto*, e gli adulti, in seguito alla atrofia e alla degenerazione della maggior parte degli organi, come una sorta di apparati riproduttori enormemente sviluppati e atti soltanto a produrre una grande quantità di uova e di sperma, della qual cosa la specie ha d'uopo per lottare contro le numerose cause che impediscono a molte uova di potersi sviluppare.

Nella seconda parte del lavoro, l'Autore dimostra coi fatti ricavati dall'esame di molti esemplari di *Gordii* di varie specie, che esiste fra questi un *polimorfismo* spiccatissimo, e giunge per tal rispetto alle principali conclusioni seguenti:

1° È indubitato che si trovano nell'acqua allo stato filiforme individui di *Gordii* (ad esempio di *G. Villoti* Rosa) che sono propriamente giovani; ma che ciò non costituisce la regola e che anzi è probabile che quando gli individui escono dall'ospite troppo giovani non arrivino al loro completo sviluppo.

2° Che negli individui adulti, vale a dire con organi riproduttori maturi, esiste, soprattutto nei maschi, un polimorfismo assai spiccato, per cui si hanno variazioni di colore, di dimensioni e anche di forma, senza che fra questi caratteri ci sia una vera correlazione.

3° Che il variare delle dimensioni dipende dalla mole dell'ospite e dal tempo, durante il quale il verme rimase nell'ospite stesso, e dalla profondità e dal volume delle acque in cui vive, come è stato asserito.

4° Che in alcuni casi l'animale presenta veri fenomeni di *neotenia*, cioè giunge ad avere gli organi riproduttori maturi senza assumere tutti i caratteri degli individui interamente sviluppati.

Da quanto precede appare come i fatti relativi alla vita dei *Gordii*, secondo gli studi del Dr. Camerano, sarebbero notevolmente diversi da quelli che furono ammessi finora dagli Autori che si sono occupati di detti animali, e perciò i vostri commissarii credono il lavoro del Dr. Camerano degnissimo dell'attenzione dei biologi e ne propongono la lettura alla Classe per la inserzione nei volumi delle Memorie.

Michele Lessona.

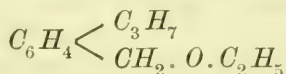
T. Salvadori, *relatore*.

Azione dell'acido nitrico e del calore sugli eteri;

del Dott. GIORGIO ERRERA

In una Memoria inserita nel volume XIV della *Gazzetta Chimica Italiana*, pag. 287, e avente per oggetto lo studio dell'azione del cloro sul cimene bollente, ebbi per incidenza occasione di studiare il modo di comportarsi di alcuni eteri trattati con acido nitrico fumante.

Annunciai allora come l'etere benziletilico $C_6H_5.CH_2.O.C_2H_5$. desse aldeide benzoica, e l'etere cumiletilico

$$C_6H_4 < \begin{matrix} C_3H_7 \\ CH_2.O.C_2H_5 \end{matrix}$$

aldeide nitrocuminica, ed espressi l'opinione che il dare aldeidi per nitrazione potesse ritenersi proprietà generale degli eteri.

M'accorsi in seguito che il Sintenis (*), in una memoria pubblicata fin dal 1872, e quindi anteriore alla mia, riguardante l'azione del cloro e del bromo sugli eteri, avea accennato di volo al fatto che gli eteri benzilmetilico e benziletilico nitrati si trasformano in aldeide benzoica, senza però approfondire ulteriormente la questione.

Nel presente lavoro ho cercato di generalizzare la suddetta reazione e di studiare il modo di comportarsi dell'acido nitrico per ciò che riguarda il radicale alcoolico appartenente alla serie grassa. Come si vedrà, gli eteri benzilisoamilico $C_6H_5.CH_2.O.C_5H_{11}$, benzilisobutilico $C_6H_5.CH_2.O.C_4H_9$, parabromobenziletilico $C_6H_4Br.CH_2.O.C_2H_5$, paraclorobenziletilico $C_6H_4Cl.CH_2.O.C_2H_5$, trattati con acido nitrico fumante danno tutti il nitrato del radicale alcoolico grasso e rispettivamente le aldeidi benzoica, parabromobenzoica, paraclorobenzoica.

La reazione va nettamente, senza cioè che si formino prodotti secondarî in quantità apprezzabile, almeno per ciò che ri-

(*) *Ann. Ch. Pharm.*, **161**, 329.

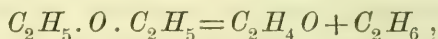
guarda il radicale aromatico. In un solo caso, in quello cioè dell'etere cumiletilico ho ottenuto la nitroaldeide, in tutti gli altri l'aldeide; il fatto si spiega facilmente quando si pensi che l'aldeide cuminica è capace di venir nitrata dall'acido nitrico impiegato per la decomposizione dell'etere.

Benchè il numero dei casi da me studiati non sia molto forte, mi pare però si possa concludere con sufficiente probabilità che in generale gli eteri misti contenenti un radicale alcoolico grasso ed uno aromatico, danno per nitrazione, il nitrato del primo, ed una aldeide, o una nitroaldeide aromatica, a seconda che l'aldeide la quale primitivamente si forma è capace o no di esser nitrata dall'acido nitrico che si adopera.

Ho studiato inoltre il modo di comportarsi di alcuni eteri sotto l'influenza del calore. Quest'azione, per ciò che riguarda l'etere cumilico, formò oggetto delle ricerche di Fileti, e i risultati da lui ottenuti si trovano nella Memoria: *Sull'etere cumilico e sulla preparazione dell'alcool cuminico* (*) Cause indipendenti dalla sua volontà, costrinsero l'autore ad abbandonare l'idea di estendere tale reazione ad altri eteri, perlochè egli lasciò a me la continuazione del lavoro.

Da quanto ho potuto rilevare nella letteratura chimica, i casi finora conosciuti di decomposizione degli eteri sotto l'influenza del calore, sono i seguenti:

Facendo passare per un tubo rovente etere ordinario, Liebig (**) ottenne aldeide acetica, metano ed etilene. Questa decomposizione potrebbe, secondo Cannizzaro (***), ricondursi alla equazione semplice

$$C_2H_5 . O . C_2H_5 = C_2H_4O + C_2H_6 ,$$

ammettendo che l'etano, dapprima formatosi, si sia decomposto sotto l'influenza del calore in metano ed etilene.

L'etere etilico perclorurato $(C_2Cl_5)_2O$ si decompone per distillazione in esacloruro di carbonio C_2Cl_6 ed in cloruro di tricloroacetile $CCl_3 . COCl$ (aldeide perclorurata) (Malaguti) (****).

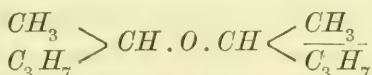
(*) *Gazzetta Chimica Italiana*, XIV, 496.
(**) *Ann. Ch. Pharm.*, **14**, 133.
(***) Ibid., **92**, 115.
(****) *Ann. de chimie et de physique*, [3], **16**, 4.

Regnault (*) determinando la densità di vapore dell'etere metilico perclorurato $(CCl_3)_2O$, la trovò uguale a metà di quella richiesta dalla teoria. Il fenomeno si può spiegare ammettendo, come è probabile, la decomposizione di ciascuna molecola d'etere in due, l'una di tetracloruro di carbonio, l'altra di cloruro di carbonile $COCl_2$ (aldeide formica perclorurata).

L'etere benzilico $(C_6H_5 . CH_2)_2O$ riscaldato in tubo chiuso un po' al disopra di 315° si decompone in aldeide benzoica e toluene (Cannizzaro) (**).

L'etere cumilico $(C_3H_7 . C_6H_4 . CH_2)_2O$ si decompone per distillazione in aldeide cuminica e cimene (Fileti) (***).

L'ossido di metilisopropilcarbinile

$$\begin{matrix} CH_3 \\ C_3H_7 \end{matrix} > CH . O . CH < \begin{matrix} CH_3 \\ C_3H_7 \end{matrix}$$

a 200° si decompone in metilisopropilcarbinol ed amilene ordinario (trimetiletilene) (Wurtz) (****).

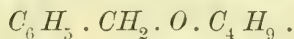
A questi casi aggiungo i due da me studiati nella presente memoria, cioè a dire:

L'etere parabromobenziletilico $C_6H_4Br . CH_2O . C_2H_5$ che si decompone in aldeide parabromobenzoica ed etano.

L'etere paraclorobenziletilico $C_6H_4Cl . CH_2 . O . C_2H_5$ che si decompone in aldeide paraclorobenzoica ed etano.

Come si vede, tranne l'etere corrispondente al metilisopropilcarbinol che si decompone nell'alcool e nell'idrocarburo non saturo, tutti gli altri si scindono per l'azione del calore nell'idrocarburo saturo e nell'aldeide corrispondente.

Etere benzilisobutilico.

$$C_6H_5 . CH_2 . O . C_4H_9 .$$

Quest'etere fu ottenuto recentemente da Ad. Claus ed E. Trainer (*****), facendo reagire il cloruro di benzile sull'iso-

(*) *Ann. de chimie et de physique*, [2], **71**, 403.
(**) Loco citato.
(***) Loco citato.
(****) *Comptes rendus*, LVII, 479.
(*****) *Ber. der deutschen chem. Gesellschaft*, XIX, 3006.

butilato di sodio. Gli autori non fanno che accennarlo e gli attribuiscono il punto di ebollizione 208°-211°. Molto più comodo, quando si voglia preparare quest'etere, è operare nel modo seguente:

In un recipiente di ferro si fa bollire per tre ore circa a ricadere un miscuglio di cloruro di benzile e di alcool isobutilico (una molecola del primo per due del secondo) con idrato potassico solido, in quantità circa doppia di quella necessaria ad eliminare tutto il cloro dal cloruro di benzile. È bene evitare l'uso di palloni di vetro i quali vengono facilmente forati dalla potassa.

A reazione finita, quando cioè non si forma più cloruro potassico ($C_6H_5CH_2Cl + KOH + C_4H_9OH = KCl + H_2O + C_6H_5CH_2OC_4H_9$), si tratta con acqua e si distilla il liquido oleoso che così si separa. Dopo un certo numero di distillazioni frazionate, il prodotto si divide in tre porzioni distinte, l'una bollente a bassa temperatura costituita dall'eccesso d'alcool isobutilico impiegato, l'altra più abbondante bollente a temperatura intermedia, verso i 210°, che è l'etere benzilisobutilico, la terza in piccola quantità, passante a temperatura più elevata e costituita da prodotti superiori.

L'etere benzilisobutilico $C_6H_5 . CH_2 . O . C_4H_9$ è un liquido incoloro, di odore grato di frutta, più denso dell'acqua e in essa insolubile, bolle alla temperatura di 211°,5-212°,5 (colonna immersa nel vapore) alla pressione di 743^{mm} ridotta a 0°. All'analisi diede i risultati seguenti:

Da gr. 0,2461 risultarono gr. 0,7266 di anidride carbonica e gr. 0,2229 d'acqua
e su 100 parti

	trovato	calcolato
C	80,52	80,49
H	10,06	9,76
O	9,42	9,75
	100,00	100,00

Versando goccia a goccia l'etere benzilisobutilico nell'acido nitrico (densità 1,51) raffreddato con acqua, avviene una reazione violenta, paragonabile a quella che ha luogo cogli eteri benziletilico e cumiletilico (loco citato). Ogni goccia che cade si discioglie stridendo, il liquido si colora in rosso e si sviluppano

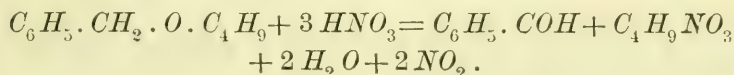
vapori pure rossi. Per una parte in peso d'etere si possono adoperare da quattro a cinque parti d'acido nitrico. Il liquido si versa poi nell'acqua; al momento in cui l'acido nitrico viene a contatto coll'acqua stessa, ha luogo un abbondante sviluppo di biossido di azoto, contemporaneamente si raduna sul fondo del bicchiere una sostanza oleosa pesante. Questo liquido che ha l'odore caratteristico delle mandorle amare, viene separato mediante imbuto a robinetto ed agitato con bisolfito sodico. Si forma tosto la combinazione cristallizzata che viene spremuta, lavata successivamente con alcool e con etere, e decomposta con soluzione concentrata di carbonato sodico. Si ottiene così una sostanza che ha tutte le proprietà fisiche e chimiche dell'aldeide benzoica. Il rendimento è buono, non si formano prodotti secondari.

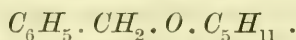
Il liquido alcoolico etereo che ha servito a lavare il composto dell'aldeide col bisolfito, viene evaporato a bagno-maria. Rimane una sostanza azotata che bolle a 121°-122° ed è nitrato di isobutile, come dalla seguente determinazione di azoto.

Da gr. 0,2242 di sostanza risultarono 23^{cc} di azoto alla temperatura di 12° ed alla pressione di 741^{mm},9 ridotta a 0° e su 100 parti

	trovato	calcolato per $C_4H_9NO_3$
N	11,94	11,79

L'equazione che meglio esprime il decomporsi dell'etere benzilisobutilico in aldeide benzoica e nitrato di isobutile, per opera dell'acido nitrico concentrato, è la seguente:

$$C_6H_5.CH_2.O.C_4H_9 + 3\,HNO_3 = C_6H_5.COH + C_4H_9NO_3 + 2\,H_2O + 2\,NO_2.$$

Etere benzilisoamilico.

$$C_6H_5.CH_2.O.C_5H_{11}.$$

Quest'etere si prepara in modo identico al corrispondente isobutilico, partendo dal cloruro di benzile e dall'alcool amilico di fermentazione. È un liquido incoloro, di odore aggradevole di frutta che ricorda lontanamente quello dell'alcool amilico, più

denso dell'acqua e in essa insolubile, bolle da 236°,5-237° (colonna immersa nel vapore) alla pressione di 748^{mm} ridotta a 0°. Dall'analisi si ebbero i risultati seguenti:

Gr. 0,3064 di sostanza diedero gr. 0,2841 d'acqua e gr. 0,9051 di anidride carbonica.

e su 100 parti

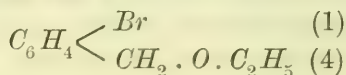
	trovato	calcolato
C	80,56	80,90
H	10,30	10,11
O	9,14	8,99
	100,00	100,00

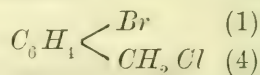
La nitrazione di quest'etere procede come pel caso dell'etere isobutilico e altrettanto nettamente; si ottiene da una parte aldeide benzoica, dall'altra nitrato di isoamile (p. e. 145°-147°), come dalla seguente determinazione di azoto.

Gr. 0,2120 di sostanza diedero 19^{cc} di azoto alla temperatura di 11° ed alla pressione di 749^{mm},7 ridotta a 0° e in 100 parti

	trovato	calcolato per $C_5H_{11}NO_3$
N	10,59	10,53

Etere parabromobenziletilico.

$$C_6H_4 < \begin{matrix} Br & (1) \\ CH_2 . O . C_2H_5 & (4) \end{matrix}$$

Per preparare quest'etere era mia intenzione partire dal cloruro di parabromobenzile

$$C_6H_4 < \begin{matrix} Br & (1) \\ CH_2\,Cl & (4) \end{matrix}$$

il quale, secondo ciò che avviene generalmente, dovea risultare, o per l'azione del bromo a freddo sul cloruro di benzile, ovvero del cloro a caldo sul parabromotoluene. In realtà non sono mai riuscito ad ottenere il predetto composto allo stato di purezza, ma sempre mescolato a quantità variabili di bromuro di parabromobenzile, come apparirà dalle seguenti ricerche.

Per bromurare il cloruro di benzile, ho operato come si suol fare in casi analoghi. ho aggiunto cioè a cento grammi del cloruro, circa dieci grammi di iodio, e nella soluzione così ottenuta, raffreddata con ghiaccio, ho versato goccia a goccia la quantità teorica di bromo. Il liquido lasciato in riposo per alcune ore in luogo freddo, a temperatura inferiore a zero, si rapprese in una massa di lunghi cristalli aghiformi. Si decantò la parte rimasta liquida, e questa, dopo lavata con soluzione diluita di idrato sodico, si sottopose a distillazione frazionata, durante la quale si notò leggiero sviluppo di acido bromidrico.

Le porzioni bollenti a temperatura più bassa e costituite da poco cloruro di benzile inalterato, rimasero liquide, quelle passanti a temperatura più elevata (230°-250°) sottoposte ad un forte raffreddamento si rappresero parzialmente in cristalli che vennero separati dalle acque madri ed uniti a quelli ottenuti dal liquido primitivo. La parte liquida venne di nuovo distillata, e dalle porzioni superiori si ottennero per raffreddamento nuovi cristalli. L'operazione si ripetè parecchie volte finchè non si separò più nulla di solido; tutti i cristalli si lasciarono sgocciolare sopra imbuto, sempre mantenendoli ad una temperatura inferiore allo zero (l'operazione fu fatta di pieno inverno) poi si misero su carta e finalmente si spremettero col torchio. I cristalli quando sono impregnati dal liquido fondono a temperatura bassa, ma il punto di fusione si eleva man mano che si allontana il liquido stesso, cosicchè mentre sul principio è necessario operare al disotto dello zero, alla fine si può lavorare anche ad una temperatura di 20 o 30 gradi senza che i cristalli si fondano. Questa preparazione riesce facile d'inverno. noiosa e difficile in altra stagione.

Della parte liquida, costituita probabilmente di ortoderivati non mi sono occupato, la parte solida che, come vedremo, è un miscuglio di paraderivati venne cristallizzata dall'alcool. Si ottennero così varie porzioni tutte sotto forma di lunghi aghi splendenti, di odore grato ma assai irritante, con punti di fusione pochissimo diversi (da 50°,5 a 52°) e che presentavano tutto l'aspetto di sostanza unica e ben definita. Malgrado ciò, e come risulterà dalle analisi seguenti, questo prodotto apparentemente unico è invece un miscuglio di due sostanze diverse le quali si trovano in quantità variabile nelle varie porzioni, e sono il cloruro di parabromobenzile ed il bromuro di parabromobenzile.

Tra le numerose analisi eseguite, ne scelgo tre fatte su tre porzioni diverse, cioè sui cristalli provenienti dalla seconda, dalla terza e dalla quinta cristallizzazione.

I (2ª cristallizzazione). Grammi 0,3559 di sostanza diedero gr. 0,5527 di cloruro e bromuro d'argento e gr. 0,0024 di argento. La perdita di peso avuta nel trasformare in cloruro il miscuglio dei sali d'argento fu di gr. 0,0985.

II. (3ª cristallizzazione). — Gr. 0,2553 di sostanza diedero gr. 0,3937 di cloruro e bromuro d'argento e gr. 0,0034 di argento. La perdita di peso avuta nel trasformare in cloruro il miscuglio dei sali d'argento fu di gr. 0,0743. - Gr .0,4486 di sostanza fornirono gr. 0,6106 di anidride carbonica e gr. 0,1136 d'acqua.

III (5ª cristallizzazione). Gr. 0,3338 di sostanza diedero gr. 0,5067 di cloruro e bromuro d'argento e gr. 0,0055 di argento. La perdita di peso avuta nel trasformare in cloruro il miscuglio dei sali d'argento fu di gr. 0,0999

e su 100 parti

	I	II	III
Br	50,06	53,07	53,77
Cl	9,55	7,83	6,32
C		37,11	
H		2,81	

La teoria per il cloruro di parabromobenzile ed il bromuro di parabromobenzile richiederebbe rispettivamente

	$C_6H_4<^{Br}_{CH_2Cl}$	$C_6H_4<^{Br}_{CH_2Br}$
Br	38,92	64,0
Cl	17,28	
C	40,88	33,6
H	2,92	2,4
	100,00	100,0

Osservando i valori ottenuti nella II analisi si vede che essi quasi coincidono con quelli richiesti da un miscuglio equi-

molecolare di cloruro e bromuro di parabromobenzile. Infatti si ha

calcolato per $C_6H_4{<}^{Br}_{CH_2Cl} + C_6H_4{<}^{Br}_{CH_2Br}$

Br	52,69
Cl	7,79
C	36,88
H	2,64
	100,00

Malgrado la variabilità nella composizione dei prodotti provenienti da diverse cristallizzazioni, questa coincidenza insieme alla bellezza dei cristalli, mi fece sospettare trattarsi non d'un semplice miscuglio, ma d'un vero composto avente composizione poco diversa da quella d'un miscuglio a molecole uguali di cloruro e bromuro di parabromobenzile. A togliere ogni dubbio feci la seguente determinazione di densità di vapore col metodo di Meyer alla temperatura di circa 300°.

$$P = \text{gr. } 0{,}1172$$
$$H_0 = 739^{mm}{,}4$$
$$t = 14°$$
$$V_t = 12^{cc}{,}8$$

trovato $d = 7{,}77$

calcolato per $C_6H_4{<}^{Br}_{CH_2Cl} + C_6H_4{<}^{Br}_{CH_2Br}$ $d = 7{,}88$

Da essa risulta essere la coincidenza affatto accidentale e trattarsi veramente d'un miscuglio e non d'una combinazione, la quale richiederebbe una densità doppia, o vicina alla doppia.

Pare che il bromuro di parabromobenzile sia un po' meno solubile nell'alcool del cloruro, perchè la sua quantità relativa aumenta colle successive cristallizzazioni, come risulta dalle tre analisi sopra riportate nelle quali il bromo cresce dalla prima alla terza, mentre il cloro diminuisce. Queste due sostanze debbono avere inoltre un punto di fusione, se non coincidente, almeno vicinissimo, e devono essere isomorfe in modo da coesistere nel medesimo cristallo.

Che si tratti poi di derivati para del toluene e che nel nucleo vi sia soltanto bromo, indipendentemente dalla presenza del cloro o del bromo nella catena laterale, è provato da ciò che i suddetti cristalli per ossidazione con acido nitrico allun-

gato del doppio volume d'acqua dettero *esclusivamente* acido parabromobenzoico p. f. 251°. Dall'analisi dell'acido si ebbero i numeri seguenti:

I. Gr. 0,2584 di sostanza dettero gr. 0,2418 di bromuro d'argento.

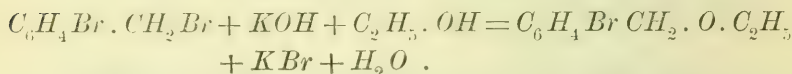
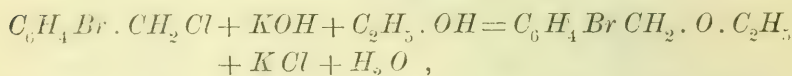
II. Gr. 0,1679 di sostanza diedero gr. 0,0410 d'acqua e gr. 0,2568 di anidride carbonica

e su 100 parti

	trovato		calcolato
	I	II	
Br	39,81		39,80
C		41,72	41,79
H		2,71	2,49
O		15,76	15,92
			100,00 .

E che nel nucleo esista esclusivamente il bromo, risulta pure dall'azione della potassa alcoolica; si ottenne soltanto l'etere parabromobenziletilico, accanto al bromuro ed al cloruro di potassio, la cui presenza fu constatata nelle acque potassiche

$$C_6H_4Br . CH_2Cl + KOH + C_2H_5 . OH = C_6H_4Br\,CH_2 . O . C_2H_5 + KCl + H_2O \;,$$

$$C_6H_4Br . CH_2Br + KOH + C_2H_5 . OH = C_6H_4Br\,CH_2 . O . C_2H_5 + KBr + H_2O \;.$$

Quale sia il meccanismo della reazione, per la quale il bromo agendo a freddo sul cloruro di benzile, dà, accanto al cloruro, che veramente dovrebbe formarsi, anche il bromuro di parabromobenzile, non posso dire. È evidente che il bromo deve spostare il cloro, ma in qual modo si comporti questo elemento messo così in libertà, non si potrà sapere che mercè un esame accurato di tutti i prodotti della reazione.

Non ho ottenuto risultati migliori seguendo la via inversa, cioè clorurando a caldo il parabromotoluene. In un pallone unito a refrigerante ascendente, feci bollire 60 grammi di parabromotoluene puro, mentre un tubo, il cui orifizio si apriva nella parte superiore del pallone stesso, conduceva una corrente moderata di cloro. Si svolse dell'acido cloridrico senza traccia

di bromo. S'interruppe l'operazione allorchè il parabromotoluene ebbe assorbito un atomo di cloro; per raffreddamento tutto il liquido si rapprese in una massa cristallina che fu distillata; tranne una piccola porzione passante a bassa temperatura e costituita principalmente da parabromotoluene inalterato, tutto il resto solidificò a temperatura ordinaria, e siccome conteneva pochissima parte liquida, fu cristallizzato addirittura dall'alcool. Anche in questo caso si ottennero lunghi aghi fondenti a 52°,5 e che diedero all'analisi numeri indicanti un miscuglio di cloruro e bromuro di parabromobenzile.

Da gr, 0,3499 di sostanza risultarono gr. 0,5478 di cloruro e bromuro d'argento e gr. 0,0127 di argento. La perdita di peso avuta nel trasformare in cloruro il miscuglio dei sali d'argento fu di gr. 0,0996
e in 100 parti

	trovato
Br	53,06
Cl	9,31

Anche in questo caso l'ossidazione non diede che acido parabromobenzoico, e il trattamento con potassa alcoolica, etere parabromobenziletilico accanto a cloruro e bromuro di potassio.

Il fatto che per azione del cloro sul bromotoluene si ottenga accanto al cloruro, anche il bromuro di parabromobenzile è assai rimarchevole, inquantochè, partendo da un composto monobromurato, si è giunti per opera del cloro ad uno bibromurato. È necessario che il cloro abbia agito parzialmente in modo da scacciare il bromo dal nucleo, e che questo abbia sostituito l'idrogeno del metile nel bromotoluene; probabilmente si sarà pure formato del cloruro di benzile, o di benzilidene che io però non ho cercato. Ad ogni modo la reazione è molto oscura, e senza emettere alcuna ipotesi, mi limito a constatare il fatto che, tanto trattando con bromo il cloruro di benzile a freddo, quanto trattando con cloro il parabromotoluene bollente, si giunge al medesimo risultato, vale a dire ad un miscuglio di cloruro di parabromobenzile e di bromuro di parabromobenzile, senza che in nessun caso entri cloro nel nucleo.

Benchè non sia riuscito a preparare il cloruro di parabromobenzile puro, il miscuglio così ottenuto mi servì ugualmente

allo scopo prefissomi, cioè alla preparazione dell'etere parabromobenziletilico. Perciò feci ricadere il miscuglio sovra accennato con una soluzione di idrato potassico nell'alcool, e sospesi l'ebollizione allorchè cessò il formarsi del bromuro e del cloruro potassico. Per aggiunta d'acqua si separò un liquido oleoso, pesante, che asciugai su cloruro di calcio e distillai; esso passò quasi tutto verso i 240° lasciando nel pallone un piccolo residuo che solidificò per raffreddamento e sul quale ritornerò in seguito. Nella canna che aveva servito alla distillazione osservai dopo qualche tempo che s'erano formati degli aghetti in quantità piccolissima, fondenti ad elevata temperatura e che, come vedremo, erano acido parabromobenzoico.

L'etere parabromobenziletilico così preparato, mi diede all'analisi numeri concordanti colla teoria, vale a dire:

I Da gr. 0,3562 di sostanza risultarono gr. 0,3049 di bromuro d'argento e gr. 0,0040 di argento.

II. Da gr. 0,4538 di sostanza risultarono gr. 0,2278 d'acqua e gr. 0,8273 di anidride carbonica

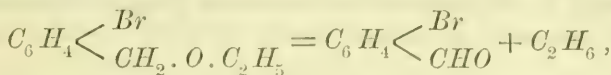
e in 100 parti

	trovato		calcolato
	I	II	
Br	37,25		37,21
C		49,72	50,23
H		5,57	5,12
O		7,46	7,44
			100,00

Siccome era partito da un miscuglio e non dal cloruro di parabromobenzile puro, per togliere ogni dubbio che nell'etere da me preparato ci potesse esser cloro, riscaldai in corrente di cloro il bromuro d'argento ottenuto nella analisi precedente; ebbi una perdita di peso di gr. 0,0721 che corrisponde appunto a 0,3045 di bromuro d'argento. Dunque veramente il composto analizzato non contiene cloro.

L'etere parabromobenziletilico $C_6H_4Br.CH_2.O.C_2H_5$ è un liquido di odore aggradevole di frutta, bollente a 243° (colonna immersa nel vapore) alla pressione di 729^{mm} ridotta a 0°, più pesante dell'acqua e in essa insolubile. Per distillazione si de-

compone appena sensibilmente in aldeide parabromobenzoica ed etano secondo l'equazione:

$$C_6H_4 < \begin{matrix} Br \\ CH_2 . O . C_2H_5 \end{matrix} = C_6H_4 < \begin{matrix} Br \\ CHO \end{matrix} + C_2H_6 ,$$

ed è appunto alla formazione dell'aldeide ed alla susseguente ossidazione per opera dell'ossigeno dell'aria, che si devono i cristallini di acido parabromobenzoico i quali compaiono sul tubo dell'apparecchio distillatore.

Per rendere più evidente questa decomposizione che nelle condizioni ordinarie è estremamente lenta, e per constatare il formarsi dell'etano, feci ricadere l'etere sotto la pressione prodotta da una colonna di mercurio alta circa 45 centimetri e raccolsi il gas che si andava svolgendo. Benchè anche in queste condizioni la decomposizione fosse lenta, potei raccogliere in un giorno una campanella d'un gas non assorbibile dal bromo, capace di bruciare con fiamma pallida e che riconobbi essere etano perchè trattato con un eccesso di cloro, sotto l'influenza della luce, diede luogo alla formazione di cristalli di esacloruro di carbonio (p. f. 175°). (*). Il liquido dal quale s'era svolto l'etano venne agitato con bisolfito sodico; si separò una massa solida abbondante, che fu spremuta, lavata con alcool e con etere, e decomposta con carbonato sodico. Risultò aldeide parabromobenzoica che cristallizzata dall'alcool fuse a 56°.

La decomposizione che avviene lentamente nelle condizioni suesposte, ha luogo rapidamente quando si riscaldi l'etere in tubo chiuso verso i 380°, e quasi istantaneamente alla temperatura di ebollizione dello zolfo. Però in questi casi la reazione non è più netta, gran parte dell'aldeide si ossida, forse a spese dell'ossigeno dell'aria contenuta nei tubi, e si forma l'acido corrispondente; fra i prodotti gazosi, accanto all'etano si trovano traccie di anidride carbonica e molto ossido di carbonio, e finalmente rimane una resina bruna pochissimo solubile nell'alcool.

Appunto per la decomposizione dell'etere nell'aldeide e nell'idrocarburo corrispondente, determinando la sua densità di

---

(*) Faraday (*Annales de chim. et de phys.* [2], 18, 48) che per primo ha ottenuto l'esacloruro di carbonio, gli attribuisce il punto di fusione 160°. — Recentemente Hahn (*Ber. der deutsch. chem. Gesellschaft*, XI, 1735 indica come punto di fusione 185°; gli altri autori danno numeri intermedî.

vapore anche a temperatura vicinissima al punto di ebollizione, si trovano valori un po' inferiori a quelli richiesti dalla formula. La densità fu determinata col metodo di Meyer alla temperatura del benzoato di amile bollente (261°,5).

I
$$P = gr.\ 0{,}0978$$
$$H_0 = 738^{mm},8$$
$$t = 13^\circ$$
$$V_t = 11^{cc},8$$

II
$$P = gr.\ 0{,}1007$$
$$H_0 = 738^{mm},5$$
$$t = 14^\circ$$
$$V_t = 12^{cc},25$$

		I	II
trovato		$d = 7{,}01$	6,99
calcolato per	$C_6H_4 < {Br \atop CH_2 . O . C_2H_5}$	$d =$	7,44 (*).

Ho accennato come nel distillare il liquido greggio proveniente dall'azione della potassa alcoolica sul miscuglio di cloruro e bromuro di parabromobenzile, rimanga nel palloncino una

---

(*) Determinando la densità di vapore alla temperatura di ebollizione dell'antrachinone (380°) ebbi i seguenti risultati:

$$P = gr.\ 0{,}0827$$
$$H_0 = 742^{mm},6$$
$$t = 15^0$$
$$V_t = 18^{cc},6$$

trovato		$d = 3{,}78$
calcolato per	$C_6H_4 < {Br \atop COH} + C_2H_6$	$d = 3{,}77$.

cioè a dire la densità corrispondente alla decomposizione completa dell'etere in aldeide parabromobenzoica ed etano.

Questa determinazione ha però un valore relativo, avuto riguardo al fatto poc'anzi accennato, che riscaldando l'etere in tubo chiuso a 380°, temperatura di ebollizione dell'antrachinone, si osservano, oltre l'aldeide e l'etano, prodotti di decomposizione più avanzata, come l'acido parabromobenzoico, l'ossido ed il biossido di carbonio.

Forse la coincidenza dei dati sperimentali colla teoria per una decomposizione completa è dovuta al solo caso, può darsi però che l'esattezza del risultato dipenda dal brevissimo tempo in cui l'etere fu sottoposto a temperatura tanto elevata.

sostanza solida cristallina. Questa sostanza non era in quantità sufficiente da potersi sottoporre ad analisi, però cristallizzata dall'alcool presentò il punto di fusione 66° vicino a quello dell'alcool parabromobenzilico (p. f. 69°) col quale non è improbabile sia identica. Se così fosse, la sua presenza potrebbe spiegarsi colla formazione di un po' d'aldeide parabromobenzoica, la quale verrebbe decomposta dalla potassa alcoolica nell'alcool e nell'acido corrispondente. E a conferma di ciò sta il fatto che dopo precipitazione dell'etere con acqua, il liquido potassico contiene disciolto dell'acido parabromobenzoico.

La nitrazione dell'etere parabromobenziletilico avviene come per gli altri analoghi. Esso si scioglie nell'acido nitrico 1,51 reagendo con violenza, e per aggiunta d'acqua si depositano goccie oleose che dopo pochi istanti si solidificano. La massa solida viene disciolta in pochissimo etere ed agitata con bisolfito sodico, si separa il composto, che si spreme, si lava con alcool ed etere, e si decompone con carbonato sodico. L'aldeide così ottenuta si distilla con vapor d'acqua in un'atmosfera di anidride carbonica; essa si solidifica già lungo il refrigerante ed è bianchissima. Cristallizzata dall'alcool presenta il punto di fusione 56° e tutte le altre proprietà dell'aldeide parabromobenzoica. All'analisi diede i risultati seguenti.

Da gr. 0,2946 di sostanza si ebbero gr. 0,2984 di bromuro d'argento

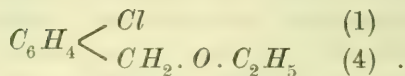
e in 100 parti

	trovato	calcolato
Br	43,10	43,24

Questo metodo di preparazione dell'aldeide parabromobenzoica mi pare preferibile a quello conosciuto finora, almeno per la rapidità molto maggiore colla quale si giunge allo scopo. Jackson e White (*) i quali soli, da quanto mi consta, si sono occupati di questo argomento fanno bollire il bromuro di parabromobenzile per *tre* giorni con nitrato di piombo. Col metodo da me indicato, il rendimento è buono e la decomposizione va nettamente senza che l'aldeide sia accompagnata da prodotti secondarî in quantità apprezzabile.

(*) *Ber. der deutschen chem. Gesellschaft*, XI, 1043.

Etere paraclorobenziletilico.

$$C_6H_4\left\langle\begin{array}{ll}Cl & (1)\\ CH_2.O.C_2H_5 & (4)\end{array}\right. .$$

Sintenis nella sua Memoria sopracitata, prepara l'etere paraclorobenziletilico sottoponendo all'azione della potassa alcoolica il cloruro di paraclorobenzile. Lo descrive come un liquido bollente da 215°-218°, il quale trattato con cloro dà aldeide paraclorobenzoica p. e. 210°-213°. L'autore non accenna che l'aldeide ottenuta sia solida, come dovrebbe essere, e dice che all'analisi ebbe una quantità di cloro maggiore ed una quantità di carbonio minore di quella richiesta dalla teoria, il che, sempre secondo l'autore, potrebbe far credere alla presenza d'un bicloroderivato. Egli ritiene però quel liquido aldeide paraclorobenzoica perchè per ossidazione gli dà soltanto acido paraclorobenzoico fusibile al disopra di 230°.

Ho ripetuta la preparazione dell'etere paraclorobenziletilico, partendo, anzichè dal cloruro, dal bromuro di paraclorobenzile. Per ottenere quest'ultima sostanza ho preparato del paraclorotoluene puro, trasformando la paratoluidina in diazocomposto e decomponendo questo con acido cloridrico concentrato secondo le indicazioni di Gasiorowski e Wayss (*). Il paraclorotoluene contenuto in un palloncino unito a refrigerante a riflusso e tenuto in ebollizione continua fu sottoposto all'azione d'una corrente d'aria carica di vapori di bromo. Si sospese l'operazione allorchè fu introdotta la quantità teorica di bromo, e per raffreddamento il liquido si rapprese in una massa cristallina che fu distillata, spremuta e cristallizzata dall'alcool. L'analisi diede i seguenti risultati.

Da gr. 0,3793 di sostanza si ebbero gr. 0,6079 di cloruro e bromuro d'argento e gr. 0,0028 di argento. La trasformazione in cloruro del miscuglio dei sali d'argento diede una perdita di peso uguale a gr. 0,0821

(*) *Ber. der deutschen chem. Gesellschaft*, XVIII, 1939.

e su 100 parti

	trovato	calcolato per $C_6H_4<\begin{smallmatrix}Cl\\CH_2Br\end{smallmatrix}$
Br	39,18	38,92
Cl	17,16	17,28 .

Il punto di fusione fu trovato 50°-51° coincidente con quello dato da Jackson e Field (*). I cristalli si presentano sotto forma di lunghi aghi splendenti, di odore aggradevole ma molto irritante ; al solo vederli non si distinguerebbero affatto dal miscuglio di bromuro e cloruro di parabromobenzile descritto precedentemente. Come dunque si vede, mentre è impossibile ottenere, almeno nelle condizioni nelle quali ho operato, il cloruro di parabromobenzile puro, la preparazione del bromuro di paraclorobenzile trattando a caldo con bromo il paraclorotoluene. va regolarmente. Ho voluto pure sperimentare se il predetto bromuro di paraclorobenzile si potesse ottenere ugualmente bene clorurando a freddo il bromuro di benzile; in una esperienza ch'io feci il cloro resinificò completamente il bromuro di benzile, non ebbi poi più agio di ripeterla, tanto più che la temperatura troppo alta, in causa della stagione avanzata, mi avrebbe reso difficile la separazione dei para dagli ortocomposti.

Il bromuro di paraclorobenzile trattato con un eccesso di potassa alcoolica, venne trasformato nell'etere paraclorobenziletilico. Una determinazione di cloro diede i risultati seguenti :

Da gr. 0,3539 di sostanza si ebbero gr. 0,3012 di cloruro d'argento

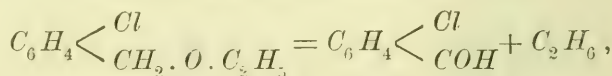
e in 100 parti

	trovato	calcolato
Cl	21,06	20,82

L'etere paraclorobenziletilico $C_6H_4Cl . CH_2 . O . C_2H_5$ è un liquido di odore aggradevole di frutta molto analogo a quello del bromoetere corrispondente, è insolubile nell'acqua ed ha peso specifico maggiore di essa, bolle a 225°-227° (colonna immersa nel vapore) alla pressione di 741^{mm} ridotta a 0°. Come il bro-

(*) *American chemical Journal*, I, 102.

moetere si decompone per l'azione del calore in etano e nell'aldeide corrispondente secondo l'equazione

$$C_6H_4<\begin{matrix}Cl\\CH_2 . O . C_2H_5\end{matrix} = C_6H_4<\begin{matrix}Cl\\COH\end{matrix} + C_2H_6 ,$$

ed è perciò che nel tubo dell'apparecchio distillatore si vedono, dopo un certo tempo, comparire minuti cristallini di acido paraclorobenzoico. Anche la densità di vapore è in accordo con tale decomposizione; essa fu determinata col metodo di Meyer nei vapori di benzoato di amile (261°,5) e diede un numero un po' inferiore al teorico.

$$P = gr.\ 0{,}0939$$
$$H_0 = 746^{mm},4$$
$$t = 13°,5$$
$$V_t = 15^{cc},3$$

trovato $d = 5{,}15$

calcolato per $C_6H_4<\begin{matrix}Cl\\CH_2 . O . C_2H_5\end{matrix}$ $d = 5{,}90$.

L'etere paraclorobenziletilico si comporta di fronte all'acido nitrico (densità 1,51) come tutti gli altri da me esaminati, dà l'aldeide paraclorobenzoica che si deposita liquida quando si versa nell'acqua la soluzione nitrica, ma che si solidifica dopo poco tempo. L'aldeide purificata mediante il composto col bisolfito e distillazione con vapor d'acqua in corrente d'anidride carbonica, e cristallizzata dall'alcool, fonde a 47°,5. Il rendimento è buono e l'aldeide non è accompagnata da prodotti secondarî in quantità apprezzabile. Riferendomi a quanto dissi a proposito dell'aldeide parabromobenzoica, credo questo metodo di preparazione preferibile a quello seguito da Jackson e White (*).

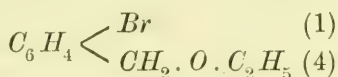
Il punto di ebollizione da me attribuito all'etere paraclorobenziletilico (225°-227°) differisce di dieci gradi da quello dato da Sintenis (215°-218°). Ho però ragione di ritenere più esatto il mio e di supporre che l'etere preparato da Sintenis non sia puro, tanto più che trattato con cloro dà un'aldeide paraclorobenzoica che non corrisponde all'analisi e rimane liquida.

Torino — Laboratorio di Chimica della R. Università.
Giugno 1887.

(*) Loco citato.

Sul parabromobenzoato di etile e sull'acido parabromobenzoico;

del Dott. GIORGIO ERRERA

Come risulta dalla Memoria precedente (*); per l'azione della potassa alcoolica sopra un miscuglio di cloruro di parabromobenzile e di bromuro di parabromobenzile ottenni l'etere parabromobenziletilico

$$C_6H_4 < \begin{matrix} Br & (1) \\ CH_2 . O . C_2H_5 & (4) \end{matrix}$$

liquido di odore aggradevole di frutta, bollente a 243° (colonna immersa nel vapore) alla pressione di 729^{mm} ridotta a 0°, più pesante dell'acqua e in essa insolubile e che mi diede all'analisi i risultati seguenti:

I. Da gr. 0,3562 di sostanza si ebbero gr. 0,3049 di bromuro d'argento e gr. 0,0040 di argento.

II. Da gr. 0,4538 di sostanza risultarono gr. 0,2278 di acqua e gr. 0,8273 di anidride carbonica e in 100 parti

	trovato		calcolato
	I.	II.	
Br	37,25		37,21
C		49,72	50,23
H		5,57	5,12
O		7,46	7,44
			100,00

Contemporaneamente si formò un po' d'alcool parabromobenzilico e di acido parabromobenzoico. La soluzione alcoolica di potassa da me adoperata non era molto concentrata.

(*) Azione dell'acido nitrico e del calore sugli eteri.

Elbs, in una memoria pubblicata recentemente nel *Journal für praktische Chemie*, vol. XXXIV, pag. 340, asserisce d'aver ottenuto mediante questa reazione un liquido di odore grato di pere, più denso dell'acqua, volatile in una corrente di vapore, solubile nei solventi ordinari eccettuata l'acqua, bollente alla temperatura non corretta di 236° sotto la pressione di 713^{mm}, della composizione seguente:

$$C \quad 46,6\ \%$$
$$H \quad 4,6\ \%.$$

Egli lo ritiene parabromobenzoato di etile il quale contiene

$$C \quad 47,1\ \%$$
$$H \quad 3,9\ \%$$

invece che etere parabromobenziletilico il quale richiederebbe

$$C \quad 50,2\ \%$$
$$H \quad 5,1\ \%.$$

Anch'egli come prodotto secondario della reazione trova dell'alcool parabromobenzilico, e pare in quantità più considerevole di quella trovata da me, ma non accenna alla produzione di acido parabromobenzoico. Bisogna notare che l'autore adopera una soluzione di potassa satura a freddo.

La presenza dell'alcool parabromobenzilico e dell'acido parabromobenzoico si può spiegare ammettendo si sia formata prima un po' d'aldeide, e questa abbia reagito sulla potassa alcoolica. E forse la quantità maggiore d'alcool trovata da Elbs può esser dovuta alla maggior concentrazione della soluzione potassica da lui adoperata.

Per ciò che riguarda l'etere, Elbs in appoggio dell'opinione che il prodotto da lui ottenuto sia veramente parabromobenzoato d'etile e non etere parabromobenziletilico, adduce il fatto che bollito per 5 ore con soluzione alcoolica concentrata di idrato potassico, dà acido parabromobenzoico p. f. 248°; osserva però che la saponificazione è lenta ed incompleta. Lasciando per ora da parte l'inverosimiglianza che possa formarsi per opera della potassa alcoolica un prodotto che viene decomposto dallo stesso

reattivo, secondo me quest'acido si produce non in seguito ad una vera saponificazione del preteso parabromobenzoato di etile, ma per l'azione prolungata della potassa alcoolica sull'etere parabromobenziletilico che veramente si deve trovare nel liquido di Elbs, o sopra aldeide eventualmente formatasi. Non è improbabile che anche in questo caso si produca l'alcool corrispondente, come fu osservato nella preparazione dell'etere, ma l'autore non lo ha ricercato, forse perchè avea di mira la saponificazione di un etere composto.

Per togliere qualunque dubbio, ho preparato il parabromobenzoato di etile eterificando l'acido corrispondente, perciò sospesi questo nell'alcool ordinario e riscaldai a bagno-maria facendo passare una corrente d'acido cloridrico finchè si fosse ottenuta una soluzione limpida. Scacciai poi per distillazione la maggior parte dell'alcool, precipitai con acqua, agitai con soluzione diluita di idrato sodico per sciogliere l'acido inalterato e distillai. Passò quasi tutto a temperatura costante ed ottenni l'etere cercato come un liquido più denso dell'acqua e in essa insolubile, di odore grato di frutta, bollente alla temperatura di 262° (colonna nel vapore) alla pressione di 737^{mm},4 ridotta a 0°. L'analisi mi diede i risultati seguenti:

Gr. 0,3663 di sostanza fornirono gr. 0,3026 di bromuro d'argento

e in 100 parti

	trovato	calcolato per $C_6H_4<\begin{matrix}Br\\COOC_2H_5\end{matrix}$
Br	35,11	34,93 .

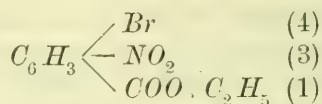
Le sue proprietà differiscono completamente da quelle dell'etere parabromobenziletilico da me preparato e da quelle del preteso parabromobenzoato etilico di Elbs.

L'etere parabromobenziletilico bolle a 243° (colonna nel vapore), il liquido di Elbs a 236° (non corretto), il parabromobenzoato di etile a 262° (colonna nel vapore).

Il primo è così poco alterabile dalla potassa alcoolica che fu ottenuto per azione di questa sul cloruro e bromuro di parabromobenzile; anche la sostanza di Elbs, secondo l'autore stesso, viene decomposta *assai lentamente* dalla potassa alcoolica con-

centrata e *calda*; l'etere parabromobenzoico ottenuto dall'acido viene invece saponificato *a freddo*, *immediatamente* ed in modo *completo* da una soluzione alcoolica satura di idrato potassico, formandosi l'acido parabromobenzoico corrispondente.

L'etere parabromobenziletilico trattato con acido nitrico di densità 1,51 viene trasformato nell'aldeide parabromobenzoica (vedi Memoria precedente); il parabromobenzoato di etile invece nelle medesime condizioni, si nitra e si forma l'etere metanitroparabromobenzoico

$$C_6H_3 \begin{cases} Br & (4) \\ NO_2 & (3) \\ COO\,.\,C_2H_5 & (1) \end{cases}$$

come dall'analisi seguente:

Gr. 0,3749 di sostanza fornirono $16^{cc},5$ di azoto alla temperatura di $18^{o},5$ ed alla pressione di $741^{mm},8$ ridotta a 0^{o}, e per 100

	trovato	calcolato
N	4,99	5,11.

Quest'etere si presenta in bei cristalli ben sviluppati, fonde a 74° ed è identico a quello preparato da Hübner, Philipp e Ohly (*) eterificando l'acido metanitroparabromobenzoico.

Da tutto ciò si conclude che il prodotto ottenuto da Elbs deve considerarsi come etere parabromobenziletilico impuro, e non come parabromobenzoato di etile, che per la facilità con cui si saponifica non si sarebbe potuto formare nelle condizioni indicate dall'autore.

Non avendo trovato nella letteratura chimica che pochi ragguagli intorno alla preparazione dell'acido parabromobenzoico, credo non inutile dare qualche particolare intorno ad essa.

Partii dal bromotoluene liquido, ottenuto per distillazione frazionata del prodotto dell'azione del bromo sul toluene e costituito, come è noto, da un miscuglio di orto e paraderivato. Feci bollire 30 grammi del liquido con un miscuglio di 240 grammi

---

(*) *Ann. Ch. Pharm.*, **143**, 248.

di bicromato potassico, 330 grammi d'acido solforico, 360 grammi d'acqua e sospesi l'ossidazione dopo tre giorni, quando cioè si erano fatte assai scarse le goccie oleose che da principio ricadevano in abbondanza lungo la canna del refrigerante. Durante l'ossidazione si sviluppò un po' di bromo messo in libertà per la decomposizione dell'ortocomposto. Dopo raffreddamento filtrai, introdussi la massa verde-cupo, rimasta sul filtro, in un pallone con soluzione di idrato sodico e feci passare una corrente di vapore d'acqua. Questa trasportò qualche grammo di prodotti liquidi e solidi che constatai essere un miscuglio di bromoderivati superiori del toluene formatisi per mezzo del bromo messo in libertà dall'ortocomposto distrutto.

Dalla soluzione sodica rimasta nel pallone e separata per filtrazione dall'ossido di cromo formatosi, precipitai l'acido mediante aggiunta d'acido cloridrico. Da 30 grammi del miscuglio di orto e parabromotoluene ebbi circa 15 grammi dell'acido.

Dopo tre cristallizzazioni dell'alcool ottenni l'acido parabromobenzoico perfettamente puro, fondente alla temperatura di 250°-251° e che mi diede all'analisi i risultati seguenti:

Gr. 0,2863 di sostanza fornirono gr. 0,2690 di bromuro d'argento

e in 100 parti

	trovato	calcolato
Br.	39,98	39,81.

Nelle acque madri alcooliche rimangono piccole quantità di acidi contenenti maggior quantità di bromo il quale proviene sempre dalla decomposizione dell'ortobromotoluene per opera del miscuglio cromico.

Torino, Laboratorio di Chimica della R. Università.
Giugno, 1887.

Mutamenti della composizione chimica dei muscoli nella fatica; del Dott. A. Monari

Già fino dall'anno scorso estrassi dai muscoli affaticati e dalle orine di individui stanchi una nuova base, affine alla creatinina, cioè la xantocreatinina, che Gautier (1) aveva ricavato quasi contemporaneamente a me dai muscoli freschi; osservai pure che la creatinina iniettata nell'organismo si trasformava in xantocreatinina (2).

Le ricerche sui muscoli affaticati le avevo già incominciate fino dal gennaio 1885. E innanzi aveva anche esaminato il comportarsi degli estratti carnosi, trattati in diversi modi, per stabilire con precisione le singole quantità delle sostanze che si ricavano dal muscolo in riposo, specialmente la creatina e la creatinina, essendo che i diversi sperimentatori che fin qui si sono occupati non sono ancora d'accordo su di esse. Espongo perciò innanzi le prime ricerche. In queste indagini mi sono sempre servito dei muscoli del cane. Cercai di operare su piccole porzioni, perchè riescissero meglio le manipolazioni ed ogni esperienza la divisi in due saggi eguali, allo scopo prima di controllare i risultati dell'uno con quelli dell'altro ed in secondo luogo per ricavare sostanza sufficiente da essere al bisogno analizzata. Ecco una di queste esperienze.

Il 23 dicembre 1884 si uccise un cane grosso, di età media, ben nutrito e perfettamente in riposo.

Ancor caldo si staccarono tutti i muscoli e tosto finamente triturati con una macchinetta a coltelli taglienti si divisero in più porzioni di 500 gr. l'una, sei delle quali furono fatte macerare nel doppio loro peso di acqua per un paio d'ore circa, alla temperatura fra i 50° - 60° e filtrate per tela in 6 distinti

(1) *Bull. de l'Acad. de Mèdec. Paris.* Gennaio 1886.
(2) Rend. R. Accad. Lincei. Ottobre 1886.

palloni e ben pressate, furono ancora trattate per altre due volte con acqua calda ed i secondi liquidi furono uniti ai primi.

Erano alquanto rossi ed avevano reazione manifestamente acida. Portati rapidamente all'ebollizione si separò da ognuno l'albumina solubile e la poca emoglobina e si ebbero liquidi bastantemente limpidi, di un colore gialliccio.

Si procedette in tre distinti modi:

Due di questi liquidi, messi in ampie capsule, furono senz'altro fatti evaporare blandemente, agitando di continuo fino a consistenza sciropposa.

Altri due furono trattati con una soluzione concentrata di idrato di bario fino a reazione alcalina secondo il processo Liebig (1) e filtrati e separato accuratamente l'eccesso di barite furono messi ad evaporare lentamente come i primi.

Gli ultimi due furono trattati secondo il processo Neubauer (2) con una soluzione di acetato basico di piombo, avendo avuto riguardo di versare quel tanto che abbisognava finchè si fosse formato un precipitato e separati così i fosfati e le traccie di solfato ed eliminato poscia il piccolo eccesso del piombo con gas solfidrico, i due liquidi furono messi ad evaporare come i precedenti.

Si esperimentò anche un quarto processo, cioè quello di Staedeler (3). Altre due porzioni di muscolo, di 500 gr. l'una, furono fatte digerire a bagno maria con 600 o 700 c. c. di alcool ordinario, si filtrarono, si ripeterono una seconda ed una terza macerazione, si unirono insieme i liquidi, si distillarono per la massima parte ed i rimanenti vennero evaporati blandemente. Ai residui, ripresi con acqua, si aggiunse acetato di piombo in lievissimo eccesso; separati i fosfati e poscia l'eccesso del piombo con gaz solfidrico, i liquidi furono messi nuovamente ad evaporare fino a giusta concentrazione.

I risultati che ottenni procedendo nei diversi modi suesposti furono i seguenti:

I primi due estratti messi semplicemente ad evaporare, fornirono residui sciropposi bruni con acidità marcatissima e di un

---

(1) *Ann. d. Chem. u. Pharm.*, t. LXII, p. 257, ed *Ann. de Chim. et de Phys.* (3) t. XXIII, p. 129.

(2) *Ann. d. Chem. u. Pharm.*, t. CXXXVII, p. 288, e *Zeitschr f. analyt. Chem.*, 1863, t. I, p. 22.

(3) *Journ. f. prakt. Chem.*, t. LXXII, p. 256, e *Müll. Arch.*, 1856, p. 37.

odore di carne arrostita, per quanto la temperatura fosse stata bassissima e si fossero rimossi continuamente i liquidi.

Le quantità di creatina e quelle di creatinina, che si ricavarono da un estratto e dall'altro, non s'accordarono rispettivamente tra loro, quelle della creatinina poi superarono fortemente quelle della creatina. Si ricavò pure molto fosfato acido di potassio, che si depose in magnifici cristalli ottaedrici, alcuni de' quali anche assai grossi.

I due estratti trattati colla barite, per quanto fastidiosa fosse stata la loro evaporazione a causa di quelle pellicole che vanno continuamente formandosi alla superficie, nondimeno fornirono due residui appena giallicci, di reazione alcalina.

Da questi si separarono a capo di due giorni circa una massa di magnifici cristalli prismatici e di lamelle larghe romboidali ed anche rettangolari. Raccolti in due distinti filtri previamente pesati, lavati con alcool e seccati a 100°, risultarono in peso, il 1° di gr. 1,052, pari a gr. 1,196 di creatina cristallizzata, ed il 2° di gr. 0,795 pari a creatina cristallizzata gr. 0,904, cioè 0,239 — 0,181 per 100 di muscolo.

La differenza è assai sensibile tra un saggio e l'altro fatti contemporaneamente. Il prodotto era piuttosto bianco e ricristallizzato scemò alquanto; seccato ed analizzato fornì 30, 95 per % d'azoto, mentre per la creatina si calcola 32,06; ma le acque madri riunite lasciarono col tempo depositare ancora alcuni cristallini o tavolette trasparenti, quasi incolore, con l'apparenza delle forme di sarcosina. Infatti raccolti e pressati fra carta, se la piccola quantità non permise una combustione, fu accertato però il sapor dolce manifesto della sarcosina e furono assodate le sue reazioni, una coll'acetato di rame che fornì un bel colore bleu scuro e l'altro coll'acido solforico, che in presenza di alcool concentrato, precipitò una massa polverosa bianca, la quale al microscopio presentò tutte le forme del solfato di sarcosina.

E si ebbe anche indizio di un altro prodotto di scomposizione, la metilidantoina, poichè venne ridotto il nitrato mercuroso e sciolto l'ossido d'argento; con questo poi si vide al microscopio la forma caratteristica che assume la metilidantoina.

Finalmente si ricercò la creatinina; dopo d'avere evaporato l'etere, le acque madri furono trattate con cloruro di zinco e messe sotto campana con acido solforico; si formò col tempo qualche piccola incrostazione e qualche mammellone, ma la quantità era insignificante per tenersene calcolo.

Gli estratti trattati secondo il metodo Neubauer diedero risultati più soddisfacenti.

I residui delle evaporazioni erano poco densi, appena colorati di un giallo pallido ed ambedue acidi, il 2° però più del 1°.

Tenuti in luogo fresco, a capo di tre o quattro giorni cristallizzò da ognuno tutta la creatina. Decantate con cautela le acque madri alquanto sciroppose ma limpide, i cristalli bianchi, trasparenti ed alcuni lunghi un mezzo cm. furono raccolti su due distinti filtri previamente pesati e furono lavati con alcool. Seccati a 100° risultarono in peso il 1° di gr. 1,468 pari a gr. 1,670 di creatina cristallizzata ed il 2° di gr. 1,320 pari a gr. 1,501 di creatina cristallizzata, cioè 0,334 — 0,300 per 100 di muscolo.

Il prodotto era bianchissimo, una piccola porzione bruciata non lasciò residuo. Analizzato, fornì le quantità centesimali della creatina.

Le acque madri sciroppose furono questa volta tenute separate, per vedere se le quantità di creatinina erano in correlazione con quelle di creatina. Frattanto sotto campana con acido solforico non lasciarono più deporre altri cristalli. Saggiate per la sarcosina e per la metilidantoina non si ebbe indizio alcuno della loro presenza. Diluite allora 3 o 4 volte con alcool concentrato, si formò tosto un intorbidamento lattiginoso, vennero filtrate e si aggiunsero poscia a ciascuna alcune gocce di una soluzione alcoolica e concentrata di cloruro di zinco e si lasciarono in riposo. Dopo una notte si formarono sulle pareti dei recipienti abbondanti incrostazioni, che non aumentarono successivamente: raccolte quindi su filtri pesati e seccate a 100° risultarono in peso per la 1ª porzione, di gr. 0,450 di composto doppio di creatinina e cloruro di zinco, pari a gr. 0,281 di creatinina, e per la 2ª porzione di gr. 0,755 di composto doppio, pari a gr. 0,471 di creatinina, cioè 0,056 — 0,094 per 100 di muscolo.

Le due esperienze di confronto sul medesimo muscolo, come si vede non concordano molto, però fu notato nella porzione che ha fornito maggior quantità di creatinina un'acidità più marcata che non nell'altra e la stessa porzione ha fornito anche minor quantità di creatina.

Heintz (1) veramente non dà troppa importanza alla creatinina ritenendola un prodotto di derivazione della creatina in

---

(1) Poggend. *Annal.*, 1847, t. LXX, p. 476.

seguito alle manipolazioni del succo acido carnoso. Liebig (1) però non divide l'opinione di Heintz, poichè gli acidi minerali di quella concentrazione degli acidi organici anche a caldo non modificano la creatina, neppure l'acido cloridrico concentrato a freddo. Neubauer (2) invece tornò a dimostrare la facile trasformazione mediante alcune gocce di acido acetico su grande volume di soluzione di creatina da evaporare. Lo stesso Neubauer e Nawrocki (3) assicurano anche che per una ebollizione prolungata con semplice acqua la creatina si trasforma parzialmente in creatinina. Borszczow (4) in opposizione a tutti quanti crede invece che nel muscolo in origine si trovi creatinina, la quale nel ricambio si trasformi in creatina.

Lasciando a parte le vedute di Borszczow, volli assicurarmi anch'io se l'acidità de' muscoli veramente avesse un'azione sulla creatina. Si osservò gia come dall'estratto semplice di muscolo, senza alcun previo trattamento, si fosse separata assai più creatinina che non creatina ed una notevole quantità di fosfato acido di potassio; volli precisamente provare l'azione di questo ed i risultati che ebbi, mi sembrarono di un qualche interesse. Non ricorsi che agli stessi prodotti ottenuti nelle esperienze antecedenti, cioè a creatina purificata ed analizzata ed a fosfato acido ricristallizzato in magnifici ottaedri. Una soluzione concentrata della prima fu tenuta all'ebollizione parecchio tempo con una soluzione concentrata del secondo, quindi separata quella creatina e quel fosfato che per raffreddamento ricristallizzarono, al liquido neutralizzato esattamente con ammoniaca furono aggiunte poche goccie di una soluzione neutra e concentrata di cloruro di zinco; separato subito il fosfato di zinco formatosi, il liquido fu lasciato a sè; dopo una notte si depositarono alcuni piccoli globuli ovoidi e cristallini isolati, che furono riconosciuti pel noto composto della creatinina.

Ho potuto poi osservare, per altre esperienze posteriori, che una cristallizzazione di creatina, lasciata in seno al liquido sciropposo lievemente acido, dopo lungo tempo sparisce completamente, senza che sia avvenuta alcuna putrefazione; il liquido si

---

(1) L. c.
(2) L. c.
(3) L. c.
(4) *Würzb. naturw. Zeitschr.*, 1861, t. II, pag. 65.

mantiene sempre di un giallo pallido e limpido, perde solo l'acidità ed acquista una marcata reazione alcalina e saggiato allora con cloruro di zinco, fornisce un'abbondantissima cristallizzazione. Ma anche dopo due o tre giorni, che sia cristallizzata tutta la creatina, se questa soggiorna nel suo liquido, si vede egualmente ad occhio nudo che i cristalli diminuiscono sensibilmente.

Visto e confermato che un'acidità qualsiasi trasforma parzialmente la creatina in creatinina è necessario adunque di evitarla per quanto è possibile. Siccome gli estratti carnosi sono sempre acidi e secondo il processo Neubauer diventano anche di più, così io pensai di tenerli neutralizzati, con traccie di ammoniaca, specialmente durante la loro concentrazione, ed infatti i risultati che ebbi furono molto migliori.

Dei due estratti trattati secondo il processo Staedeler dirò subito che le quantità di creatina e creatinina che si ricavarono furono di molto inferiori a quelle ottenute col processo Neubauer; l'alcool coagula subito ed indurisce troppo la fibra muscolare, perchè non possano più estrarsi le sostanze solubili; del resto ha gli stessi inconvenienti del processo Neubauer.

Il 5 gennaio 1885 fu ucciso un altro cane in stato di riposo, giovane e del peso di kg. 4 e gr. 50. Furono staccati subito 500 gr. di muscoli privati il più possibile dei grassi, dei tendini e delle aponeurosi e triturati finamente furono divisi in due porzioni di 250 grammi.

Ambedue furono trattate secondo il metodo Neubauer, avendo speciale riguardo di concentrare gli estratti neutralizzandoli.

I risultati furono soddisfacenti per la prima porzione e s'accordarono presso a poco con quelli del muscolo del cane precedente trattato in egual modo, cioè s'ebbero gr. 0,7385 di creatina secca a 100°, pari a gr. 0,8400 di creatina cristallizzata, cioè 0,336 per 100 di muscolo.

Per la creatinina s'ebbero gr. 0,2150 di composto di zinco, pari a creatinina 0,1342, cioè 0,054 per 100 di muscolo.

Però non così soddisfacenti furono i risultati dell'altra porzione, l'estratto della quale ancora albuminoso fu lasciato a sè per una notte, onde dar tempo ai grassi di raccogliersi alla superficie per separarli. La mattina emanava già odore sgradevole di gaz solforato; trattato identicamente come il primo, si ebbe un rendimento di creatina inferiore assai e sensibilmente supe-

riore quello di creatinina; nel residuo si constatarono anche traccie di sarcosina.

Altre esperienze hanno meglio dimostrato che non devesi, neppur brevemente, frapporre tempo tra l'estratto e la coagulazione dell'albumina, perchè gli elementi solubili subiscono rapidamente delle trasformazioni, ciò venne fatto per i grassi, ma si è anche osservato che coll'acetato di piombo non arrecano alcun disturbo alla separazione della creatina (1).

Il 10 gennaio 1885 intrapresi altre esperienze su di un cagnolino pure in riposo, giovane e del peso di kg. 6 e gr. 550.

Si fecero dei brodi con 2 porzioni di 250 gr. di muscolo l'una, che servirono per la determinazione della creatina e creatinina.

Dalla prima porzione si ottenne gr. 0,7186 di creatina secca a 100° e dalla seconda gr. 0,7274 cioè in media gr. 0,7230 pari a gr. 0,8223 cristallizzata colla sua molecola d'acqua, ovverosia 0,329 di creatina per 100 di muscolo.

Risultò per la creatinina dalla 1ª porzione gr. 0,1975 di composto doppio col cloruro di zinco secco a 100° e dalla 2ª gr. 0,2765, cioè in media gr. 0,2370, e dedotto il sale minerale, gr. 0,1480 di creatinina, pari a 0,06 per 100 di muscolo.

Trascrivo in una piccola tavola i risultati fino ad ora ottenuti sui muscoli dai cani in riposo valendomi del metodo Neubauer.

TAVOLA I.

DATA	Quantità di muscolo impiegato	CREATINA cristalliz.		CREATININA	
			p. 100		p. 100
1884					
(2) 23 Decembre	gr. 500	gr. 1,6700	0,334	gr. 0,2810	0,056
(2) »	» »	» 1,5010	0,300	» 0,4710	0,094
1885					
5 Gennaio	» 250	» 0,8400	0,336	» 0,1342	0,054
(3) 10 »	» »	» 0,8223	0,329	» 0,1480	0,060

(1) Liebig, l. c.

(2) Due determinazioni sullo stesso muscolo.

(3) Media di due determinazioni sullo stesso muscolo

Le quantità centesimali di creatina cristallizzata, trovate da altri sperimentatori nei muscoli nel cane in riposo, sono:

0,061	(?)	Zalesky	(1)
0,170		Nawrocki	(2)
0,223		Voit	(3)
0,248		»	

Varie sono le quantità di creatina che si riscontrano nei muscoli in riposo di diversi animali, come varie le determinazioni di sperimentatore a sperimentatore sui muscoli di uno stesso animale. Tutti sono d'accordo però che i muscoli del pollo e dei volatili in genere ne contengono di più. Liebig e Gregory (4) furono i primi che diedero la quantità centesimale per il pollo, per il piccione, per il merluzzo, per la volpe, per il bue e pel cavallo, quindi Staedeler, Bloxam, Halenke, Neubauer e Voit ancora pel bue e pel vitello, Scherer e Halenke pel cavallo. Neubauer pel montone e maiale, Nawrocki, Sarokin e Voit per le rane, lo stesso Nawrocki, Sczelkow e Zalesky ancora pel pollo, Nawrocki, Voit ed Hofmann pel coniglio, Voit ancora per la volpe e Zalesky per l'oca; per l'uomo la diedero Schlossberger, Hofmann e Halenke (5).

La creatinina è trascurata nei muscoli, nulla o poco dicono gli sperimentatori; si sa che è in quantità minima: Liebig la trovò per il primo, ma è considerata generalmente come derivata dalla creatina nelle manipolazioni e viene computata perciò nella determinazione quantitativa di questa.

Tuttavia Sarokin (6) la determinò nei muscoli di rana e trovò 0,05. Secondo Nawrocki (7) invece è in quantità microscopica. Voit (8) ammettendola però come prodotta dalle manipolazioni, trovò 0,0666 pel muscolo di rana, 0,0197 pel muscolo di vitello e 0,0384 pel cuore dello stesso. Demant (9) ne trovò più di tutti per i muscoli pettorali del piccione.

---

(1) *Uber den uräm. Process. u. die Function der Niere*, 1865.

(2) *Zeitschr. f. analyt. Chem.*, t. IV, p. 330, e *Centralb. f. d. med. Wiss.*, 1865, nº 27, p. 416.

(3) *Zeitschr. f. Biolog.*, t. IV, 1868, p. 77.

(4) L. c. e *Ann. d. Chem. u. Pharm.*, t. LXIV, p. 100.

(5) Voit, l. c.

(6) *Arch. f. path. Anat.*, 1863, t. XXVIII, p. 544.

(7) L. c. e *Centralbl. f. d. med. Wiss.*, 1866. n. 40.

(8) L. c.

(9) Hoppe-Seyler, *Zeitschr. f. physiol. Chem.*, t. III, p. 381.

Conchiudo da queste esperienze preliminari sui muscoli dei cani in riposo:

1° Che non è vero che il muscolo allo stato di riposo sia alcalino o neutro secondo du Bois-Reymond (1), ma acido come osservarono pure recentemente Battistini e Moleschott (2) e se ne ricava molto fosfato monopotassico.

2° Che questo ha un'azione sulla creatina al pari di altri acidi e la trasforma parzialmente in creatinina.

3° Che anche coll'acetato basico di piombo, secondo Neubauer, si ha sempre un residuo acido e la creatinina è sensibilmente in rapporto diretto con tale acidità.

4° Che però, avendo cura di neutralizzare detta acidità, il metodo Neubauer è quello che fornisce risultati più soddisfacenti.

5° Che è da escludersi affatto il processo Staedeler per insufficienza d'estrazione e quello colla barite, poichè si generano prodotti di scomposizione conosciuti, cioè la sarcosina, e forse la metilidantoina a spese della creatina e della creatinina.

6° Finalmente che la quantità media di creatina nei muscoli in riposo è di 0,325 % e quella di creatinina di 0,066 %.

Il 22 gennaio 1885 intrapresi le prime ricerche sui muscoli dei cani affaticati.

Un grosso cane di età media, vispo e del peso di kg. 20, venne affaticato nell'apparecchio girante del Prof. Mosso (3), facendogli percorrere 135 km. Fu tolto dalla ruota solo quando non andava più innanzi e si lasciava trascinare; messo a terra non si reggeva più sulle gambe posteriori, ricusò il cibo e l' acqua, e subito dopo fu ucciso.

Il sangue delle arterie era oscuro come venoso, il contenuto dello stomaco era poco ed acidissimo, anche l'orina nella vescica era in piccolissima quantità ed alcalina (4). Aperto il torace fu staccato subito il fegato e gettato nell'acqua bollente per la

(1) *Monatsb. d. Berliner Akad.*, 1859, p. 288.

(2) *Atti R. Acc. Scienze Torino*, vol. XX, Disp. I, novembre 1884.

(3) Ug. Mosso, *Influenza del sistema nervoso sulla temperatura animale.* R. Accademia di Medicina. Torino, fasc. 10, 11, 12, 1885.

(4) V. Aducco, *La reazione dell'orina in rapporto con il lavoro muscolare.* - *Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino*, 1887, n° 1-2.

ricerca del glicogeno. Si pubblicheranno a parte queste ricerche *del glicogeno nel fegato rispetto alla fatica.*

Furono presi 1000 grammi di muscolo, privo il più possibile di tendini, grassi, ecc., scelto qua e là nel dorso, nel torace, nelle estremità, ecc.; era floscio, di un rosso oscuro e la rigidità in un pezzo tenuto a parte non comparve che dopo due ore e più. Triturato subito si ebbe una poltiglia piuttosto molle e viscosa, e divisa in quattro porzioni di 250 gr. l'una, si prepararono altrettanti estratti acquosi.

Separata tosto coll'ebollizione l'albumina e l'emoglobina, i liquidi non apparvero di un giallo pallido come i normali, ma alquanto più carichi di colore ed un poco torbidi. Vennero trattati con acetato basico di piombo e filtrati se ne eliminò il piccolo eccesso; si fecero quindi evaporare lentamente, per la determinazione della creatina e creatinina. Le altre operazioni furono identiche alle già citate, non avendo trascurato mai di neutralizzare i liquidi acidi che si concentravano.

I risultati furono i seguenti:

Per la creatina secca a 100°

Dalla 1ª porzione = gr. 0,2830
» 2ª » = » 0,2950

$$\left.\begin{matrix}0{,}2830\\0{,}2950\end{matrix}\right\} = \frac{0{,}5780}{2} = 0{,}2890$$

= 0,3287 cristall. = 0,131 %.

Per la creatinina secca a 100°

Dalla 1ª porz. comp. zinc. = gr. 1,9820
» 2ª » » » = » 1,9680

$$\left.\begin{matrix}1{,}9820\\1{,}9680\end{matrix}\right\} = \frac{3{,}9500}{2} = 1{,}9750$$

= 1,2330 creatinina = 0,493 %.

Ecco i risultati centesimali riuniti:

TAVOLA II.

	Per 100 di muscolo
Creatina.	0,131
Creatinina	0,493

Dall'analisi del clorozincato risultò che non era tutto costituito di creatinina, ma per una parte di xantocreatinina da me già notata altrove. Si osservò meglio in seguito questo fatto,

poichè avendo riunite tutte le porzioni di clorozincato ricavato dai muscoli affaticati ed avendole fatte ricristallizzare, raccogliendo frazionatamente i prodotti che si depositarono, il primo di questi fornì all'analisi delle cifre che s'accordarono perfettamente con quelle del clorozincato di xantocreatinina e si potè anche stabilire che la quantità rispetto alla creatinina è nella proporzione di 1 a 10.

Togliendo adunque la piccola quantità del composto nuovo che si forma, si vede in un primo esperimento, in cui il muscolo è estremamente affaticato, come la quantità di creatina scemi, e come aumenti notevolmente invece quella di creatinina.

Anche Sarokin (1) osservò questo fatto, sperimentando sui muscoli di rana rigidi o tetanizzati di confronto con i freschi ed in riposo, e se i risultati non s'avvicinano esattamente, per la gran quantità nel nostro caso di creatinina, sono però sempre d'accordo per la diminuzione della prima e per l'aumento della seconda.

Voit (2) tetanizzando i muscoli di rana trovò pure diminuzione di creatina e meno ancora nei muscoli in piena rigidità cadaverica; fin qui si è d'accordo, ma egli poi non trovò l'aumento della creatinina, che anzi nel tetano scema e nella rigidità scompare affatto. Ripetendo le esperienze sui muscoli volontari del vitello freschi e su quelli irrigiditi ed acidi ed anche sul cuore fresco e rigido, confermò le sue osservazioni. Egli fu d'avviso adunque che la creatinina non si produca con la fatica dalla creatina, quantunque non escluda che *per effetto del tetano o della rigidità parte della creatina si trasformi in un altro corpo che egli non ravvisa per creatinina, ma che ne ha molta somiglianza.* Ritenne la piccola quantità di creatinina, che si rinviene nei muscoli freschi, come un prodotto accidentale per effetto di alte temperature, evaporazioni prolungate, ecc., dimostrò che la diminuzione della creatina, prodotta dalla rigidità o dalla contrazione, non sia dovuta ad altro che ad un principio di fermentazione e conchiuse finalmente che la quantità di creatina e creatinina non aumenta per effetto del lavoro, ma diminuisce, e quest'ultima anzi va scomparendo.

Le ricerche fatte sul muscolo affaticato diedero adunque risultati troppo interessanti, perchè tardassi ad instituire tosto altre esperienze.

---

(1) (2) L. c.

Il 3 marzo 1885 s'incominciarono contemporaneamente due esperienze di confronto, una sui muscoli di cane in riposo e l'altra su quelli di cane affaticato. Ambedue gli animali erano di età media, sani e ben nutriti, il primo in perfetto riposo pesava kg. 20 e gr. 500 ed il secondo, che percorse 92 km. ed era assai stanco, pesava kg. 25 e gr. 500.

Non appena uccisi si presero tutti i muscoli degli arti posteriori e finamente triturati furono divisi in parecchie porzioni di 250 grammi. Gli estratti del muscolo normale avevano una leggera tinta rosea ed erano acidi, quelli del muscolo affaticato invece erano alquanto più colorati, torbidi e marcatamente acidi. Separate all'ebollizione le albumine solubili, si ebbero liquidi abbastanza limpidi, i secondi però di tinta gialla più carica dei primi.

Le determinazioni questa volta le estesi anche al glicogeno ed allo zucchero, ma esporrò tali ricerche, come quelle per la sarcina, la xantina, la metilidantoina ecc., nella seconda parte di questo lavoro.

Raccolgo nella seguente tavola i risultati ottenuti (1).

TAVOLA III.

MUSCOLI IN RIPOSO		MUSCOLI AFFATICATI	
Creatina.	Su 100 di muscolo	**Creatina.**	Su 100 di muscolo
Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,6180 di creatina secca a 100° pari a gr. 0,7028 di creatina cristallizzata, cioè . . .	0,281	Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,8365 di creatina secca a 100° pari a gr. 0,9514 di creatina cristallizzata, cioè . . .	0,381
Creatinina.		**Creatinina.**	
Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,2250 di clorozincato secco a 100° pari a gr. 0,1405 di creatinina, cioè	0,056	Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 2,1792 di clorozincato secco a 100° pari a gr. 1,3605 di creatinina, cioè	0,544

I cristalli di creatina erano abbastanza scolorati; analizzati fornirono 32,55 p. % d'azoto. I mammelloni di clorozincato, di una tinta gialla pallida, mostrarono anche questa volta all'analisi, come in piccola porzione contenevano la xantocreatinina.

(1) Alcune cifre sono medie di due determinazioni.

I risultati di questo secondo esperimento furono anche più inaspettati dei precedenti; qui non solo bisogna spiegarsi l'aumento della creatinina, ma anche della creatina: non azzardai però ancora un giudizio, senza che altre esperienze fossero venute a convalidare; ne intrapresi perciò una terza.

Il 17 marzo 1885 si uccisero un cagnolino ed una cagnetta, ambedue giovani; il primo in perfetto riposo, pesava kg. 9 e gr. 100, ed il secondo estenuato per una corsa di 143 km., pesava kg. 8 e gr. 300.

Il contenuto dello stomaco era più acido nell'affaticato che non nel normale; esaminato il sangue, si trovò che il siero del primo era rosso scuro, mentre del riposato era scolorato e risultò l'affaticato meno alcalino dell'altro; la poca orina contenuta nella vescica era molto alcalina nell'affaticato e lievemente acida nel cane in riposo.

In questo secondo esperimento volli tenere anche nota di un fatto, osservato da parecchi, specialmente da Sczelkow (1) cioè che nei muscoli, che lavorano di più, si contiene maggior quantità di creatina. Sczelkow infatti trovò più creatina nelle estremità posteriori che non nelle anteriori di un animale, viceversa poi paralizzandole ambedue mediante taglio del midollo spinale e tetanizzando poscia le sole anteriori, trovò maggior quantità di creatina in queste. L'osservazione non era nuova, poichè Liebig e Gregory (2) ne avevano fatto cenno pel muscolo del cuore. Ma Nawrocki (3), ripetendo le esperienze di Sczelkow, negò i risultati e trovò tanto nei muscoli anteriori quanto nei posteriori di rane e di polli la stessa quantità di creatina. Li negarono pure Voit, Hofmann e Halenke (4) che trovarono sempre nel cuore del bue e degli uomini una minore quantità di creatina che non nelle estremità dello stesso animale.

Stando così la questione, io volli esperimentare sui due cani uccisi, tenendo separati i muscoli degli arti posteriori da quelli anteriori e feci perciò 4 distinte porzioni.

---

(1) *Centralblatt f. d. med. Wiss*, 1866, Nr. 31.
(2) L. c.
(3) *Centralblatt f. d. med. Wiss*, 1866, Nr. 40.
(4) L. c.

Non ripeterò che i muscoli furono staccati ancor caldi, triturati e trattati subito con acqua, prima che avvenisse la rigidità, come pure che gli affaticati, ciò che si è osservato anche altrove, apparirono flosci, colorati in rosso-scuro, alla carta azzurra di tornasole più acidi dei normali e che dettero una poltiglia viscosa.

Riassumo i risultati ottenuti:

TAVOLA IV.

MUSCOLI IN RIPOSO		MUSCOLI AFFATICATI	
Anteriori.	Su 100 di muscolo	*Anteriori.*	Su 100 di muscolo
Creatina.		**Creatina.**	
Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,6781		Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,7655	
di creatina secca a 100° pari a gr. 0,7712		di creatina secca a 100° pari a gr. 0,8706	
di creatina cristallizzata, cioè . . .	0,308	di creatina cristallizzata, cioè . . .	0,348
Creatinina.		**Creatinina.**	
Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,1640		Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,8010	
di clorozincato secco a 100° pari a gr. 0,1023		di clorozincato secco a 100° pari a gr. 0,5001	
di creatinina, cioè	0,040	di crèatinina, cioè	0,200
Posteriori.		*Posteriori.*	
Creatina.		**Creatina.**	
Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,7140		Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,5510	
di creatina secca a 100° pari a gr. 0,8121		di creatina secca a 100° pari a gr. 0,6267	
di creatina cristallizzata, cioè . . .	0,325	di creatina cristallizzata, cioè . . .	0,250
Creatinina.		**Creatinina.**	
Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,4650		Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 1,3005	
di clorozincato secco a 100° pari a gr. 0,2903		di clorozincato secco a 100° pari a gr. 0,8119	
di creatinina, cioè	0,116	di creatinina, cioè	0,324

L'8 aprile intrapresi altra esperienza come la precedente. I cani erano grossi, ambedue di media età; il normale pesava kg. 17 e gr. 500 e l'altro, affaticato con una corsa di 43 ore, pesava kg. 19 e gr. 200.

I risultati furono i seguenti:

TAVOLA V.

MUSCOLI IN RIPOSO		MUSCOLI AFFATICATI	
Anteriori.	Su 100 di muscolo	*Anteriori.*	Su 100 di muscolo
Creatina.		**Creatina.**	
Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,6470		Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,8240	
di creatina secca a 100° pari a gr. 0,7359		di creatina secca a 100° pari a gr. 0,9372	
di creatina cristallizzata, cioè . . .	0,294	di creatina cristallizzata, cioè . . .	0,375
Creatinina.		**Creatinina.**	
Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,1120		Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,8510	
di clorozincato secco a 100° pari a gr. 0,0700		di clorozincato secco a 100° pari a gr. 0,5313	
di creatinina, cioè	0,028	di creatinina, cioè	0,212
Posteriori.		*Posteriori.*	
Creatina.		**Creatina.**	
Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,6620		Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,6570	
di creatina secca a 100° pari a gr. 0,7529		di creatina, secca a 100° pari a gr. 0,7472	
di creatina cristallizzata, cioè . . .	0,301	di creatina cristallizzata, cioè . . .	0,299
Creatinina.		**Creatinina.**	
Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 0,3900		Gr. 250 di muscolo fornirono gr. 1,2310	
di clorozincato secco a 100° pari a gr. 0,2435		di clorozincato secco a 100° pari a gr. 0,7685	
di creatinina, cioè	0,097	di creatinina, cioè	0,307

I risultati ultimi confermano adunque i primi. Riunisco ora in un quadro tutti i risultati delle singole esperienze, tanto sui muscoli dei cani in riposo quanto su quelli degli affaticati.

Tavola	Muscolo in riposo		Tavola	Muscolo affaticato	
	Creatina p. 100	Creatinina p. 100		Creatina p. 100	Creatinina p. 100
I. Muscolo in genere	0,334		II. Muscolo in genere	0,131	
	0,300				
	0,336				
	0,329				
		0,056			0,493
		0,094			
		0,054			
		0,060			
III. Muscolo degli arti pos.	0,281	0,056	III. Muscolo degli arti pos.	0,381	0,544
IV. Arti anteriori	0,308	0,040	IV. Arti anteriori	0,348	0,200
IV. Arti poster.	0,325	0,116	IV. Arti poster.	0,250	0,324
V. Arti anteriori	0,294	0,028	V. Arti anteriori	0,375	0,212
V. Arti poster.	0,301	0,037	V. Arti poster.	0,299	0,307

A prima vista sembrerebbe che la creatina non aumentasse, o meglio che non avesse gran parte nel lavoro muscolare, atteso le quantità che si sono ricavate, presso a poco uguali a quelle del muscolo in riposo, non solo, ma considerandola anche di fronte alle notevoli quantità di creatinina che si sono ottenute.

Ciò non è vero poichè si hanno ancora le cifre 0,348-0,375-0,381, mentre pel riposato in una lunga serie di esperienze il *maximum* è stato 0,336, e come si vede le differenze sono abbastanza notevoli perchè non possano confondersi nei limiti degli errori.

Nondimeno pel muscolo affaticato si sono ottenute pure le cifre 0,131 - 0,250 - 0,299 e queste starebbero anzi a favore della diminuzione della creatina per effetto del lavoro o tutto al più nè della diminuzione nè dell'aumento.

A me sembra piuttosto che la creatina si formi considerevolmente, ma egli è piuttosto che nel lavoro del muscolo si debbono distinguere due tempi, cioè di formazione l'uno e l'altro di rapida trasformazione.

Che creatina si formi, lo dice il fatto dell'aumento notevolissimo della creatinina come 0,493 nella II esperienza e 0,544 nella III. Potrebbe oppugnarsi però che la creatinina si generasse da sè direttamente senza passare per l'intermediaria creatina, e che questa invece scemasse perchè il lavoro la distrugge, come ad es. nella I esperienza i numeri 0,131 per la creatina e 0,493 per la creatinina. Innanzi tutto non vi sarebbe ragione per ammettere una tale ipotesi, essendo noto nel campo della chimica come dalla creatina si ottenga facilmente la creatinina, secondariamente si vede nella III e nelle altre esperienze che la creatinina è fornita esclusivamente a spese della creatina. I numeri della creatina nei muscoli affaticati, 0,381 - 0,348 - 0,375, superiori a qualunque cifra nei muscoli in riposo, stanno lì per attestarlo.

Non è vero adunque secondo Nawrocki (1) che il lavoro non fa aumentare la quantità di creatina nel muscolo o almeno che le differenze riscontrate tra l'affaticato ed il riposato, sono nei limiti possibili degli errori; del resto toglie ogni attendibilità alle sue ricerche il non aver trovato creatinina, se non in quantità microscopiche; sia egli pure che non fosse nelle condizioni di un forte affaticamento, ma in questo caso allora, non essendo intervenuto il secondo tempo per la trasformazione della creatina in creatinina, avrebbe dovuto trovare senza dubbio quantità superiori di creatina.

Non è vero neppure secondo Voit (2) che trovò diminuzione sensibile di creatina nei muscoli tetanizzati e sensibilissima nei rigidi e in ogni caso che la creatinina scompariva.

---

(1) (2) L. c.

Sono d'accordo fino ad un certo punto con Sarokin (1) che trovò diminuzione di creatina ed aumento di creatinina, ma non osservò in alcuni casi che anche la creatina aumenta o almeno che la diminuzione è subordinata a condizioni speciali di lavoro ed in questo caso alla quantità forte di creatinina; in ogni modo constatò come me che la quantità totale di creatina e creatinina aumenta e parte della creatina si trasforma in creatinina.

Avendo ripetuto poi le esperienze di Sezelkow (2) sui muscoli degli arti anteriori e posteriori dei cani in riposo, se non posso confermarne assolutamente i risultati, poichè le cifre della creatina 0,308 - 0,294 per gli anteriori e 0,281 - 0,325 - 0,301 per i posteriori non presentano tali differenze per dimostrare maggior quantità di creatina nei secondi piuttostochè nei primi, ho sempre notato però nei posteriori un aumento di creatinina, come lo indicano le cifre 0, 056 - 0, 116 - 0, 097 di contro alle cifre 0. 040 - 0, 028 ottenute dai muscoli anteriori. Nella somma adunque di creatina e creatinina ammetto il fatto osservato da Sezelkow, il quale si manifesta molto meglio nei muscoli anteriori e posteriori dei cani affaticati, e se qui alcune volte l'aumento della creatina è inverso, cioè trovasene più negli anteriori che non nei posteriori, nondimeno maggiori quantità di creatinina si ricavano dai posteriori che non dagli anteriori; la somma adunque è sempre superiore e di molto per i posteriori. Ciò avvalora sempre più l'osservazione che i muscoli che lavorano maggiormente, danno pure maggiore creatina, salvo ad essere quindi trasformata in creatinina. Anzi l'esperienza tra gli anteriori ed i posteriori viene ancora una volta a confermare indubbiamente che la creatinina è data per trasformazione della creatina, poichè non potrebbesi in alcun modo ammettere che la creatinina si formasse da sè indipendentemente e la creatina frattanto andasse distruggendosi, quando un muscolo anteriore in riposo da 0,308 - 0,294 è passato affaticandosi a 0,348 - 0,375, sia pure che il muscolo posteriore in riposo da 0, 325 - 0, 301 sia sceso affaticandosi a 0,250 - 0,299, se creatina si distrugge nel posteriore egualmente dovrebbe distruggersi nell'anteriore, invece v'è aumento.

Ed è naturale la maggior quantità di creatina che trovarono nel cuore Liebig e Gregory (3), giustamente osservando che è il muscolo che lavora più di tutti; non sarà in quelle condizioni

(1) (2) (3) L. c.

speciali di lavoro perchè vi si possano formare anche delle forti quantità di creatinina, o forse che sono portate via rapidamente dalla massa del sangue, è pur vero però che è l'organo in cui vecchi e nuovi sperimentatori ve ne trovarono le maggiori quantità, che non in altri organi.

I risultati di queste esperienze trovano un qualche riscontro con quei che ha ottenuto Demant (1) sui muscoli pettorali dei colombi digiuni. Egli trova che la creatina (calcolata anche la creatinina) aumenta considerevolmente e quando il digiuno è inoltrato la quantità è perfino tripla che non nei muscoli dell'animale normale. Ammette che la causa dell'accumularsi della creatina nell'animale digiuno stia nel rallentamento della corrente linfatica ed in un aumento della scomposizione degli albuminoidi nel muscolo stesso.

Le conclusioni di questa prima parte delle mie ricerche nelle trasformazioni che subisce la composizione chimica dei muscoli per effetto delle contrazioni sono dunque le seguenti:

I. Che tanto la creatina quanto la creatinina aumentano nel muscolo per effetto della fatica.

II. Che in date condizioni di lavoro (forse per un eccesso di fatica o per altre cause ancora sconosciute) la quantità di creatinina può superare anche della metà quella della creatina.

III. Che alcune volte la quantità di creatina nel muscolo affaticato è inferiore alla quantità di creatina che trovasi nel muscolo in riposo ed in questo caso si ricavano le quantità maggiori di creatinina.

IV. Che la creatinina è fornita per trasformazione della creatina.

V. Che si ricava insieme una nuova base, la xantocreatinina, la quale può calcolarsi per $\frac{1}{10}$ della creatinina.

Laboratorio di Fisiologia della R. Università di Torino.
Giugno 1887

---

(1) *Zeitscrif. f. physiol. Chem.*, t. III, p. 381.

Sulla scomposizione di certe omografie in omologie

(da una lettera del Prof. E. BERTINI al Dott. C. SEGRE)

Nelle Sue belle *Ricerche sulle omografie e sulle correlazioni in generale*, ecc. (Mem. della R. Accad. di Torino, Serie III, vol. XXXVII), Ella dimostra (n° 6) che, in uno spazio a numero pari n di dimensioni, una omografia che trasformi in sè stessa una quadrica generale equivale al più ad $n+1$ proiezioni (trasformazioni omologiche-armoniche della quadrica in sè stessa) ed osserva di non essere riuscito a ridurre tali proiezioni ad n soltanto, come asserisce il signor Voss nella Memoria: *Zur Theorie der orthogonalen Substitutionen* (Math. Ann., t. XIII, a pag. 349).

La difficoltà può essere agevolmente superata coll'aiuto della proposizione (relativa a due spazî fondamentali coniugati di punti e di piani di una omografia) contenuta nella Sua Nota posteriore: *Sugli spazî fondamentali di una omografia* (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, maggio 1886).

Nella dimostrazione a cui sono giunto e che qui Le comunico, mi valgo inoltre delle proprietà che Ella ha dato nei primi n^i di quelle Sue *Ricerche*. Dal n° 4 discende dapprima che per n pari esiste sempre almeno uno spazio fondamentale (di dimensione pari) corrispondente ad una radice ± 1 e che per n impari e in una omografia di 2ª specie esistono sempre due tali spazî (di dimensioni pari) corrispondenti alle radici $+1$, -1.

Si indichino (qualsiasi n) con S_{h-1}, Σ_{h-1}, due spazî fondamentali coniugati corrispondenti ad una radice ± 1; il sostegno S_{n-h} di Σ_{h-1} sarà allora lo spazio polare di S_{h-1} (*Ricerche*, n° 2). Due punti corrispondenti arbitrari A, A' determinano due spazî corrispondenti S_h, S_h' passanti per S_{h-1}, i quali sono prospettivi da un punto O di S_{n-h}. L'involuzione che si ha sulla retta AA' (*Ricerche* n^i 1, 2) ha per una coppia (AA') ed O per un punto doppio. L'altro punto doppio è il punto in cui AA' incontra il piano ω polare di O rispetto alla quadrica. In vero, la retta AA' incontrando la quadrica in due punti corrispondenti della involuzione (*Ricerche*, n° 3), quei due punti doppi sono coniu-

gati rispetto alla quadrica stessa. Adunque *due punti corrispondenti qualunque di* S_h, S_h' *sono armonici rispetto ad* O, ω. Ora, se sono Σ_h, Σ_h' gli spazî di piani aventi per sostegni gli spazi polari di S_h, S_h', è evidente che quei due spazî Σ_h, Σ_h' si corrispondono (*Ricerche*, n° 2) ed hanno per piano di prospettiva il piano ω (passante per S_{h-1}), due piani corrispondenti di Σ_h, Σ_h' essendo pure armonici rispetto ad O, ω.

Ciò premesso, se alla omografia considerata aggiungasi una proiezione della quadrica dal punto O, si otterrà una nuova omografia, nella quale S_h e Σ_h sono spazî fondamentali. Infatti è manifesto, che sono spazî di punti e piani uniti: inoltre S_h non può essere contenuto in uno spazio superiore di punti uniti, perchè il punto O è centro di prospettiva di S_h, S_h' e non di altre coppie di spazî corrispondenti (ad h dimensioni) passanti per S_{h-1} (Sua Nota citata: *Sugli spazî* ecc.). Si noti poi che S_h, oltre ad avere il sostegno di Σ_h per spazio polare, ha Σ_h anche per spazio coniugato nella detta nuova omografia. Il che risulta dall'osservare che i due punti A, A' e quindi S_h, S_h' sono esterni alla quadrica: donde segue che S_h, nella nuova omografia, deve corrispondere ad una radice ± 1 e di conseguenza deve avere per spazio coniugato lo spazio Σ_h di cui il sostegno è lo spazio polare di S_h (*Ricerche*, n° 2). Alla nuova omografia può quindi applicarsi il ragionamento fatto per la primitiva, e così di seguito, fino a che si giunga ad una omografia con uno spazio fondamentale S_{n-1} cioè ad una proiezione. Si conclude che: — *Una omografia, che trasforma una quadrica in sè stessa e che possiede uno spazio fondamentale* S_{h-1} *corrispondente ad una radice* ± 1, *è equivalente (qualsiasi il numero* n*) ad* $n-h+1$ *proiezioni.* — Vi sono $\infty^{\frac{(n-h)(n-h+1)}{2}}$ gruppi di tali proiezioni.

Essendo $h=1$ per una omografia generale qualunque quando n è pari e per una omografia generale di 2ª specie quando n è dispari, si ha in particolare che *ciascuna di tali omografie equivale ad* n *proiezioni.*

Restano così dimostrate simultaneamente l'asserzione del Voss e il teorema del n° 5 delle Sue *Ricerche:* e, come Ella riconoscerà facilmente, non occorre qui (come nel detto n° 5) alcuna considerazione al limite, potendo essere qualsivoglia il gruppo caratteristico relativo alla radice ± 1 considerata.

Pavia, 8 Giugno 1887.

EFFEMERIDI
DEL SOLE, DELLA LUNA
E
DEI PRINCIPALI PIANETI

CALCOLATE PER TORINO IN TEMPO MEDIO CIVILE DI ROMA

PER L'ANNO 1888

del Prof. ANGELO CHARRIER.

— SOLE —

Gennaio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	8 0	0 22 38·93	4 45	23° 1′ 56″8A	18 23 11·34
2	8 0	23 7·15	4 46	22 56 52·4	18 26 7.90
3	8 0	23 35·04	4 48	22 51 20·5	18 31 5·45
4	8 0	24 2·57	4 48	22 45 21·4	18 35 1·01
5	8 0	24 29·72	4 49	22 38 55·2	18 38 57·56
6	8 0	24 56·45	4 50	22 32 1·9	18 42 54·11
7	8 0	25 22·73	4 51	22 24 41·8	18 46 50·67
8	8 0	25 48·35	4 52	22 16 55·3	18 30 47·22
9	7 59	26 13·88	4 53	22 8 42·6	18 54 43·78
10	7 59	26 38·68	4 55	22 0 3·9	18 58. 40·34
11	7 58	27 2·92	4 56	21 50 59·3	19 2 36·91
12	7 58	27 26·58	4 57	21 41 29·2	19 6 33·47
13	7 57	27 49·61	4 59	21 31 33·8	19 10 30·03
14	7 57	28 12·06	4 59	21 21 13·6	19 14 26·59
15	7 57	28 33·82	5 1	21 10 28·7	19 18 23·15
16	7 56	28 54·90	5 2	20 59 19·7	19 22 19·71
17	7 56	29 15·27	5 3	20 47 46·1	19 26 18·26
18	7 55	29 34·92	5 5	20 35 49·2	19 30 12·81
19	7 54	29 53·82	5 6	20 23 28·9	19 34 9·36
20	7 53	30 11·99	5 8	20 10 35·4	19 38 5·91
21	7 52	30 29·37	5 9	19 57 39·4	19 42 2·46
22	7 51	30 45·97	5 10	19 44 11·0	19 45 59·02
23	7 51	31 1·78	5 11	19 30 20·6	19 49 55·57
24	7 50	31 16·78	5 13	19 16 8·7	19 53 52·13
25	7 49	31 30·98	5 15	19 1 35·6	19 57 48·69
26	7 49	31 44·38	5 15	18 46 41·7	20 1 45·25
27	7 48	31 56·95	5 17	18 31 27·3	20 5 41·81
28	7 46	32 8·70	5 18	18 15 52·9	20 9 38·37
29	7 46	32 19·63	5 19	17 59 58·7	20 13 34·93
30	7 45	32 29·76	5 21	17 43 45·3	20 17 31·48
31	7 44	32 39·06	5 22	17 27 13·0	20 21 28·03

— SOLE —

Febbraio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA					DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma		
	Nascere		Passaggio al meridiano	Tramontare					
	h	m	h m s	h	m		h	m	s
1	7	42	0 32 47·55	5	24	17° 10′ 22″ 1A	20	25	24·58
2	7	41	32 55·24	5	25	16 53 13·1	20	29	21·13
3	7	41	33 2·12	5	26	16 35 46·3	20	33	17·69
4	7	39	33 8·22	5	28	16 18 2·2	20	37	14·24
5	7	38	33 13·51	5	30	16 0 0·9	20	41	10·80
6	7	36	33 18·01	5	31	15 41 43·3	20	45	7·35
7	7	35	33 21·73	5	32	15 23 9·5	20	49	3·91
8	7	34	33 24·65	5	34	15 4 20·0	20	53	0·47
9	7	33	33 26·80	5	35	14 45 15·1	20	56	57·03
10	7	31	33 28·17	5	37	14 25 55·6	21	0	53·59
11	7	29	33 28·77	5	39	14 6 21·6	21	4	50·15
12	7	28	33 28·58	5	39	13 46 33·6	21	8	46·70
13	7	27	33 27·64	5	41	13 26 32·0	21	12	43·25
14	7	25	33 25·93	5	43	13 6 17·3	21	16	39·80
15	7	23	33 23·48	5	44	12 45 49·8	21	20	36·35
16	7	22	33 20·28	5	46	12 25 10·1	21	24	32·90
17	7	20	33 16·35	5	46	12 4 18·5	21	28	29·44
18	7	19	33 11·70	5	48	11 43 15·5	21	32	25·99
19	7	17	33 6·34	5	50	11 22 1·4	21	36	22·55
20	7	15	33 0·30	5	51	11 0 36·9	21	40	19·10
21	7	14	32 53·59	5	53	10 39 2·0	21	44	15·66
22	7	12	32 46·15	5	54	10 17 17·6	21	48	12·22
23	7	11	32 38·10	5	55	9 55 23·6	21	52	8·78
24	7	9	32 29·42	5	57	9 33 20.8	21	56	5·34
25	7	7	32 20·14	5	58	9 11 9·5	22	0	1·89
26	7	5	32 10·35	6	0	8 48 50·0	22	3	58·44
27	7	3	31 59·78	6	1	8 26 22·7	22	7	52·99
28	7	2	31 48·78	6	2	8 3 48·1	22	11	51·54
29	7	0	31 37·24	6	4	7 41 6·4	22	15	48·09

— SOLE —

Marzo

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 58	0 31 25·20	6 5	7° 18′ 18″ 1 A	22 19 44·64
2	6 56	31 12·68	6 7	6 55 23·5	22 23 41·19
3	6 54	30 59·70	6 9	6 32 23·1	22 27 37·74
4	6 52	30 46·27	6 10	6 9 17·1	22 31 34·29
5	6 51	30 32·44	6 11	5 46 5·8	22 35 30·85
6	6 49	30 18·19	6 12	5 22 49·9	22 39 27·41
7	6 47	30 3·58	6 14	4 59 29·6	22 43 23·97
8	6 45	29 48·60	6 15	4 36 5·3	22 47 21·53
9	6 44	29 33·26	6 16	4 12 37·4	22 51 17·08
10	6 42	29 17·60	6 17	3 49 6·3	22 55 13·63
11	6 40	29 1·62	6 19	3 25 32·5	22 59 10·16
12	6 38	28 45·33	6 21	3 1 56·2	23 3 6·73
13	6 36	28 28·78	6 22	2 38 17·9	23 7 3·28
14	6 34	28 11·95	6 24	2 24 37·9	23 10 59·82
15	6 33	27 54·89	6 25	1 50 56·7	23 14 56·37
16	6 31	27 37·59	6 26	1 27 14·8	23 18 53·92
17	6 29	27 20·08	6 27	1 3 32·2	23 22 49·47
18	6 26	27 2·37	6 29	0 39 49·5	23 26 46·02
19	6 24	26 44·50	6 30	0 16 7·1	23 30 42·58
20	6 23	26 26·47	6 31	0 7 34·7 B	23 34 39·14
21	6 21	26 8·31	6 32	0 31 15·5	23 38 35·69
22	6 19	25 50·03	6 34	0 54 54·8	23 42 32·25
23	6 17	25 31·66	6 35	1 18 32·4	23 46 28·80
24	6 15	25 13·21	6 37	1 42 8·0	23 50 25·36
25	6 14	24 54·72	6 37	2 5 41·0	23 54 21·91
26	6 11	24 36·20	6 39	2 29 11·2	23 58 18·45
27	6 9	24 17·66	6 40	2 52 38·4	0 2 15·00
28	6 7	23 59·16	6 42	3 16 2·1	0 6 11·55
29	6 5	23 40·71	6 43	3 39 21·9	0 10 8·10
30	6 4	23 22·32	6 44	4 2 37·8	0 14 4·65
31	6 2	23 4·03	6 45	4 25 49·1	0 18 1·20

— SOLE —

Aprile

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA			DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare		
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 0	0 22 45 ·86	6 47	4° 48′ 55″ 9B	0 21 57 ·76
2	5 58	22 27 ·84	6 48	5 11 57 ·6	0 25 54 ·32
3	5 57	22 9 ·96	6 49	5 34 53 ·9	0 29 50 ·88
4	5 55	21 52 ·27	6 50	5 57 44 ·5	0 33 47 ·44
5	5 53	21 34 ·77	6 52	6 20 29 ·0	0 37 43 ·99
6	5 51	21 17 ·48	6 53	6 43 7 ·1	0 41 40 ·54
7	5 50	21 0 ·42	6 54	7 5 38 ·3	0 45 37 ·09
8	5 47	20 43 ·61	6 55	7 28 2 ·4	0 49 33 ·64
9	5 45	20 27 ·04	6 57	7 50 19 ·0	0 53 30 ·19
10	5 44	20 10 ·76	6 57	8 12 27 ·8	0 57 26 ·74
11	5 42	19 54 ·76	6 59	8 34 28 ·3	1 1 23 ·28
12	5 40	19 39 ·06	7 0	8 56 20 ·4	1 5 19 ·83
13	5 38	19 23 ·68	7 1	9 18 3 ·5	1 9 16 ·38
14	5 36	19 8 ·61	7 2	9 39 37 ·4	1 13 12 ·94
15	5 35	18 53 ·89	7 3	10 1 1 ·7	1 17 9 ·49
16	5 34	18 39 ·51	7 5	10 22 16 ·0	1 21 6 ·05
17	5 32	18 25 ·50	7 6	10 43 20 ·1	1 25 2 ·61
18	5 30	18 11 ·86	7 8	11 4 13 ·5	1 28 59 ·17
19	5 28	17 58 ·62	7 9	11 24 56 ·0	1 32 55 ·72
20	5 27	17 46 ·17	7 10	11 45 27 ·1	1 36 52 ·28
21	5 25	17 33 ·33	7 11	12 5 46 ·5	1 40 48 ·83
22	5 23	17 21 ·33	7 13	12 25 54 ·8	1 44 45 ·38
23	5 21	17 9 ·77	7 14	12 45 48 ·9	1 48 41 ·93
24	5 19	16 58 ·66	7 15	13 5 31 ·3	1 52 38 ·48
25	5 18	16 48 ·02	7 16	13 24 50 ·8	1 56 35 ·03
26	5 17	16 37 ·88	7 18	13 44 17 ·1	2 0 31 ·58
27	5 15	16 28 ·23	7 19	14 3 19 ·8	2 4 28 ·14
28	5 13	16 19 ·10	7 20	14 22 8 ·6	2 8 24 ·69
29	5 12	16 10 ·50	7 21	14 40 43 ·4	2 12 21 ·25
30	5 11	16 2 ·45	7 22	14 59 3 ·7	2 16 17 ·81

— SOLE —

Maggio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere		Passaggio al meridiano				Tramontare		DECLINAZIONE a mezzodì vero			TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma		
	h	m	h	m	s		h	m				h	m	s
1	5	9	0	15	54·95		7	24	15°	17′	9″5B	2	20	14·37
2	5	7		15	48·01		7	25	15	35	0·1	2	24	10·93
3	5	6		15	41·63		7	27	15	52	35·4	2	28	7·49
4	5	4		15	35·83		7	28	16	9	55·1	2	32	4·04
5	5	3		15	30·61		7	29	16	26	58·7	2	36	0·59
6	5	2		15	25·96		7	30	16	43	46·0	2	39	57·14
7	5	0		15	21·91		7	31	17	0	16·8	2	43	53·69
8	4	59		15	18·42		7	33	17	16	30·6	2	47	50·24
9	4	58		15	15·52		7	34	17	32	27·3	2	51	46·79
10	4	57		15	13·20		7	35	17	48	6·4	2	55	43·34
11	4	55		15	11·46		7	36	18	3	27·5	2	59	39·90
12	4	54		15	10·28		7	37	18	18	30·7	3	3	36·46
13	4	53		15	9·68		7	39	18	33	15·5	3	7	33·02
14	4	52		15	9·66		7	40	18	47	41·5	3	11	29·58
15	4	51		15	10·18		7	40	19	1	48·3	3	15	26·14
16	4	50		15	11·25		7	42	19	15	36·0	3	19	22·70
17	4	48		15	12·87		7	43	19	29	4·0	3	23	19·25
18	4	47		15	15·03		7	44	19	42	12·2	3	27	15·81
19	4	46		15	17·73		7	45	19	55	0·2	3	31	12·36
20	4	46		15	20·95		7	46	20	7	27·8	3	35	8·91
21	4	45		15	24·69		7	47	20	19	34·7	3	39	5·46
22	4	44		15	28·93		7	48	20	31	20·7	3	43	2·01
23	4	43		15	33·70		7	49	20	42	45·5	3	46	58·57
24	4	42		15	38·95		7	50	20	53	49·0	3	50	55·13
25	4	41		15	44·70		7	51	21	4	30·9	3	54	51·68
26	4	41		15	50·94		7	52	21	14	51·1	3	58	48·25
27	4	40		15	57·67		7	53	21	24	49·3	4	2	44·81
28	4	39		16	4·87		7	54	21	34	25.3	4	6	41·37
29	4	38		16	12·54		7	55	21	43	39·0	4	10	37·93
30	4	38		16	20·67		7	56	21	52	30·2	4	14	34·50
31	4	38		16	29·23		7	57	22	0	58·6	4	18	31·05

— SOLE —

Giugno

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA					DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma		
	Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare				
	h	m	h m s	h	m		h	m	s
1	4	37	0 16 38·21	7	57	22° 9′ 4″1 B	4	22	27·60
2	4	36	16 47·62	7	58	22 16 46·5	4	26	24·15
3	4	36	16 57·41	7	59	22 24 5·6	4	30	20·70
4	4	35	17 7·58	8	0	22 31 1·3	4	34	17·26
5	4	34	17 18·10	8	1	22 37 33·4	4	38	13·81
6	4	34	17 28·95	8	1	22 43 41·8	4	42	10·36
7	4	34	17 40·11	8	2	22 49 26·3	4	46	6·92
8	4	34	17 51·57	8	2	22 54 46·7	4	50	3·48
9	4	34	18 3·27	8	3	22 59 43·2	4	54	0·04
10	4	34	18 15·23	8	3	23 4 15·2	4	58	56·60
11	4	33	18 27·40	8	4	23 8 23·0	5	1	53·16
12	4	33	18 39·75	8	4	23 12 6·5	5	5	49·72
13	4	33	18 52·26	8	5	23 15 25·3	5	9	46·28
14	4	33	19 4·91	8	5	23 18 19·5	5	13	42·84
15	4	33	19 17.66	8	6	23 20 49·1	5	17	39·39
16	4	33	19 30·51	8	6	23 22 53·8	5	21	35·94
17	4	33	19 43·41	8	6	23 24 33·8	5	25	32·50
18	4	33	19 56·34	8	6	23 25 49·0	5	29	29·05
19	4	34	20 9·28	8	6	23 26 39·3	5	33	25·60
20	4	34	20 22·21	8	7	23 27 4·5	5	37	22·16
21	4	34	20 35·11	8	7	23 27 5·2	5	41	18·72
22	4	34	20 47·96	8	7	23 26 41·4	5	45	15·28
23	4	34	21 0·74	8	8	23 25 52·5	5	49	11·85
24	4	34	21 13·43	8	8	23 24 38·9	5	53	8·41
25	4	34	21 26·02	8	8	23 23 0·6	5	57	4·97
26	4	35	21 38·49	8	8	23 20 57·5	6	1	1·53
27	4	35	21 50·81	8	8	23 18 29·9	6	4	58·09
28	4	36	22 2·96	8	8	23 15 37·8	6	8	54·65
29	4	36	22 14·93	8	8	23 12 21·3	6	12	51·20
30	4	37	22 26·71	8	8	23 8 39·2	6	16	47·75

— SOLE —

Luglio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere		TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano			TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare		DECLINAZIONE a mezzodì vero				TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma		
	h	m	h	m	s	h	m					h	m	s
1	4	38	0 22	38	·25	8	7	23°	4′	35″	0B	6	20	44·30
2	4	38	22	49	·54	8	7	23	0	5·6		6	24	40·85
3	4	38	23	0	·58	8	8	22	55	12·1		6	28	37·31
4	4	39	23	11	·31	8	7	22	49	54·5		6	32	33·96
5	4	39	23	21	·74	8	7	22	44	13·2		6	36	30·52
6	4	40	23	31	·83	8	7	22	38	8·1		6	40	27·08
7	4	41	23	41	·57	8	6	22	31	39·5		6	44	23·64
8	4	42	23	50	·93	8	5	22	24	47·5		6	48	20·20
9	4	43	23	59	·89	8	5	22	17	32·4		6	52	16·77
10	4	43	24	8	·43	8	4	22	9	54·1		6	56	13·32
11	4	44	24	16	·52	8	4	22	1	53 0		7	0	56·88
12	4	45	24	24	·16	8	3	21	53	29·3		7	4	6·44
13	4	45	24	31	·32	8	3	21	44	42·9		7	8	2·99
14	4	46	24	37	·98	8	2	21	35	34·3		7	11	59·54
15	4	47	24	44	·11	8	1	21	26	3·7		7	15	46·09
16	4	49	24	49	·73	8	1	21	16	11·1		7	19	52·64
17	4	50	24	54	·80	8	0	21	5	56·9		7	23	49·20
18	4	51	24	59	·32	8	59	20	55	21·3		7	27	45·76
19	4	52	25	3	·28	8	58	20	44	24·5		7	31	42·32
20	4	53	25	6	·66	8	57	20	33	6·7		7	37	38·88
21	4	54	25	9	·48	8	56	20	21	28·3		7	39	35·44
22	4	55	25	11	·72	8	55	20	9	29·5		7	43	32 00
23	4	56	25	13	·39	8	54	19	57	10·5		7	47	28·56
24	4	57	25	14	·47	8	53	19	44	31·6		7	51	25·12
25	4	58	25	14	·97	8	52	19	31	33·0		7	55	21·68
26	4	59	25	14	·89	8	51	19	18	14·9		7	59	18·23
27	5	0	25	14	·22	8	50	19	4	37·7		8	3	14·78
28	5	1	25	12	·97	8	49	18	50	41·6		8	7	11·33
29	5	2	25	11	·14	8	47	18	36	26·8		8	11	7·88
30	5	3	25	8	·72	8	46	18	21	53·5		8	15	4·43
31	5	5	25	5	·72	7	45	18	7	2·2		8	19	0·98

— SOLE —

Agosto

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	5 5	0 25 2·12	7 44	17° 51′ 53″1 B	8 22 57·54
2	5 6	24 57·95	7 43	17 36 26·3	8 26 54·10
3	5 8	24 53·19	7 41	17 20 42·5	8 30 50·66
4	5 9	24 47·83	7 40	17 4 41·6	8 34 47·22
5	5 10	24 41·90	7 38	16 48 24·1	8 38 43·78
6	5 11	24 35·38	7 37	16 31 50·3	8 42 40·33
7	5 12	24 28·28	7 36	16 15 0·4	8 46 36·89
8	5 14	24 20 59	7 34	15 57 55·0	8 50 33·44
9	5 15	24 12·31	7 33	15 40 34·0	8 54 29·99
10	5 16	24 3·46	7 31	15 22 58·0	8 58 26·54
11	5 17	23 54·02	7 29	15 5 7·2	9 2 23·09
12	5 18	23 44·01	7 28	14 47 2·0	9 6 19·64
13	5 20	23 33·43	7 27	14 28 42·7	9 10 15·17
14	5 21	23 22·29	7 25	14 10 19·6	9 14 12·75
15	5 22	23 10·59	7 23	13 51 23·0	9 18 9·31
16	5 23	22 58·36	7 22	13 32 23·2	9 22 5·86
17	5 24	22 45·58	7 21	13 13 10·6	9 26 2·43
18	5 26	22 32·30	7 19	12 53 45·5	9 29 58·99
19	5 27	22 18·51	7 17	12 34 8·3	9 33 55·54
20	5 28	22 4·23	7 15	12 14 19·2	9 37 52·10
21	5 29	21 49·48	7 14	11 54 18·4	9 41 48·65
22	5 30	21 34·28	7 12	11 34 6·4	9 45 45·20
23	5 32	21 18·64	7 10	11 13 43·5	9 49 41·65
24	5 33	21 2·58	7 8	10 53 9·8	9 53 38·30
25	5 34	20 46·13	7 6	10 32 25·8	9 57 34·85
26	5 35	20 29·28	7 4	10 11 31·6	10 1 31·40
27	5 36	20 12·08	7 3	9 50 27·7	10 5 27·95
28	5 38	29 54·52	7 1	9 29 14·2	10 9 24·50
29	5 39	19 36·63	6 59	9 7 51·6	10 13 21·06
30	5 41	19 18·41	6 57	8 46 20·2	10 17 17·61
31	5 42	18 59·91	6 55	8 24 40·3	10 21 14·17

— SOLE —

Settembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	5 42	0 18 41 ·11	6 54	8° 2′ 52″1 B	10 25 10 ·73
2	5 44	18 22 ·05	6 52	7 40 56 ·0	10 29 7 ·28
3	5 45	18 2 ·72	6 50	7 18 52 ·5	10 33 3 ·84
4	5 47	17 43 ·15	6 48	6 56 41 ·8	10 37 0 ·39
5	5 48	17 23 ·37	6 46	6 34 24 ·2	10 40 56 ·94
6	5 49	17 3 ·37	6 45	6 12 0 ·0	10 44 53 ·49
7	5 50	16 43 ·17	6 43	5 49 29 ·7	10 48 50 ·03
8	5 51	16 22 ·79	6 41	5 26 53 ·5	10 52 46 ·58
9	5 52	16 2 ·24	6 39	5 4 11 ·9	10 57 43 ·13
10	5 53	15 41 ·53	6 37	4 41 25 ·1	11 0 39 ·68
11	5 55	15 20 ·69	6 35	4 18 33 ·4	11 5 36 ·24
12	5 56	14 59 ·72	6 33	3 55 37 ·4	11 8 32 ·80
13	5 57	14 38 ·65	6 32	3 32 37 ·2	11 12 29 ·35
14	5 58	14 18 ·00	6 30	3 9 33 ·3	11 16 25 ·91
15	5 59	13 56 ·30	6 28	2 46 26 ·0	11 20 22 ·47
16	6 1	13 35 ·05	6 26	2 23 15 ·5	11 24 19 ·03
17	6 1	13 13 ·78	6 25	2 0 2 ·3	11 28 15 ·58
18	6 3	12 52 ·53	6 23	1 36 46 ·7	11 32 12 ·13
19	6 4	12 31 ·29	6 20	1 13 28 ·9	11 36 8 ·68
20	6 5	12 10 ·11	6 18	0 50 9 ·3	11 40 5 ·22
21	6 6	11 49 ·04	6 17	0 26 48 ·2	11 44 1 ·77
22	6 7	11 28 ·06	6 15	0 3 26 ·0 B	11 47 58 ·32
23	6 9	11 7 ·20	6 13	0 19 57 ·2 A	11 51 54 ·87
24	6 10	10 46 ·49	6 11	0 43 20 ·9	11 55 51 ·42
25	6 12	10 25 ·94	6 9	1 6 44 ·9	11 59 47 ·97
26	6 13	10 5 ·61	6 7	1 30 8 ·7	12 3 44 ·53
27	6 14	9 45 ·49	6 5	1 53 32 ·1	12 7 41 ·08
28	6 15	9 25 ·59	6 3	2 16 54 ·8	12 11 37 ·64
29	6 16	9 5 ·97	6 1	2 40 16 ·3	12 15 34 ·20
30	6 18	8 46 ·63	5 59	3 3 36 ·3	12 19 30 ·75

— SOLE —

Ottobre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 19	0 8 27·57	5 58	3° 26′ 54″5 A	12 23 27·30
2	6 20	8 8·84	5 56	3 50 10·5	12 27 23·85
3	6 21	7 50·44	5 54	4 13 23·9	12 31 20·40
4	6 23	7 32·40	5 52	4 36 34·3	12 35 16·95
5	6 24	7 14·72	5 50	4 59 41·5	12 39 13·50
6	6 25	6 57·43	5 49	5 22 45·0	12 43 10·05
7	6 26	6 40·54	5 46	5 45 44·4	12 47 6·60
8	6 28	6 24·06	5 44	6 8 39·3	12 51 3·15
9	6 29	6 8·01	5 42	6 31 29·4	12 54 59·71
10	6 30	5 52·40	5 41	6 54 14·1	12 58 56·27
11	6 31	5 37·26	5 39	7 16 53·2	13 2 52·83
12	6 33	5 22·59	5 37	7 39 26·3	13 6 49·39
13	6 34	5 8·43	5 35	8 1 52·9	13 10 45·94
14	6 35	4 54·78	5 34	8 24 12·7	13 14 42·50
15	6 36	4 41·67	5 32	8 46 25·3	13 18 39·05
16	6 38	4 29·13	5 30	9 8 30·4	13 22 35·60
17	6 39	4 17·14	5 29	9 30 27·4	13 26 32·15
18	6 40	4 5·77	5 28	9 52 16·1	13 30 28·69
19	6 42	3 55·02	5 26	10 13 56·1	13 34 25·24
20	6 43	3 44·91	5 24	10 35 27·2	13 38 21·79
21	6 44	3 35·45	5 22	10 56 48·8	13 42 18·34
22	6 45	3 26·63	5 21	11 18 0·6	13 46 14·90
23	6 47	3 18·55	5 19	11 39 2·5	13 50 11·45
24	6 48	3 11·21	5 17	11 59 53·4	13 54 8·01
25	6 50	3 4·56	5 16	12 20 33·6	13 58 4·57
26	6 51	2 58·65	5 14	12 41 2·5	14 2 1·13
27	6 52	2 53·50	5 13	13 1 19·7	14 5 57·68
28	6 54	2 49·13	5 11	13 21 24·8	14 9 54·24
29	6 55	2 45.54	5 10	13 41 17·3	14 13 50·79
30	6 57	2 42·74	5 8	14 0 56·9	14 17 47·34
31	6 58	2 40·73	5 6	14 20 23·1	14 21 43·89

— SOLE —

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere		Tempo medio di Roma: Passaggio al meridiano			Tempo medio di Roma: Tramontare		Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma		
	h	m	h	m	s	h	m		h	m	s
1	6	59	0	2	39·55	5	6	14° 39′ 35″6A	14	25	40·44
2	7	1		2	39·18	5	4	14 58 33·9	14	29	36·99
3	7	2		2	39·64	5	2	15 17 17·7	14	33	33·54
4	7	4		2	40·92	5	1	15 35 46·4	14	37	30·10
5	7	5		2	43·02	4	59	15 53 59·8	14	41	26·66
6	7	6		2	45·96	4	59	16 11 57·2	14	45	23·22
7	7	8		2	49·72	4	57	16 29 38·3	14	49	19·78
8	7	9		2	54·30	4	56	16 47 2·7	14	53	16·34
9	7	11		2	59·71	4	54	17 4 9·9	14	57	12·90
10	7	12		3	5·95	4	53	17 20 59·5	15	1	9·46
11	7	13		3	13·02	4	53	17 37 31·1	15	5	6·01
12	7	15		3	20·92	4	51	17 53 44·3	15	9	2·57
13	7	16		3	29·64	4	50	18 9 38·7	15	12	59·12
14	7	18		3	39·21	4	49	18 25 13·9	15	16	55·67
15	7	19		3	49·61	4	48	18 40 29·6	15	20	52·22
16	7	20		4	0·84	4	47	18 55 25·3	15	23	48·77
17	7	22		4	12·88	4	46	19 10 0·8	15	28	45·32
18	7	23		4	25·77	4	45	19 24 15·6	15	32	41·88
19	7	25		4	39·48	4	44	19 38 9·5	15	36	38·44
20	7	26		4	54·01	4	43	19 51 41·9	15	40	35·00
21	7	27		5	9·35	4	43	20 4 52·7	15	44	31·56
22	7	28		5	25·48	4	42	20 17 41·4	15	48	28·12
23	7	30		5	42·41	4	41	20 30 7·7	15	52	24·68
24	7	31		6	0·14	4	41	20 42 11·3	15	56	21·24
25	7	33		6	18·64	4	40	20 53 51·8	16	0	17·79
26	7	34		6	37·90	4	39	21 5 8·8	16	4	13·35
27	7	35		6	57·90	4	39	21 16 2·1	16	8	10·90
28	7	36		7	18·64	4	39	21 26 31·2	16	12	7·45
29	7	37		7	40·09	4	38	21 36 36·1	16	16	4·00
30	7	38		8	2·22	4	37	21 46 16·3	16	20	0·56

Table title: Novembre

— SOLE —

Dicembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA							DECLINAZIONE a mezzodì vero			TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma		
	Nascere		Passaggio al meridiano			Tramontare							
	h	m	h	m	s	h	m				h	m	s
1	7	40	0	8	25·02	4	37	21°	55′	31″4A	16	23	57·11
2	7	41		8	48·46	4	36	22	4	21·4	16	27	53·67
3	7	42		9	12·42	4	36	22	12	45·8	16	31	50·24
4	7	43		9	37·16	4	36	22	20	44·4	16	35	46·80
5	7	44		10	2·35	4	36	22	28	16·9	16	39	43·36
6	7	45		10	28·06	4	36	22	35	23·0	16	43	39·93
7	7	46		10	54·26	4	36	22	42	2·6	16	47	36·49
8	7	47		11	20·91	4	36	22	48	15·3	16	51	33·04
9	7	48		11	48·00	4	35	22	54	1·0	16	55	29·60
10	7	49		12	15·49	4	35	22	59	19·5	16	59	26·15
11	7	50		12	43·34	4	35	23	4	10·6	17	3	22·71
12	7	51		13	11·53	4	35	23	8	34·2	17	7	19·26
13	7	52		13	40·03	4	35	23	12	30·1	17	11	15·81
14	7	53		14	8·82	4	36	23	15	58·1	17	15	12·36
15	7	53		14	37·85	4	36	23	18	58·3	17	19	8·92
16	7	53		15	7·30	4	37	23	21	30·5	17	23	5·48
17	7	54		15	36·55	4	37	23	23	34·6	17	27	2·04
18	7	55		16	6·15	4	38	23	25	10·5	17	30	58·61
19	7	55		16	35·72	4	38	23	26	18·2	17	34	55·17
20	7	56		17	5·89	4	38	23	26	57·7	17	38	51·73
21	7	56		17	35.62	4	39	23	27	8·9	17	42	48·29
22	7	57		18	5·55	4	39	23	26	51·9	17	46	44·85
23	7	57		18	35·50	4	40	23	26	6·5	17	50	41·40
24	7	58		19	5·41	4	41	23	24	52·9	17	54	37·95
25	7	58		19	35·27	4	41	23	23	10·9	17	58	34·51
26	7	58		20	5·04	4	42	23	21	0·8	18	2	31·06
27	7	59		20	34·68	4	43	23	18	22·5	18	6	27·61
28	7	59		21	4·17	4	43	23	15	16·1	18	10	24·17
29	8	0		21	33·48	4	43	23	11	41·7	18	14	20·73
30	8	0		22	2·55	4	44	23	7	39·4	18	18	17·29
31	8	0		22	31·36	4	45	23	3	9·3	18	22	13·86

— LUNA —

Gennaio

GIORNO del Mese	Nascere (TEMPO MEDIO DI ROMA) h m	Passaggio al meridiano h m	Tramontare h m	GIORNO della Luna
1	7 16 (Sera)	1 49 (Mattino)	9 22 (Mattino)	18
2	8 23	2 42	10 3	19
3	9 33	3 36	10 41	20
4	10 44	4 27	11 12	21
5	11 56	5 18	11 42	22
6	—	6 9	0 12 (Sera)	23
7	1 9 (Mattino)	7 0	0 43	24
8	2 21	7 52	1 16	25
9	3 34	8 46	1 53	26
10	4 47	9 42	2 34	27
11	5 55	10 39	3 22	28
12	6 58	11 37	4 18	29
13	7 52	0 33 (Sera)	5 18	1
14	8 37	1 28	6 24	2
15	9 19	2 19	7 28	3
16	9 52	3 7	8 31	4
17	10 21	3 53	9 34	5
18	10 48	4 36	10 35	6
19	11 12	5 18	11 35	7
20	11 37	6 0	—	8
21	0 2 (Sera)	6 42	0 35 (Mattino)	9
22	0 30	7 26	1 34	10
23	1 0	8 2	2 34	11
24	1 35	9 0	3 34	12
25	2 15	9 50	4 34	13
26	3	10 43	5 32	14
27	3 58	11 38	6 26	15
28	5 1	—	7 15	16
29	6 9	0 33 (Mattino)	7 59	17
30	7 19	1 28	8 39	18
31	8 32	2 21	9 13	19

Ultimo quarto il 6 a 0^h 32^m di sera.
Luna nuova il 13 a 9 28 di matt.
Primo quarto il 21 a 5 39 di matt.
Luna piena il 29 a 0 8 di matt.

Febbraio

GIORNO del Mese	Nascere (TEMPO MEDIO DI ROMA) h m	Passaggio al meridiano h m	Tramontare h m	GIORNO della Luna
1	9 46 (Sera)	3 14 (Mattino)	9 45 (Mattino)	20
2	10 59	4 6	10 16	21
3	—	4 57	10 46	22
4	0 12 (Mattino)	5 49	11 18	23
5	1 25	6 42	11 54	24
6	2 37	7 36	0 32 (Sera)	25
7	3 44	8 31	1 17	26
8	4 47	9 28	2 9	27
9	5 44	10 23	3 6	28
10	6 33	11 18	4 7	29
11	7 15	0 10 (Sera)	5 11	30
12	7 50	0 59	6 16	1
13	8 21	1 46	7 20	2
14	8 49	2 30	8 21	3
15	9 14	3 13	9 22	4
16	9 39	3 55	10 22	5
17	10 3	4 37	11 22	6
18	10 30	5 20	—	7
19	10 58	6 4	0 21 (Mattino)	8
20	11 31	6 50	1 21	9
21	0 8 (Sera)	7 39	2 20	10
22	0 51	8 30	3 17	11
23	1 42	9 23	4 13	12
24	2 41	10 18	5 4	13
25	3 47	11 13	5 51	14
26	4 58	—	6 32	15
27	6 11	0 8 (Mattino)	7 9	16
28	7 27	1 2	7 43	17
29	8 42	1 56	8 16	18

Ultimo quarto il 4 a 8^h 15^m di sera.
Luna nuova il 12 a 0 42 di matt.
Primo quarto il 20 a 2 49 di matt
Luna piena il 27 a 0 47 di sera.

— LUNA —

Marzo

GIORNO del Mese	Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	9	59 (Sera)	2	49 (Mattino)	8	47 (Mattino)	19
2	11	14	3	43	9	19	20
3	—	—	4	37	9	54	21
4	0	27 (Mattino)	5	32	10	32	22
5	1	37	6	27	11	16	23
6	2	42	7	23	0	5 (Sera)	24
7	3	41	8	19	1	0	25
8	4	31	9	13	1	59	26
9	5	14	10	5	3	1	27
10	5	51	10	54	4	5	28
11	6	22	11	41	5	7	29
12	6	51	0	26 (Sera)	6	10	30
13	7	16	1	9	7	11	1
14	7	41	1	51	8	12	2
15	8	5	2	33	9	11	3
16	8	31	3	16	10	12	4
17	8	59	3	59	11	10	5
18	9	29	4	44	—	—	6
19	10	3	5	31	0	9 (Mattino)	7
20	10	44	6	20	1	7	8
21	11	30	7	11	2	2	9
22	0	24 (Sera)	8	4	2	54	10
23	1	25	8	57	3	41	11
24	2	32	9	52	4	24	12
25	3	44	10	46	5	3	13
26	4	59	11	40	5	38	14
27	6	16	—	—	6	11	15
28	7	35	0	34 (Mattino)	6	43	16
29	8	52	1	29	7	16	17
30	10	10	2	25	7	50	18
31	11	25	3	22	8	28	19

Ultimo quarto il 5 a 4^h 15^m di matt.
Luna nuova il 12 a 5 10 di sera.
Primo quarto il 20 a 9 33 di sera.
Luna piena il 27 a 10 57 di sera.

Aprile

GIORNO del Mese	Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	—	—	4	19 (Mattino)	9	11 (Mattino)	20
2	0	35 (Mattino)	5	17	9	59	21
3	1	37	6	14	10	53	22
4	2	30	7	9	11	52	23
5	3	15	8	2	0	54 (Sera)	24
6	3	53	8	52	1	58	25
7	4	26	9	39	3	0	26
8	4	55	10	24	4	3	27
9	5	21	11	7	5	3	28
10	5	45	11	49	6	4	29
11	6	10	0	31 (Sera)	7	4	1
12	6	34	1	13	8	4	2
13	7	0	1	56	9	3	3
14	7	30	2	41	10	2	4
15	8	3	3	27	11	0	5
16	8	40	4	15	11	56	6
17	9	23	5	4	—	—	7
18	10	14	5	55	0	48 (Mattino)	8
19	11	10	6	47	1	37	9
20	0	13 (Sera)	7	39	2	20	10
21	1	21	8	32	2	59	11
22	2	33	9	25	3	34	12
23	3	47	10	18	4	7	13
24	5	5	11	12	4	38	14
25	6	23	—	—	5	10	15
26	7	43	0	7 (Mattino)	5	43	16
27	9	2	1	4	6	19	17
28	10	17	2	3	7	0	18
29	11	25	3	3	7	48	19
30	—	—	4	3	8	42	20

Ultimo quarto il 3 a 4^h 31^m di sera.
Luna nuova l' 11 a 9 57 di matt.
Primo quarto il 19 a 0 42 di sera.
Luna piena il 26 a 7 11 di matt.

— LUNA —

Maggio

GIORNO del Mese	Nascere (TEMPO MEDIO DI ROMA) h m	Passaggio al meridiano h m	Tramontare h m	GIORNO della Luna
1	0 23 Mattino	5 1 Mattino	9 41 Mattino	21
2	1 15	5 57	10 45	22
3	1 56	6 39	11 49	23
4	2 30	7 37	0 52 Sera	24
5	3 0	8 23	1 56	25
6	3 27	9 7	2 57	26
7	3 51	9 49	3 58	27
8	4 15	10 30	4 57	28
9	4 39	11 12	5 57	29
10	5 5	11 55	6 57	30
11	5 32	0 39 Sera	7 57	1
12	6 3	1 24	8 55	2
13	6 39	2 12	9 52	3
14	7 21	3 1	10 46	4
15	8 8	3 51	11 35	5
16	9 2	4 42	———	6
17	10 2	5 34	0 19 Mattino	7
18	11 7	6 25	0 59	8
19	0 15 Sera	7 15	1 35	9
20	1 26	8 6	2 6	10
21	2 39	8 58	2 37	11
22	3 55	9 51	3 7	12
23	5 13	10 46	3 38	13
24	6 32	11 44	4 12	14
25	7 51	———	4 50	15
26	9 4	0 44 Mattino	5 34	16
27	10 11	1 45	6 25	17
28	11 6	2 46	7 23	18
29	11 53	4 43	8 28	19
30	———	4 40	9 34	20
31	0 31 M.	5 32	10 40	21

Ultimo quarto il 3 a 0h 36m di matt.
Luna nuova l' 11 a 2 13 di matt.
Primo quarto il 18 a 11 54 di sera.
Luna piena il 25 a 2 29 di sera.

Giugno

GIORNO del Mese	Nascere (TEMPO MEDIO DI ROMA) h m	Passaggio al meridiano h m	Tramontare h m	GIORNO della Luna
1	1 3 Mattino	6 20 Mattino	11 45 M.	22
2	1 31	7 5	0 48 Sera	23
3	1 56	7 48	1 50	24
4	2 21	8 29	2 50	25
5	2 44	9 11	3 49	26
6	3 9	9 53	4 49	27
7	3 35	10 37	5 49	28
8	4 6	11 22	6 49	29
9	4 40	0 9 Sera	7 47	30
10	5 19	0 58	8 42	1
11	6 5	1 48	9 34	2
12	6 57	2 39	10 20	3
13	7 56	3 31	11 2	4
14	9 1	4 22	11 38	5
15	10 5	5 12	———	6
16	11 13	6 1	0 10 Mattino	7
17	0 24 Sera	6 51	0 40	8
18	1 36	7 42	1 9	9
19	2 51	8 34	1 38	10
20	4 7	9 28	2 9	11
21	5 24	10 26	2 43	12
22	6 39	11 26	3 23	13
23	7 50	———	4 10	14
24	8 52	0 27 Mattino	5 4	15
25	9 44	1 28	6 6	16
26	10 27	2 26	7 14	17
27	11 3	3 21	8 22	18
28	11 33	4 12	9 29	19
29	12 0	4 59	10 34	20
30	———	5 44	11 38	21

Ultimo quarto l' 1 a 1h 43m di sera.
Luna nuova il 9 a 5 23 di sera.
Primo quarto il 17 a 7 39 di matt.
Luna piena il 23 a 9 57 di sera.

— LUNA —

Luglio

GIORNO del Mese	Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	0	25 Mattino	6	26 Mattino	0	39 Sera	22
2	0	48	7	8	1	39	23
3	1	13	7	50	2	40	24
4	1	38	8	33	3	39	25
5	2	7	9	18	4	39	26
6	2	39	10	4	5	38	27
7	3	17	10	52	6	37	28
8	4	1	11	43	7	29	29
9	4	51	0	34 Sera	8	18	1
10	5	48	1	27	9	2	2
11	6	50	2	18	9	40	3
12	7	57	3	9	10	14	4
13	9	5	3	59	10	44	5
14	10	15	4	49	11	13	6
15	11	26	5	38	11	41	7
16	0	38 Sera	6	29	—	—	8
17	1	52	7	21	0	11 Mattino	9
18	3	6	8	15	0	43	10
19	4	20	9	12	1	19	11
20	5	31	10	11	2	1	12
21	6	36	11	11	2	51	13
22	7	32	—	—	3	48	14
23	8	20	0	10 Mattino	4	53	15
24	8	59	1	7	6	1	16
25	9	32	2	0	7	9	17
26	10	0	2	50	8	17	18
27	10	17	3	36	9	23	19
28	10	51	4	21	10	25	20
29	11	15	5	3	11	27	21
30	11	40	5	46	0	28 Sera	22
31	—	—	6	28	1	27	23

Ultimo quarto l' 1 a 4^h 42^m di matt.
Luna nuova il 9 a 7 6 di matt.
Primo quarto il 16 a 1 2 di sera.
Luna piena il 23 a 6 34 di matt.
Ultimo quarto il 30 a 9 19 di

Agosto

GIORNO del Mese	Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	0	8 Mattino	7	12 Mattino	2	28 Sera	24
2	0	38	7	57	3	27	25
3	1	13	8	45	4	25	26
4	1	54	9	34	5	20	27
5	2	42	10	29	6	11	28
6	3	37	11	18	6	57	29
7	4	38	0	11 Sera	7	38	30
8	5	44	1	3	8	14	1
9	6	53	1	55	8	46	2
10	8	4	2	45	9	16	3
11	9	16	3	36	9	45	4
12	10	29	4	26	10	14	5
13	11	43	5	17	10	45	6
14	0	56 Sera	6	10	11	19	7
15	2	9	7	6	11	59	8
16	3	20	8	3	—	—	9
17	4	25	9	1	0	45 Mattino	10
18	5	24	9	59	1	38	11
19	6	13	10	55	2	38	12
20	6	55	11	48	3	44	13
21	7	30	—	—	4	51	14
22	8	0	0	40 Mattino	6	0	15
23	8	23	1	28	7	6	16
42	8	52	2	13	8	10	17
25	9	17	2	57	9	13	18
26	9	41	3	40	10	15	19
27	10	8	4	23	11	15	20
28	10	37	5	6	0	16 Sera	21
29	11	9	5	51	1	15	22
30	11	48	6	37	2	14	23
31	—	—	7	25	3	9	24

Luna nuova il 7 a 7^h 40^m di sera.
Primo quarto il 14 a 5 33 di sera.
Luna piena il 21 a 5 40 di sera.
Primo quarto il 29 a 3 8 di

— LUNA —

Settembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	0 Mattino	32	8 Mattino	15	4 Sera	2	25
2	1	23	9	7	4	50	26
3	2	22	10	0	5	33	27
4	3	26	10	52	6	11	28
5	4	36	11	45	6	45	29
6	5	47	0 Sera	37	7	16	1
7	7	0	1	28	7	46	2
8	8	15	2	20	8	16	3
9	9	30	3	12	8	47	4
10	10	46	5	6	9	20	5
11	0	0	6	1	9	58	6
12	1 Sera	12	5	58	10	42	7
13	2	19	6	56	11	33	8
14	3	19	7	53	—	—	9
15	4	10	8	49	0 Mattino	30	10
16	4	54	9	43	1	33	11
17	5	30	10	34	2	39	12
18	6	1	11	22	3	46	13
19	6	29	—	—	4	52	14
20	6	54	0 Mattino	8	5	57	15
21	7	19	0	52	7	1	16
22	7	43	1	35	8	3	17
23	8	9	2	18	9	4	18
24	8	36	3	1	10	5	19
25	9	8	3	45	11	5	20
26	9	42	4	30	0 Sera	2	21
27	10	24	5	17	1	0	22
28	11	11	6	6	1	53	23
29	—	—	6	56	2	42	24
30	0 M.	6	7	48	3	27	25

Luna nuova il 6 a 5h 43m di matt.
Primo quarto il 12 a 10 49 di sera.
Luna piena il 20 a 6 14 di matt.
Ultimo quarto il 28 a 9 20 di matt.

Ottobre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	1 Mattino	6	8 Mattino	39	4 Sera	6	26
2	2	13	9	31	4	42	27
3	3	23	10	23	5	14	28
4	4	36	11	15	5	44	29
5	5	52	0 Sera	8	6	14	30
6	7	8	1	1	6	44	1
7	8	27	1	56	7	17	2
8	9	45	2	52	7	54	3
9	11	0	3	51	8	37	4
10	0 Sera	12	4	50	9	27	5
11	1	15	5	48	10	23	6
12	2	10	6	45	11	25	7
13	2	55	7	40	—	—	8
14	3	32	8	31	0 Mattino	30	9
15	4	5	9	19	1	37	10
16	4	32	10	5	2	43	11
17	4	58	10	49	3	47	12
18	5	23	11	32	4	51	13
19	5	46	—	—	5	53	14
20	6	11	0 Mattino	15	6	55	15
21	6	38	0	57	7	55	16
22	7	7	1	41	8	56	17
23	7	40	2	26	9	56	18
24	8	19	3	12	10	53	19
25	9	3	4	0	11	48	20
26	9	54	4	49	0	37	21
27	10	51	5	39	1 Sera	22	22
28	11	54	6	30	2	3	23
29	—	—	7	20	2	39	24
30	1 Matt.	1	8	10	3	11	25
31	2	11	9	1	3	41	26

Luna nuova il 5 a 3h 23m di sera.
Primo quarto il 12 a 6 48 di matt.
Luna piena il 19 a 9 58 di sera.
Ultimo quarto il 28 a 2 45 di matt.

— LUNA —

Novembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA						GIORNO della Luna
	Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		
	h	m	h	m	h	m	
1	3	24 (Mattino)	9	52 (Mattino)	4	10 (Sera)	27
2	4	39	10	44	4	40	28
3	5	57	11	39	5	12	29
4	7	17	0	35 (Sera)	5	47	1
5	8	37	1	35	6	28	2
6	9	55	2	36	7	16	3
7	11	4	3	37	8	11	4
8	0	5 (Sera)	4	38	9	14	5
9	0	54	5	35	10	20	6
10	1	35	6	28	11	28	7
11	2	10	7	18	—	—	8
12	2	38	8	4	0	35 (Mattino)	9
13	3	4	8	49	1	40	10
14	3	28	9	31	2	44	11
15	3	52	10	13	3	46	12
16	4	15	10	56	4	47	13
17	4	41	11	39	5	48	14
18	5	9	—	—	6	49	15
19	5	40	0	23 (Mattino)	7	48	16
20	6	17	1	9	8	47	17
21	6	59	1	57	9	43	18
22	7	48	2	45	10	35	19
23	8	43	3	35	11	22	20
24	9	42	4	25	0	3 (Sera)	21
25	10	46	5	14	0	39	22
26	11	52	6	3	1	12	23
27	—	—	6	52	1	42	24
28	1	2 (Mattino)	7	41	2	11	25
29	2	14	8	30	2	38	26
30	3	28	9	22	3	7	27

Luna nuova il 4 a 0h 52m di matt.
Primo quarto il 10 a 5 5 di sera.
Luna piena il 18 a 4 5 di sera.
Ultimo quarto il 26 a 6 10 di sera.

Dicembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA						GIORNO della Luna
	Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		
	h	m	h	m	h	m	
1	4	45 (Mattino)	10	16 (Matt.)	3	39 (Sera)	28
2	6	5	11	13	4	16	29
3	7	25	0	14 (Sera)	5	0	1
4	8	41	1	17	5	53	2
5	9	49	2	20	6	54	3
6	10	46	3	22	8	2	4
7	11	33	4	19	9	12	5
8	0	11 (Sera)	5	12	10	21	6
9	0	42	6	1	11	29	7
10	1	9	6	47	—	—	8
11	1	34	7	30	0	35 (Mattino)	9
12	1	58	8	12	1	38	10
13	2	20	8	55	2	39	11
14	2	45	9	37	3	40	12
15	3	12	10	21	4	41	13
16	3	42	11	7	5	41	14
17	4	17	11	53	6	41	15
18	4	57	—	—	7	38	16
19	5	44	0	42 (Mattino)	8	31	17
20	6	37	1	32	9	20	18
21	7	35	2	22	10	3	19
22	8	38	3	11	10	42	20
23	9	42	4	0	11	15	21
24	10	29	4	48	11	46	22
25	11	58	5	36	0	14 (Sera)	23
26	—	—	6	23	0	39	24
27	1	9 (Mattino)	7	12	1	7	25
28	2	22	8	3	1	37	26
29	3	37	8	56	2	9	27
30	4	55	9	54	2	48	28
31	6	12	10	54	3	35	29

Luna nuova il 3 a 10h 55m di matt.
Primo quarto il 10 a 7 35 di matt.
Luna piena il 18 a 11 30 di matt.
Ultimo quarto il 26 a 6 49 di matt.

ECCLISSI

(1888)

---

28 *Gennaio*. Ecclisse totale di Luna visibile a Torino.

Entrata nell'ombra	$10^h\ 20^m, 4$	pom.	
Principio dell'Ecclisse totale	11 20 , 8	»	
Metà dell'Ecclisse	0 9 , 8	matt. del gior. 29.	
Fine dell'Ecclisse totale . .	0 58 , 9	»	»
Uscita dall'ombra	1 59 , 5	»	»

Grandezza dell'Ecclisse 1,64 preso per unità il diametro della Luna.

Il primo contatto coll'ombra a 93° del punto più boreale del disco verso Est; l'ultimo contatto a 74° verso Ovest (immagine diritta).

11 *Febbraio*. Ecclisse parziale di Sole invisibile a Torino.

8 *Luglio*. Ecclisse parziale di Sole invisibile a Torino.

23 » Ecclisse totale di Luna in parte visibile a Torino.

Entrata nell'ombra	$4^h\ 44^m, 7$	mattina.
Principio dell'Ecclisse totale	5 43 , 7	»
Metà dell'Ecclisse	6 34 , 6	»
Fine dell'Ecclisse totale . .	7 25 , 4	»
Uscita dall'ombra	8 24 , 3	»

Grandezza dell'Ecclisse 1,82 preso per unità il diametro della Luna.

Il primo contatto coll'ombra a 82° dal punto più boreale del disco verso Est; l'ultimo contatto a 95° verso Ovest (immagine diritta).

7 *Agosto*. Ecclisse parziale di Sole invisibile a Torino.

EFFEMERIDI

DI

Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno

1888.

TEMPO MEDIO DI ROMA	MERCURIO						VENERE					
	Nascere		Passaggio al meridiano		Tra-montare		Nascere		Passaggio al meridiano		Tra-montare	
	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m
1 Gennaio	7	[Mattino] 23	11	[M.] 38	3	[Sera] 53	4	[Mattino] 22	9	[Mattino] 14	2	6
11 »	7	51	0	[Sera] 8	4	25	4	43	9	23	2	3
21 »	8	11	0	40	5	9	5	3	9	33	2	3
1 Febbraio	8	17	1	14	6	14	5	19	9	46	2	13
11 »	8	8	1	37	7	6	5	29	9	58	2	27
21 »	7	38	1	32	7	26	5	35	10	11	2	47
1 Marzo	6	46	0	40	6	34	5	35	10	21	3	27
11 »	5	58	11	[Mattino] 32	6	6	5	31	10	31	3	31
21 »	5	28	10	53	5	16	5	23	10	40	3	57
1 Aprile	5	10	10	43	4	16	5	10	10	47	4	24
11 »	5	0	10	51	4	42	4	57	10	53	4	49
21 »	4	52	11	8	5	24	4	44	10	59	5	14
1 Maggio	4	47	11	36	6	35	4	32	11	5	5	38
11 »	4	55	0	[Sera] 17	7	39	4	19	11	12	6	5
21 »	5	17	1	6	7	55	4	9	11	20	6	33
1 Giugno	5	51	1	49	9	47	4	3	11	31	6	59
11 »	6	17	2	5	9	53	4	4	11	43	7	22
21 »	6	21	1	53	9	25	4	10	11	56	7	42
1 Luglio	5	51	1	11	8	31	4	23	0	[Sera] 10	7	57
11 »	4	49	0	7	7	25	4	41	0	24	8	7
21 »	3	51	11	[Mattino] 16	6	41	5	4	0	37	8	10
1 Agosto	3	32	11	5	6	38	5	33	0	50	8	7
11 »	4	10	11	33	6	58	6	0	0	59	7	58
21 »	5	14	0	[Sera] 14	7	14	6	26	1	6	7	46
1 Settembre	6	22	0	50	7	18	6	55	1	13	7	31
11 »	7	14	1	11	7	8	7	22	1	19	7	16
21 »	7	58	1	26	6	54	7	48	1	25	7	2
1 Ottobre	8	33	1	36	6	39	8	15	1	31	6	47
11 »	8	54	1	37	6	20	8	42	1	39	6	36
21 »	8	38	1	15	5	52	9	10	1	49	6	28
1 Novembre	6	52	11	[Mattino] 58	6	4	9	39	2	2	6	25
11 »	5	35	10	57	4	19	10	1	2	16	6	31
21 »	5	46	10	51	4	14	10	19	2	31	6	43
1 Dicembre	6	23	11	8	4	11	10	30	2	45	6	59
11 »	7	8	11	31	3	56	10	33	2	58	7	14
21 »	7	46	11	59	4	2	10	30	3	9	7	48
31 »	8	17	0	[S.] 30	5	3	10	20	3	17	8	4

ETI

MARTE						GIOVE						SATURNO					
Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare	
h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m
0 Matt.	38	6 Mattino	28	0 S.	18	4 Mattino	36	9 Mattino	19	2 Sera	2	6 Mattino	42	2 Mattino	8	9 Mattino	34
0	21	6	5	11 Mattino	49	4	6	8	47	1	28	6	58	1	25	8	52
0	2	5	40	11	18	3	35	8	15	0	55	5	15	0	43	8	11
1 Sera	38	5	11	10	54	3	0	7	38	11	16	4	22	11 Sera	51	7	20
1	13	4	42	9	11	2	27	7	4	11	41	3	39	11	9	6	39
0	43	4	10	9	37	1	53	6	29	11	5	2	56	10	27	5	58
0	12	3	38	9	4	1	23	5	57	10	33	2	17	9	49	5	21
9	31	2	58	8	25	0	44	5	19	9	54	1	36	9	8	4	40
8	43	2	12	7	41	0	6	4	41	9	16	0	56	8	28	3	50
7	45	1	18	6	51	11	21	3	57	8	33	0	11	7	44	3	17
6	48	0	25	6	2	10	41	3	17	7	53	11	32	7	5	2	38
6	43	11 Sera	25	5	7	9	57	2	34	7	11	10	55	6	27	1	59
4	49	10	34	3	19	9	12	1	50	6	28	10	28	5	50	1	12
4	5	9	51	3	37	8	28	1	7	5	46	9	52	5	13	0	14
3	18	9	4	2	50	7	42	0	22	5	2	9	7	4	37	0	7
2	40	8	23	2	26	6	47	11 Sera	28	4	9	8	29	3	58	11	27
2	11	7	50	1	29	6	2	10	44	3	26	7	55	3	23	10	51
1	46	7	20	0	54	5	17	10	0	2	43	7	21	2	48	10	15
1	27	6	54	0	21	4	34	9	18	2	2	6	46	2	14	9	40
1	10	6	30	11 Sera	50	3	53	8	37	1	21	6	16	1	39	9	3
0	57	6	9	11	21	3	13	7	57	0	41	5	42	1	5	8	28
0	44	5	47	10	50	2	31	7	14	11	57	5	6	0	27	7	48
0	36	5	30	10	24	1	53	6	36	11	19	4	38	11 Mattino	57	7	16
0	31	5	14	9	59	1	18	6	0	10	42	3	58	11	16	6	34
0	23	4	59	9	35	0	40	5	21	10	2	3	29	10	45	6	1
0	19	4	47	9	15	0	7	4	46	9	25	2	53	10	7	5	21
0	15	4	36	8	58	11	35	4	13	8	51	2	19	9	32	4	45
0	11	4	27	8	43	11	5	3	41	8	17	1	15	8	57	4	9
0	5	4	18	8	31	10	35	3	9	7	42	1	10	8	21	3	32
0	0	4	11	8	22	10	5	2	38	7	11	0	35	7	45	2	55
1	52	4	4	8	17	9	34	2	4	6	34	11	55	7	4	2	13
1	33	3	57	8	13	9	6	1	34	6	2	11	18	6	26	1	34
1	29	3	51	8	13	8	37	1	4	5	31	10	40	5	48	0	56
1	15	3	44	8	13	8	7	0	34	5	0	10	1	5	9	0	17
0 Matt.	58	3	37	8	16	7	42	0	7	4	32	9	22	4	30	11	38
0	39	3	29	8	19	7	11	11 M.	35	4	0	8	40	3	49	10	58
0	19	3	20	8	21	6	42	11	5	3	28	7	58	2	8	10	18

Alcune particolarità macro e microscopiche dei nervi cardiaci nell'uomo;

dei Dott.[i] S. Varaglia e A. Conti

In una dissezione di nervi cardiaci, fatta all' Istituto Anatomico di Torino, ci venne dato di osservare una particolarità, che parve meritevole di comunicazione non tanto per sè, quanto per i successivi risultati di cui essa fu origine.

Nel cadavere d'un uomo d'anni 62 riscontrammo a destra (Fig. I), che lungo il decorso del n. ricorrente, circa a 4 mm. al disopra della clavicola, appariva ben manifesto un rigonfiamento gangliforme di colore giallastro di grossezza poco maggiore a quella di una lenticchia, e da questo partivano due rami che si dirigevano in basso ed all'esterno, si intrecciavano a larghe maglie con tre rami nervosi che partivano dal Gran Simpatico uno dal ganglio cervicale medio, l'altro dall'inferiore ed un terzo dal cordone che unisce questi due ganglii.

Da questo plesso, che era tutto compreso nella regione del collo, partivano i rami che andavano al plesso cardiaco, quale viene generalmente descritto dagli autori.

Il ganglio, notato nel decorso del n. ricorrente, appariva già all'esame macroscopico che non era compreso nello spessore del nervo stesso; ma solo sovrapposto e unito ad esso da un ramo di discreta grossezza e della lunghezza di circa 1 mm. Dei tre nervi cardiaci simpatici più sopra accennati, i primi due andavano a confluire in un piccolo ganglio e da questo partiva un ramo unico che unendosi col terzo formava la rete a maglie larghe descritte nella regione del collo.

A sinistra trovammo un fatto che pur esso vuole essere descritto: Dal ganglio cervicale superiore (Fig. II), partiva un ramo che, decorrendo in basso al lato interno e posteriore della carotide primitiva, dopo circa un centimetro di decorso si espandeva in un rigonfiamento gangliforme del diametro di circa 2 mm. di forma triangolare.

All'angolo superiore di questo triangolo arrivava il ramo simpatico descritto, e dai due angoli inferiori partivano due rami che abbracciavano la succlavia per recarsi al normale plesso cardiaco. Però dalla parte interna di questo ganglio partiva un ramo che decorreva trasversalmente all'interno per recarsi dopo un decorso da 4 a 5 mm. ad un altro ganglio, di volume però inferiore al precedente. A quest'ultimo ganglio descritto convergono altri rami su cui specialmente richiamiamo l'attenzione, e sono:

1° Un ramo che proviene dal ganglio cervicale inferiore;

2° Due rami che provengono dal n. ricorrente circa a metà del suo decorso tra la clavicola ed il punto d'immersione nella laringe.

Però da questo ganglio non vedemmo partire nessun filamento nervoso destinato al plesso cardiaco.

Invece dal secondo ramo, che abbiamo detto partire dal n. ricorrente, prima di arrivare al ganglio si distaccavano due filamenti, che unendosi ad un terzo, proveniente pure dal ricorrente poco più in basso, e ad un altro ramo che partiva dal ganglio cervicale inferiore del G. S. formavano un plesso a maglie larghe, posto pure nella regione del collo da cui si staccavano i rami, che circondando l'arco dell'aorta, si portavano al plesso cardiaco.

Prima di considerare le particolarità microscopiche di questi rami e ganglii sopranumerari, e dedurne il loro significato anatomico descriveremo un altro caso di ganglio cardiaco cervicale sopranumerario da noi osservato sin dallo scorso anno (Fig. III).

In un giovane dell'età dai 14 ai 16 anni trovammo al lato sinistro che il ramo cardiaco pneumogastrico superiore ed il cardiaco simpatico superiore, convergevano e si riunivano in un rigonfiamento gangliforme che si trovava a poca distanza dal tronco pneumogastrico e circa 3 o 4 cm. al disopra della clavicola. Da questo ganglio, in basso, partivano due rami che si comportavano come i nervi cardiaci descritti dagli autori. Solo ancora è da notarsi che il cardiaco pneumogastrico superiore, prima di gettarsi nel ganglio descritto, si divideva in due rami ed entrambi andavano a terminare alla parte superiore del ganglio.

A destra, in questo stesso individuo, trovammo solo che il ramo cardiaco inferiore si staccava dal ricorrente, mentre esso girava attorno alla succlavia.

Non ci soffermiamo sul fatto che i cospicui rami cardiaci originano dal nervo ricorrente, mentre non ci venne dato di ritrovare i normali rami cardiaci del tronco pneumogastrico; perchè non si avrebbe che una trasposizione di fibre, le quali avrebbero però sempre la stessa origine centrale, e questo fatto ci ricorda precisamente ciò che avviene in altre regioni, ad esempio nei rami terminali dal plesso bracchiale, dove più volte si osserva che i rami nervosi pei muscoli della regione anteriore del braccio anzichè provenire dal nervo perforante, provengono dal mediano, ed il nervo perforante manca come individualità.

D'altra parte è già noto che spesse volte dal nervo ricorrente partono, specialmente in corrispondenza della sua parte inferiore, alcuni rami che si anastomizzano coi nervi cardiaci pneumogastrici o simpatici. Nel nostro caso però abbiamo cospicui e principali rami che partono dal nervo ricorrente nella sua metà superiore.

Del resto i nervi cardiaci sono rimarchevoli fra tutti per varietà d'origine, volume, numero, direzione, rapporti ed anastomosi: e un caso analogo al nostro, quantunque non identico, troviamo descritto nel classico trattato dello Scarpa.

Fermiamo specialmente l'attenzione nostra sui ganglii sopranumerari, di cui abbiamo cercato di spiegarne il significato e l'origine.

Ben sappiamo come già si conoscano ganglii nel decorso dei nervi cardiaci nel loro primo tratto, cioè prima che formino il plesso cardiaco nella concavità dell'arco aortico (1).

Ma questi vennero descritti nel decorso dei rami cardiaci simpatici, e specie quando il cardiaco simpatico superiore si unisce col medio e precisamente al loro punto di unione; senza però che, per quanto a noi consta, siasi fatto un esame istologico, che provi la natura ganglionare di tali rigonfiamenti.

Cellule isolate e ganglii microscopici in altri punti del nostro sistema nervoso periferico se ne conoscono fin d'ora un rilevante numero, e sono già entrati nel dominio delle comuni cognizioni per trovarsi descritti nei più recenti trattati d'istologia e d'anatomia (2).

---

(1) SAPPEY, *Traité d'anatomie.* Paris, 1877.

(2) KOLLIKER, *Éléments de histologie humaine.* Paris, 1868.
FREY, *Traité d'histologie et histochimie.* Paris, 1877.

Per attenerci all'argomento nostro dobbiamo prendere solo in considerazione i ganglii o le cellule nervose che furono riscontrate lungo il decorso di un cordone nervoso, dalla sua origine solo fino al punto in cui esso penetra in un organo, o si risolve in un plesso dal quale poi partono i filamenti diretti alla compage dello stesso organo, poichè tanto nei plessi terminali quanto in questi ultimi filamenti oggi già si ammette come regola generale che esistano sempre ganglii o cellule nervose isolate.

Non entrano per nulla nella categoria dei fatti che qui esporremo le cellule trovate nel cuore, nei polmoni, nelle pareti del faringe, in quelle intestinali, nel collo dell'utero, quelle trovate dal Paladino (1) nella ghiandola sottomascellare ecc., e neppure quelle trovate nel plesso faringeo, esofageo, polmonare, nel plesso cardiaco propriamente detto, nel plesso solare, ecc.

Hanno invero ben maggior relazione col caso nostro *i ganglii* già conosciuti lungo il decorso di molti nervi craniani, quelli osservati dal Bidder sulle radici del N. Glosso faringeo dei mammiferi, ecc.

Il Mayer nel 1833 avrebbe trovato nell'ipoglosso del vitello una radice sensitiva, constatata in seguito nel bue, maiale, cane; mentre invece nell'uomo non esisterebbe che eccezionalmente e porta nel suo decorso un piccolo ganglio (2).

Il Peschel (3) nel 1877 descriveva cellule ganglionari sparse ed isolate nel Simpatico dell'uomo al disopra del primo ganglio cervicale fino al ganglio oftalmico, e lo stesso Peschel (4) comunicava in seguito aver riscontrato nei nervi simpatici dell'orbita di coniglio numerosi ganglii.

Ricordiamo il Vignal che nel 1878 e 1880 (5) descrisse cellule

---

(1) Paladino, *Della terminazione dei nervi nelle cellule ghiandolari, e dell'esistenza di ganglii non ancora descritti nella ghiandola sottomascellare dell'uomo e di alcuni animali.* Bollett. dell'Assoc. dei medici e naturalisti. Ann. 3, n. 3, 1872. — *Elementi di fisiologia*, 1885.

(2) Sappey, *Traité d'anatomie descriptive.*

(3) Peschel, *Comunicazione preventiva sul plesso simpatico della carotide interna e dell'arteria lacrimale.* Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, 1877.

(4) Id., *Iahresberichte*, 1879.

(5) Vignal, *Note sur le système ganglionaire du cœur des poissons osseux.* Gazz. Méd. de Paris, 1878.

Sur le système nerveux du cœur de la tortue mauresque. Gazzette Méd. de Paris, 1878.

Sur le système nerveux du cœur de lopin. Gazz. Méd. de Paris, 1880.

ganglionari isolate o unite in gruppi nel sistema nervoso del cuore di alcuni animali inferiori.

Nel 1883-84 Rattone descriveva cellule ganglionari nelle radici posteriori dei nervi spinali (1) le quali ricerche venivano a dar spiegazione dei così detti *Ganglia aberrantia* od *intercalaria*, ed il Schäfer (2) descrisse cellule ganglionari in alcune radici anteriori dei nervi spinali del gatto, e quest'esistenza non confermò nell'uomo.

Nel 1883 (3) uno di noi descriveva cellule nervose nel nervo intermediario del Vrisberg e nel facciale, e nel 1884 (4) nel facciale all'uscita del ganglio genicolato, nel grande e piccolo petroso superficiali, e nel 1885 (5) nei rami comunicanti spinale del Gran Simpatico.

Nel 1886 (6) lo Sperino dimostrava l'esistenza di cellule nervose nei *n. splancnicus maior et minor*, le quali osservazioni possiamo confermare, perchè uno di noi prima della comunicazione dello Sperino già aveva fatto preparati microscopici del Gr. Splancníco dimostranti cellule ganglionari lungo il decorso di detto nervo.

Non ci consta però che siano state sinora istituite ricerche allo scopo di vedere se *normalmente* nei nervi cardiaci dell'uomo, pel tratto che decorrono alla regione del collo, prima cioè di giungere al plesso cardiaco propriamente detto, esistano cellule isolate lungo le fibre o riunite in gruppi, le quali in vero servirebbero a darci ragione dell'esistenza dei ganglii sopranumerari.

Facciamo distinzione pel modo di aggruppamento delle cellule, perchè quantunque fisiologicamente non si possa stabilire alcuna differenza fra cellula isolata e ganglio, per il fatto evidente che basta una cellula a formare un centro nervoso d'azione; è innegabale però, dal punto di vista dell'anatomia pura, che noi dobbiamo, in base alle osservazioni, distinguere le cel-

---

(1) G. Rattone, *Sull'esistenza di cellule ganglionari nelle radici dei nervi spinali dell'uomo*, 1883. Gazzetta delle cliniche.

Id., *Sull'esistenza di cellule ganglionari nelle radici posteriori dei nervi spinali nell'uomo*. Archivio per le scienze mediche, vol. VIII, n. 3, 1884.

(2) Schäfer, *Jahresberichte*, 1882.

(3) S. Varaglia, *Osservatore*. Gazzetta delle cliniche, 1883, n. 50.

(4) Id., Atti della R. Accademia di Medicina di Torino, 1884.

(5) S. Varaglia, *Gazzetta delle cliniche*, 1885, 2° semestre.

(6) G. Sperino, *Gazzetta degli ospedali*, 1886, Milano.

lule isolate che si trovano nel decorso delle fibre nervose e serrate fra queste da quel gruppo di cellule, tenute riunite da sostanza connettiva e fibre nervose, che costituisce ciò che in anatomia vien descritto col nome di ganglio.

Esaminati i numerosi lavori che dimostrano la presenza di cellule ganglionari in una considerevole estensione del sistema periferico era naturale una dimanda. Le cellule ganglionari sono una prerogativa di alcuni nervi speciali, oppure comuni a tutto o almeno a gran parte del sistema nervoso periferico?

Noi ci siamo proposti di portare il nostro contributo alla risposta di questa dimanda ed abbiamo cominciato il nostro esame dai nervi cardiaci, poichè già uno speciale e prezioso materiale di studio ce lo fornivano gli esemplari che abbiamo descritto in principio di questo lavoro.

Ci interessava determinare se la presenza di ganglii sopranumerari, da noi e da altri trovati, fosse un fatto assolutamente anormale, oppure non fosse altro che l'esagerazione di una disposizione, che normalmente si osserva in ogni individuo; cioè constatare se esistano costantemente cellule nel decorso dei nervi cardiaci e i ganglii sopranumerari non rappresentino altro che una esagerazione od un concentramento loro in un dato punto.

Compimmo i nostri esami col metodo della dilacerazione, e delle sezioni longitudinali e trasversali dei nervi precedentemente inclusi in paraffina.

Per avere una più facile dilacerazione sottoponevamo il nervo, da qualche giorno conservato nel liquido del Müller, all'azione dell'acido arsenico all'1 $^0/_0$.

Per le colorazioni ci servirono i preparati di carmino, specie l'ammoniacale, il borico e il pricro-carmino; la purpurina; abbiamo anche esperimentato la colorazione al nitrato d'argento con buoni risultati, ecc. Del resto per la tecnica nulla di speciale.

Evidentemente per risolvere la questione che ci eravamo proposta, non dovevamo limitarci ad esaminare i ganglii sopranumerarii che abbiamo descritto o i filamenti nervosi che vi partivano ed arrivavano, ma anche esaminare i rami cardiaci in individui in cui essi si presentavano in modo normale, cioè non interrotti da ganglii fino al plesso cardiaco. Oltre a questi abbiamo creduto opportuno esaminare nervi cardiaci di alcuni mammiferi e quelli di un feto umano che abbiamo potuto avere in buone condizioni di conservazione.

Come appare dalle tavole che riproducono alcuni dei nostri preparati, possiamo affermare in modo assoluto da non esservi dubbio sulla presenza di cellule ganglionari sparse lungo il decorso dei nervi cardiaci, che partono dal Simpatico e dal Pneumogastrico.

Tutti i rami dei plessi cervicali da cui partivano i rami cardiaci negli esemplari anomali che noi presentiamo, i nervi cardiaci che anormalmente sui nostri esemplari nascono dal nervo ricorrente, il nervo ricorrente stesso in prossimità del ganglio presentavano scarse, ma evidenti cellule ganglionari.

Il fatto che per noi ha maggior importanza, si è l'aver trovato anche in tutti i rami cardiaci che si comportavano in modo normale, cioè non interrotti da ganglii, *costantemente* esistere nel loro decorso, in mezzo alle loro fibre, cellule ganglionari evidentissime, ora isolate ora riunite in piccoli gruppetti, tanto da formare un vero ganglio microscopico.

Di più, quantunque non possiamo determinare il rapporto assoluto perchè non ci parve possibile contare queste cellule nei diversi esemplari; possiamo però affermare a *priori* dalla frequenza dei preparati che contenevano cellule gangliari, e dal numero di queste nei singoli preparati, che le cellule sparse lungo le fibre erano apprezzabilmente più abbondanti in quegli esemplari che non presentavano ganglii microscopici nel loro decorso.

Ed in un cadavere di Microcefalo, che capitò all' Istituto Anatomico, abbiamo riscontrato a destra che i nervi cardiaci pel plesso cardiaco partivano da un plesso cervicale quasi identico a quelli che abbiamo sopra descritti, senza che in esso fosse possibile riconoscere macroscopicamente la presenza di alcun ganglio, e invece alla dilacerazione ci si presentò una quantità relativamente considerevole di cellule ganglionari, quali non ci fu possibile osservare negli altri preparati. E così per gli esemplari privi di ganglii apparenti abbiamo sempre trovato molto più facile il rintracciare in mezzo alle fibre nervose, cellule isolate o raggruppate in ganglietti.

Abbiamo solo potuto contare le cellule dei due rami cardiaci superiori che partivano dal nervo ricorrente e descritti a pag. 2 di questo lavoro.

In uno di essi, il superiore, trovammo un gruppo di cellule in numero di sei, altre tre cellule disposte in serie lineare in mezzo alle fibre, più un'altra cellula isolata pure serrata fra le fibre, in fine due altre cellule aggruppate fra loro; cioè un

complesso di dodici cellule in un tratto di circa due centimetri dalla origine dei detti nervi fin dove andavano ad anastomizzarsi come più sopra è descritto.

Nel ramo medio non ci fu dato di riscontrare che un gruppo di otto o nove cellule e nessuna altra sparsa.

Per tutti gli altri rami , avendo fatte dilacerazioni separate ed alcune fibrille andate perdute per cattiva conservazione o colorazione, non possiamo dare neppure un numero approssimativo delle cellule, e dobbiamo limitarci ad affermare la loro *indiscutibile esistenza*.

Riguardo al rapporto numerico fra le cellule che si trovano nei nervi cardiaci umani e quelle degli animali che abbiamo esaminato (cavallo, asino, coniglio) non possiamo nulla affermare, sia perchè per gli animali abbiamo solo esaminati tratti isolati di nervi e mai un completo sistema cardiaco, ed anche perchè in questa parte del nostro esame non abbiamo trovato apprezzabili differenze.

Le cellule da noi riscontrate si presentano come tutte le altre cellule comunemente descritte nei rami periferici, e specialmente come quelle viste nei preparati del Rattone, dello Sperino e di uno di noi, i cui risultati furono più sopra citati.

Si presentano le cellule di forma più o meno globosa con nucleo e nucleolo ben evidenti, e qualche volta con due nuclei. Sono attorniati da una capsula rivestita da elementi endotelici, il protoplasma è più o meno riccamente pigmentato.

Le cellule ganglionari ci apparirono ora apolari, ora con un unico prolungamento, ora bipolari.

Nelle dissezioni poco accurate o nei preparati che soffrirono avarie, le cellule apolari ci apparivano in numero maggiore. Quindi anche noi senza volere assolutamente negare l'esistenza delle cellule apolari possiamo ben affermare che molte volte così appaiono per le manovre della preparazione o per una non buona conservazione.

Nel numero abbastanza considerevole di preparati che abbiamo fatto, non ci venne mai dato di osservare che alcuno di questi elementi cellulari si trovasse ad interrompere propriamente il decorso di una fibra. Questo fatto nell'uomo è in rapporto con quanto già affermava il Kölliker; però neppure negli animali ci venne dato di osservare questa circostanza che Kölliker stesso enuncia come differenza fra la struttura dei ganglii spinali nell'uomo, e quelli degli animali inferiori.

Nella sezione di questi ganglii trovammo una ragione di più per dedurre, che le cellule ganglionari periferiche non sono destinate ad interrompere le fibre già esistenti; ma piuttosto a produrne di nuove: e infatti la topografia delle cellule nei nostri ganglii è uguale a quella che fu già notata dal Kölliker nei ganglii spinali, cioè al centro del ganglio si ha un fascio di fibre compatto che lo attraversa in tutta la sua lunghezza, e alla periferia sono disposte pure compatte le cellule nervose, e all' uscita del ganglio si vede la confluenza del fascio centrale e dei fasci periferici per formare il nervo efferente.

In vero noi non abbiamo contate tutte le fibre all'entrata e all'uscita dal ganglio, e manca questo dato in appoggio a qualsiasi ipotesi.

Le cellule, che noi abbiamo esaminate possono dividersi in due ordini: in quelle alquanto più grosse e meno pigmentate, con capsula più evidente, e queste in maggior numero si trovano nei N. cardiaci provenienti dal pneumogastrico, nella loro parte superiore prima che si fossero esauriti nel plesso cardiaco o si fossero fra loro anastomizzati (Fig. IV): ed in cellule più piccole, con abbondante pigmento nerastro, capsula meno spiccata e tali ci apparivano la maggior parte delle cellule nei piccoli ganglietti dissociati o sezionati, nei N. cardiaci provenienti dal Simpatico e nei loro tratti di anastomosi con quelli del Pneumogastrico (Fig. V).

Alcuni Autori vollero trovare, parlando del sistema nervoso centrale, un rapporto fra la forma delle cellule ed il mezzo ambiente in cui si trovano, attribuendo l'appiattimento e l'allungamento di certi ordini di cellule al trovarsi esse in rapporto a fibre.

In vero la forma globosa, che noi costantemente abbiamo trovato in queste cellule serrate in mezzo a fasci fibrosi, non verrebbe a dimostrare che una grande influenza la forma delle cellule nervose subisca dal mezzo ambiente; poichè se ciò fosse *a fortiori* si dovrebbero avere forme allungate ed appiattite nelle cellule poste lungo il decorso dei nervi periferici, essendo in questo caso le condizioni più favorevoli; e le fibre periferiche più rigide e resistenti delle centrali dovrebbero maggiormente far sentire la loro azione sulle cellule nervose che in mezzo a loro si trovano.

Non sarà fuor di proposito ancora aggiungere che nelle sezioni fatte in corrispondenza dei piccoli ganglii già apparenti ad occhio nudo si potevano scorgere alcune cellule con più prolungamenti.

L'esame dei nervi cardiaci di un feto di sei mesi ci ha

confermato la presenza delle cellule colla stessa disposizione dell'adulto; ma non ci ha dato nessun contributo alla interpretazione del significato di queste cellule.

Però neppure con questo disperiamo che, esaminando un dato nervo nella serie progressiva delle età, tenendo conto delle varietà di numero e disposizione si abbiano a trarre conseguenze interessanti per ciò che riguarda il significato di esse cellule; come siamo persuasi che esaminando le alterazioni di queste cellule in malattie nervose con sintomi periferici si trarranno deduzioni non disprezzabili.

I lavori fin qui pubblicati dimostrano come in una rilevante estensione del sistema nervoso periferico si siano riscontrate cellule lungo il decorso dei nervi, noi abbiamo già intrapresi studii in altre regioni, e possiamo fin d'ora affermare in modo positivo l'esistenza di cellule *nel cordone Simpatico* che unisce i ganglii che lo costituiscono; e di più abbiamo potuto riscontrare la presenza di un ganglio microscopico costante nel punto in cui *i nervi comunicanti simpatici vanno a unirsi coll'intercostale*, e questo spiegherebbe il fatto dell'Antonelli (1), che trovò in un esemplare « *alcune intumescenze gangliformi esistenti nel tronco di nervi intercostali, nel punto d' inserzione dei relativi fili comunicanti del Simpatico, o immediatamente in fuori.* »

L'Antonelli si è arrestato a questa descrizione, e non ha osservato se ganglii microscopici esistessero anche nei casi in cui essi non erano apparenti; oltrechè nell'uomo tali ganglii trovansi anche in alcuni animali in cui appaiono anche macroscopicamente. Su questi però ritorneremo in un prossimo lavoro.

Trovammo pure cellule nervose nei rami anastomotici delle radici spinali posteriori, illustrate specialmente dall'Hilbert (2).

Questo fatto non ci meravigliò perchè essendo esse cellule costanti nelle radici stesse, tutto ci portava a credere dovessero anche esistere nelle loro anastomosi, e la ricerca difatti non fu infruttuosa.

È lecito da tutto questo dedurre:

1° Che i ganglii sopranumerari nel decorso dei nervi periferici non costituiscono altro che una *esagerazione di un fatto*

---

(1) ANTONELLI, *Di una rara anomalia del plesso brachiale e di alcuni ganglii sopranumerari nel corso dei sette ultimi nervi intercostali.* Resoconto della R. Accademia medica di Napoli. Tom. 33. fasc. 3°.

(2) R. HILBERT, *Zur Kenntniss der Spinalnerven.* Königsberg, 1878.

normale, o quanto meno *l'accumulo in un punto di cellule che d'ordinario si trovano sparse;*

2° Questa costante presenza di cellule nel decorso dei nervi periferici aumenta *l'importanza fisiologica e patologica del sistema nervoso periferico* in rapporto specialmente al centrale.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE.

Figura I (schematica).

1. Ganglii cervicali del Gr. Simpatico, medio ed inferiore.
2. Cordone simpatico cervicale.
3. Rami cardiaci simpatici.
4. Ganglio di convergenza dei due rami cardiaci simpatici superiori.
5. N. ricorrente.
6. Ganglio che è annesso al Ricorrente e rami che ne partono.

Figura II (schematica).

1. Ganglii cervicali del Gran Simpatico, superiore ed inferiore.
2. Cordone simpatico cervicale.
3. Rami cardiaci simpatici.
4. Ganglio annesso al ramo cardiaco simpatico superiore.
5. N. ricorrente.
6. Rami cardiaci che partono dal ricorrente.

Figura III (schematica).

1. Tronco pneumogastrico.
2. Tronco gran simpatico cervicale.
3. Ramo cardiaco simpatico superiore.
4. Ramo cardiaco pneumogastrico superiore.
5. Ganglio di convergenza.

Figura IV (Koristka Obb. 8, Oc. 3).

Cellula isolata di un ramo cardiaco pneumogastrico alla sua parte superiore.

Figura V (Koristka Obb. 8, Oc. 3).

Cellula isolata del ramo efferente del ganglio (N. 5, Fig. 3).

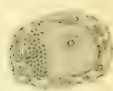
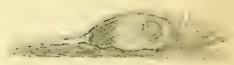



Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 5

Omografie che mutano in se stessa una certa curva gobba del 4° ordine e 2ª specie, e correlazioni che la mutano nella sviluppabile dei suoi piani osculatori (*); del Dott. Alfonso Del Re.

La curva gobba del quart'ordine e 2ª specie, di cui mi occupo in questo lavoro, è quella nella quale i punti di contatto dei piani tangenti stazionari coincidono due a due. Essa venne incontrata per la prima volta dal Cayley (**) in uno studio su certe sestiche sviluppabili, e dal Cremona (***) nella ricerca delle curve asintotiche di una superficie gobba del 3° grado. Il Cremona poi in una comunicazione all'Istituto Lombardo (tornata del 19 marzo 1868), usando di una speciale rappresentazione della curva, mostrò, fra altri risultati, esistere una involuzione rigata atta a mutare la curva in se stessa ed una polarità nulla che la muta nella sviluppabile dei suoi piani osculatori. Più tardi il signor Weyr (****), giovandosi di quella rappresentazione, mostrò che le terne di punti situate sulle rette trisecanti della curva formano serie proiettive, e più tardi ancora il Bertini (*****), in un articolo sulla curva generale del 4° ordine e 2ª specie, incontrò di nuovo la curva in quistione e ne mise in rilievo alcune proprietà, delle quali una parte sono già implicitamente contenute nei risultati del Cremona. Qualche tempo appresso il signor

(*) La quadrica gobba generale di 2ª specie è mutata in sè da tre involuzioni assiali: esse sono quelle che hanno per assi le tre coppie di spigoli opposti del tetraedro formato dalle corde principali della quartica e dagli assi principali della sua sviluppabile bitangente (cfr. per la definizione di corde principali della curva, e conseguentemente di assi principali della sviluppabile bitangente, la memoria del Bertini citata più giù, e quella di Armenante « *Sulle curve gobbe razionali del 4° ordine* » nel Giornale di Battaglini, An. 1873, pag. 221).

(**) *Quarterly Journal of pures and applied Mathematics*, vol. 7, p. 105.

(***) *Rendiconti dell'Istituto Lombardo*, An. 1868.

(****) Ibid., An. 1871.

(*****) Ibid., An. 1872.

Appell (*), cercando le curve di 4° ordine, alle quali fosse possibile imprimere un movimento elicoidale capace di far acquistare ai punti della curva velocità perpendicolari ai piani osculatori in essi, trovò che tali curve sono precisamente quelle della specie indicata; e che queste godono ancora della proprietà che loro si può imprimere un secondo movimento elicoidale capace di far acquistare ai punti della curva velocità perpendicolari ai piani condotti per essi ad osculare altrove la curva. Il signor Appel pervenne così a mostrare l'esistenza di una seconda polarità nulla che muta la curva nella sviluppabile dei piani osculatori, corrispondentemente al secondo dei movimenti ora menzionati; cosa che del resto si può concludere più direttamente componendo l'involuzione e la polarità nulla trovate dal Cremona. Finalmente la stessa curva venne incontrata dal signor Picard (**), in un articolo sulle curve le cui tangenti appartengono ad un complesso lineare, ma senza aggiungere niente ai risultati precedenti; e recentemente il Dott. A. Brambilla (***), occupandosi di alcuni casi particolari della curva razionale di 4° ordine, ha mostrata l'esistenza di una quadrica (che non è però la sola) (****), la quale muta la curva nella sviluppabile dei piani bitangenti.

Ora io mi propongo il problema generale di cercare tutte le omografie che mutano la curva in se stessa, e tutte le correlazioni che la mutano nella sviluppabile dei suoi piani osculatori, riserbandomi di mostrare in un altro lavoro quali sono le correlazioni che la mutano nella sviluppabile dei piani bitangenti, e d'aggiungere ancora altri risultati che si rannodano al medesimo ordine di considerazioni.

(*) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, An. 1876.

(**) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, An. 1877. — *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, An. 1877.

(***) *Rendiconti dell'Accademia delle Scienze di Napoli*, An. 1885.

(****) Io ho dimostrato in fatti che vi sono infinite quadriche che mutano la curva nella sviluppabile dei piani bitangenti, che queste quadriche sono le quadriche polari dei punti della curva rispetto a ciascuna delle superficie del terz'ordine di due sistemi ∞^1, le cui Hessiane si spezzano in una medesima quaterna di piani; e che vi sono poi due altre quadriche nel fascio delle tangenti trisecanti della curva e delle unisecanti appoggiate a queste tangenti, le quali hanno la stessa proprietà rispetto alla curva ed alla sviluppabile bitangente.

§ I.

Omografie che mutano la curva in se stessa. Due serie distinte di tali omografie.

1\. Sia Ω una omografia dello spazio la quale muti la curva data C in se stessa: tale omografia determinerà sulla curva due serie proiettive di punti per modo che, indicando con ω ed ω' i parametri di due punti corrispondenti, avrà luogo fra essi una relazione bilineare della forma:

$$a\omega\omega' + b\omega + c\omega' + d = 0 \qquad \ldots (1),$$

in cui i coefficienti a, b, c, d dipendono dalla natura di Ω. Siano ora ω_1, ω_2, ω_3, ω_4, i parametri di quattro punti di C situati in un piano π, ed ω_1', ω_2', ω_3', ω_4' i parametri dei quattro punti corrispondenti; poichè questi dovranno essere situati nel piano π' corrispondente di π in Ω, immaginando la curva rappresentata dalle equazioni

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \omega^4 : \omega^3 : \omega : 1 \ (*) \qquad \ldots (2),$$

avremo le equazioni di condizione

$$\Sigma \omega_i \omega_k = 0 \ (**) \qquad \ldots (3).$$

$$\Sigma \omega_i' \omega'_k = 0 \qquad \ldots (4),$$

(*) Questa è la rappresentazione della curva proposta dal CREMONA: il tetraedro fondamentale a cui sono riferite le coordinate x_1, x_2, x_3, x_4 del punto di parametro ω si compone al seguente modo:

Detti E, F i due punti singolari della curva, e d, d' le tangenti in essi (tangenti trisecanti)

$x_1 = 0$ è il piano φ stazionario in E.
$x_2 = 0$ è il piano γ che passa per $EF \equiv f$ e per d.
$x_3 = 0$ è il piano δ che passa per f e per d'.
$x_4 = 0$ è il piano ε stazionario in F.

Le coppie di costole opposte di questo tetraedro sono le rette d, d', le rette f ed $\varepsilon\varphi \equiv f'$, e le rette $\varepsilon\gamma \equiv g$, $\varphi\delta \equiv g'$ (unisecanti della curva appoggiate alle tangenti trisecanti): i vertici sono poi i punti E, F, $\varepsilon\varphi\gamma \equiv D$, $\varepsilon\varphi\delta \equiv G$.

(**) Per queste condizioni si può vedere la nota citata del CREMONA.

con $ik = 12, \ldots 34$.

La (4), in grazia della (1) che dà $\omega_i' = -\frac{b\omega_i + d}{a\omega_i + c}$, può scriversi:

$$\sum_{ik} \frac{b\omega_i + d}{a\omega_i + c} \cdot \frac{b\omega_k + d}{a\omega_k + c} = 0 ;$$

e riducendo a forma intera

$$\sum_{ik, lm} (a\omega_i + c)(a\omega_k + c)(b\omega_l + d)(b\omega_m + d) = 0$$

(ik, lm essendo due combinazioni binarie complementari dei numeri 1, 2, 3, 4). Da questa, tenendo conto della (3), si ricava:

$$2a^2b^2\omega_1\omega_2\omega_3\omega_4 + ab(ad + bc)\Sigma\omega_i\omega_k\omega_l + cd(c+d)\Sigma\omega_i + 2c^2d^2 = 0 .$$

Ora, questa relazione dovendo aver luogo qualunque siano i valori delle ω, solo che sottoposti alla condizione (3), dovrà essere necessariamente $ab = 0$, $cd = 0$, e quindi la (1) avrà una delle forme seguenti:

$$b\omega + c\omega' = 0 \ldots (\mathrm{I}) ; \quad a\omega\omega' + d = 0 \ldots (\mathrm{II}) ; \quad b\omega + d = 0 ; \quad a\omega + c = 0 .$$

Verificandosi la prima di queste relazioni si ha in Ω un'omografia in cui i punti di contatto dei piani stazionari sono punti uniti; verificandosi la seconda si ha in Ω un'omografia involutoria in cui questi punti sono coniugati; verificandosi la terza o la quarta si ha in Ω un'omografia degenere. Tenendo conto delle sole omografie non degeneri noi abbiamo dunque questo risultato:

Allorchè un'omografia, non degenere, Ω *muta in se stessa la curva* C, *in essa i due punti singolari di* C *o sono punti uniti, o sono punti corrispondenti: in quest'ultimo caso* Ω *è necessariamente involutoria.*

2. A questo risultato saremmo potuti pervenire più immediatamente osservando che ogni omografia Ω che muti C in se stessa muta necessariamente un punto singolare di C o in se stesso o in un altro punto analogo di C; e che ogni omografia

su una curva razionale in cui due punti si corrispondono in doppio modo è necessariamente una involuzione: ma i risultati analitici che abbiamo dedotti ci servono a mostrare che, viceversa *dando su C una proiettività della forma* (I) *o* (II) *resta determinata una omografia non degenere Ω che muta C in se stessa.*

In vero, considerando p. e. la (I), di quattro punti ω_1, ω_2, ω_3, ω_4, situati in un piano π, i corrispondenti sulla curva sono $-\frac{b}{c}\omega_1$, $-\frac{b}{c}\omega_2$, $-\frac{b}{c}\omega_3$, $-\frac{b}{c}\omega_4$; e questi, in grazia del fattore $\frac{b^2}{c^2}$ che si presenta in tutti i termini, verificano la condizione di stare in un piano, come sapevamo (n.° 1). Dunque l'omografia (I) sulla curva fa corrispondere ad un piano π dello spazio un piano unico π', e viceversa. Inoltre, considerando i quattro piani π_1, π_2, π_3, π_4, che escono per un punto P e sono osculatori alla curva, siccome i punti di contatto di essi sono in un piano π che passa per P (*), i quattro piani π_1', ..., π_4' corrispondenti di quelli avranno i loro punti di contatto nel piano π' corrispondente di π, e perciò concorreranno in un unico punto P' di π'. Sicchè ad ogni punto P corrisponde anche un unico punto P'. Si può mostrare che questo avviene in modo che, quando un punto ed un piano si appartengono, il punto ed il piano corrispondente si appartengono ancora; dunque le coppie $\pi\pi'$ di piani e le coppie PP' di punti così corrispondenti costituiscono un'unica omografia dello spazio, la quale *contiene* la (I), e perciò trasforma C in se stessa (**).

Un analogo ragionamento si farebbe se invece della (I) si considerasse la (II). Si hanno dunque due serie *distinte* di omografie che mutano la curva in se stessa, in corrispondenza della (I) e della (II). Quella in corrispondenza della (II) sono tutte involutorie, e di quelle in corrispondenza della (I) una sola è involutoria (n.° 4). Studieremo più vicino (§ II e § III) queste due serie di omografie, ma in primo luogo stabiliamo le formule che le definiscono.

(*) Cremona, loc. cit.

(**) Il ragionamento ora fatto avrebbe potuto essere evitato, e si sarebbero potute stabilire direttamente in base alle (I) e (II) le formule (5) e (6); ma esso ci mostra che ciascuna delle omografie rappresentate da queste formule muta in sè stessa la polarità nulla in cui ad ogni punto della curva è corrispondente il piano osculatore in esso; cosa di cui si ha bisogno nel n.° 12.

3. Poichè in una delle omografie corrispondenti alla (I) un punto ω della curva ha per corrispondente il punto $-\frac{b}{c}\omega$, per le coordinate di questi due punti corrispondenti, noi avremo, ricordando le (2), le formule

$$x_1' : x_2' : x_3' : x_4' := b^4 x_1 : -b^3 c x_2 : -b c^3 x_3 : c^4 x_4 \quad ...(5).$$

Queste formule, ove b, c sono parametri omogenei variabili da un'omografia all'altra, sono evidentemente quelle che stabiliscono *tutte* le omografie della prima serie.

Con un processo perfettamente analogo si trova che le formule che stabiliscono le omografie della seconda serie sono:

$$x_1' : x_2' : x_3' : x_4' = a^4 x_4 : -a^3 d x_3 : -a d^3 x_2 : d^4 x_1 \quad ...(6).$$

Le omografie delle due serie ora rinvenute sono evidentemente anche quelle che mutano in sè la sviluppabile S dei piani osculatori alla curva.

§ II.

Alcune particolari omografie della prima serie. — Assi delle omografie della seconda serie. — Altre proprietà.

4. Le omografie della prima serie, che noi indicheremo sempre dicendo *le omografie* (I), hanno il tetraedro fondamentale $DEFG$ (cfr. nota al n.° 1) per tetraedro comune di elementi uniti. Fra esse però ve ne sono sei, inclusa l'omografia identica, le quali oltre ai vertici, facce e spigoli di quel tetraedro hanno infiniti altri elementi uniti: queste rispondono ai seguenti valori di b, c:

$$\left.\begin{array}{l} b=c\,, \quad b=-c\,, \quad b=-\alpha c\,, \quad b=-ic\,, \\ b=\alpha c\,, \quad b=ic \quad \left(\alpha=\sqrt[3]{1}\,, \quad i=\sqrt{-1}\right) \end{array}\right\} \quad ...(8),$$

e sono:

la 1ª involutoria, e noi la indicheremo sempre con J;
la 2ª identica;

la 3^a ciclica di 3^o ordine (*), e noi la indicheremo con $\Omega_{(3)}$;

la 4^a ciclica di 4^o ordine, e la indicheremo con $\Omega_{(4)}$;

la 5^a ciclica di 3^o ordine, ed equivalente alla inversa $\Omega_{(3)}^{-1}$ (**) di $\Omega_{(3)}$.

la 6^a ciclica di 4^o ordine, ed equivalente ad $\Omega_{(4)}^{-1}$.

Cerchiamo i sostegni degli infiniti elementi uniti di ciascuna di queste omografie. Dobbiamo porre nelle formule (6) successivamente per b, c, i valori (8), e poi esaminare per quali valori di ρ si ha $\rho x_i' = x_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$. Ora ciò facendo si vede:

1° Che l'involuzione J è *assiale* (***) ed i suoi assi sono le rette f, f' (cfr. nota al n.° 1);

2° Che l'omografia $\Omega_{(3)}$, e quindi anche la $\Omega_{(3)}^{-1}$ è assiale ed i suoi assi sono le rette g, g'.

(*) Vi sono nello spazio due specie di omografie cicliche nel 3° ordine; nell'una i punti di uno stesso ciclo sono sempre per diritto, nell'altra sono sempre in piani passanti per una retta fissa. Si possono consultare a questo proposito le *Lezioni di Geometria proiettiva* che il mio carissimo maestro prof. A. Sannia va dando alla luce. In questo libro, ove sono usati nel pretto senso della parola i metodi puri della Geometria introdotti da Staudt, si trova una classificazione completa delle omografie nelle forme fondamentali delle prime tre specie, ed in particolare si trova fatto uno studio delle omografie cicliche. Una classificazione delle omografie si trova anche nell'opera di Staudt « *Beiträge* », ma i metodi ivi seguiti sono diversi.

(**) Questa maniera di simboleggiare l'omografia inversa di una data è presa dalla teoria delle operazioni. Ne faremo uso anche a proposito delle correlazioni.

(***) Sotto il nome di *involuzione assiale* o *involuzione rigata* (*geschaart-involutorisches Systems* di Staudt) intendiamo ogni omografia involutoria dello spazio che non sia omologica. Lo Stephanos la chiama *omologia involutiva gobba* (v. *Sur les systèmes desmiques de trois tétraèdres*, nel Bull. des Sciences Math. et Astr., t. , An.); ed anche *Mémoire sur la représentation des homografies binaires* etc., Math. Ann., t. 22, An. 1883. Battaglini la chiama invece *prospettiva di 2ª specie* (v. *Sulla Geometria proiettiva*, Memoria terza, Acc. di Napoli, An. 1887) e Sylvester la chiama *omografia biassiale* (vedi *Comptes rendus de l'Acad. des Sciences*, An. 1886, t. CI, e vedi anche Ibid., An. 1887, fascic. 14 Marzo, gli articoli di M.lle Bortniker et M.r Darboux). La denominazione da noi introdotta è presa dalla memoria del Segre « *Le coppie di elementi immaginarii*, etc. ». Atti dell'Accademia di Torino, 1886, e dall'opera citata del professore Sannia, in cui è chiamata *assiale* ogni omografia dello spazio con infinite rette unite.

3° Che l'omografia $\Omega_{(4)}$, e quindi anche la $\Omega^{-1}_{(4)}$ non è assiale ma ha la retta f, come luogo d'infiniti punti uniti, e la retta f' come luogo d'infiniti piani uniti (*).

La involuzione J è quella di cui si fa cenno nella nota citata del CREMONA: essa accoppia i punti della curva per modo che due punti di una stessa coppia sono in una retta che si appoggia ad f, f' e sono separati armonicamente da queste. Il luogo delle congiungenti tutte queste coppie di punti è una superficie gobba di 3° grado $\Gamma^{(3)}$, perchè su di una trisecante della curva si appoggiano tre sole sue generatrici, le rette cioè che uniscono i tre punti della curva situati sulla trisecante ai loro coniugati nella involuzione J.

La omografia $\Omega_{(3)}$ è tale che ogni suo ciclo di punti è in una retta appoggiata alle rette g, g': se dunque un elemento di un ciclo è un punto della curva, gli altri due elementi sono gli altri due punti della curva situati sulla trisecante che passa per quello; vale a dire che le serie di punti situati sulle trisecanti della curva si corrispondono omograficamente nella omografia $\Omega_{(3)}$. Ciò *completa* la proprietà indicata da WEYR (**).

La omografia $\Omega_{(4)}$ è tale che ogni suo ciclo di punti è contenuto in un piano che passa per la retta f', ed ogni suo ciclo di piani in una stella il cui centro è in f. Se dunque noi meniamo per f' un piano arbitrario, questo segherà la curva in quattro punti costituenti un ciclo di $\Omega^{(4)}$; vale a dire, poichè $\Omega^2_{(4)} \equiv J$, in quattro punti che si distribuiscono in due coppie coniugate della involuzione J. Ciò mostra che ogni piano per la retta f' contiene due generatrici della superficie $\Gamma^{(3)}$, e che il punto d'incontro di queste è sulla f. La f è dunque per $\Gamma^{(3)}$ luogo di punti doppi, la f' luogo di piani tangenti doppi (*Cremona*, l. c.).

Nella serie delle omografie (I) ve ne sono sempre delle $\Omega_{(n)}$ cicliche di ordine assegnato n, esse si ottengono ponendo $b = \alpha c$ ove α è una delle radici imaginarie n^{me} dell'unità. Quando $n = 3k$

(*) Questa omografia è del tipo [(11) 1] nella classificazione delle omografie dello spazio data dai signori LORIA (*Sulle corrispondenze proiettive*, etc. Giornale di Battaglini, An. 1884); e SEGRE (*Sulla teoria e classificazione delle omog. nello spazio ad* n *dim.;* Acc. Lincei, 1883-84) e del tipo del n. 125 *e*), *f*), nella classificazione data dal prof. SANNIA (Op. cit., pag. 236 e 237).

(**) WEYR, loco citato.

i punti di uno stesso ciclo si distribuiscono per terne sopra k generatrici di un medesimo iperboloide, e formano su queste altrettanti cicli dell'omografia ciclica di 3.° ordine $\Omega^{k}_{(n)} \equiv \Omega_{(3)}$ (*).

Quando $n = 4k$ i punti di uno stesso ciclo si distribuiscono quattro a quattro in k piani che passano per la retta f' e formano su questi altrettanti cicli dell'omografia ciclica $\Omega^{k}_{(n)} \equiv \Omega_{(4)}$, ecc.

5. Le omografie della seconda serie sono involutorie, siccome abbiamo avvertito al n° 2, e sono inoltre assiali. Per ognuna di esse gli assi sono le due rette h, h' rappresentate dalle equazioni:

$$a^2 x_1 - d^2 x_4 = 0 \ , \qquad a\, x_2 + d\, x_3 = 0 \qquad \ldots (7) ;$$

$$a^2 x_1 - d^2 x_4 = 0 \ , \qquad a\, x_2 - d\, x_3 = 0 \qquad \ldots (8) ;$$

Queste rette si appoggiano alla f rispettivamente nei punti:

$$x_1 = d^2, \ x_2 = 0, \ x_3 = 0, \ x_4 = a^2; \quad x_1 = -d^2, \ x_2 = 0, \ x_3 = 0, \ x_4 = a^2,$$

ed alla f' nei punti:

$$x_1 = 0 \ , \qquad x_2 = -d \ , \qquad x_3 = a \ , \qquad x_4 = a^2 \ ;$$

$$x_1 = 0 \ , \qquad x_2 = d \ , \qquad x_3 = a \ , \qquad x_4 = 0 \ ;$$

e perciò separano armonicamente entrambe le coppie di rette dd' e gg'; cosa che del resto dovevamo aspettarci dovendo essere queste coppie di rette coniugate nella involuzione di assi h, h' (**).

Se dalle equazioni (7) e (8) noi eliminiamo a e d, noi otteniamo il luogo di tutte le coppie di rette h, h'. La eliminazione ci conduce alle superficie

$$x_1 x_3^2 - x_2^2 x_4 = 0 \ , \qquad x_1 x_3^2 + x_2^2 x_4 = 0 \ ,$$

(*) In generale un ciclo qualunque di $\Omega_{(n)}$ è sempre contenuto in una curva della stessa specie della curva C, e che ha comuni con questa i punti E, F, le tangenti d, d' ed i piani stazionarii ε, φ. Ciò risulta dal fatto che due cicli qualunque di $\Omega_{(n)}$ sono sempre due poligoni omografici in una omografia che muta $\Omega_{(n)}$ in se stessa, ed un ciclo di cui un punto è sulla C sta per intero su questa. Ciò è anche d'accordo col fatto comune a tutte le omografie cicliche non assiali, che cioè ogni ciclo di una tale omografia è sempre contenuto in un'iperboloide o in una coppia di piani (che possono pure coincidere) come dimostrò Lüroth nella sua memoria: *Das imaginäre* etc., Math. Ann., t. 13.

(**) Di vero tale involuzione muta la curva in se stessa e scambia tra loro i punti E, F ed i piani ε, φ (n. 1); perciò scambierà fra loro anche le rette d, d' e le rette g, g'.

delle quali la prima rappresenta la Γ^3 (n.° 4), e la seconda rappresenta la superficie $\Gamma_1{}^3$ che può ottenersi da questa mediante una qualunque delle sostituzioni lineari seguenti:

$$\left.\begin{array}{llll} x_1' = -x_1 & x_1' = x_1 & x_1' = x_1 & x_1' = x_1 \\ x_2' = x_2 & x_2' = x_2 & x_2' = i x_2 & x_2' = x_2 \\ x_3' = x_3 & x_3' = x_3 & x_3' = x_4 & x_3' = i x_3 \\ x_4' = x_4 & x_4' = -x_4 & x_4' = x_4 & x_4' = x_4 \end{array}\right\} \left(i=\sqrt{-1}\right),$$

e che sono rispettivamente: 1° l'omologia armonica di centro F e piano φ; 2° l'omologia armonica di centro E e piano ε; 3° l'omologia di centro G, piano γ e costante i; 4° l'omologia di centro D, piano δ e costante i.

§ III.

Omografie risultanti dal prodotto di due omografie date nelle due serie. — Permutabilità fra le omografie di queste serie.

6. Il prodotto (*) di due omografie qualunque Ω_1, Ω_2 che mutano in se stessa la curva C, muta evidentemente pure in se stessa questa curva, e quindi appartiene ad una delle serie (I), (II). Se Ω_1, Ω_2 fanno parte di una stessa serie, esse lasceranno entrambe inalterati i punti E, F, o entrambe li scambieranno fra loro, sicchè questi punti rimarranno pure inalterati nel prodotto $\Omega_1 \Omega_2$ ed allora (n.i 1 e 5) questo sarà un'omografia della serie (I). Se invece Ω_1, Ω_2 fanno parte di serie diverse, una di esse lascerà inalterati i punti E, F, mentre l'altra li scambierà fra loro; quindi questi punti rimarranno scambiati anche mediante il prodotto $\Omega_1 \Omega_2$; ed $\Omega_1 \Omega_2$ sarà allora (n.i 1 e 5) una involuzione della serie (II). Si ha dunque che *due omografie di serie omonima hanno per prodotto una omografia della serie* (I), *due omografie di serie diversa hanno per prodotto un'involuzione della serie* (II).

(*) L'omografia risultante dall'applicare successivamente due o più date omografie, suol dirsi *prodotto* di queste: così se A' è l'elemento corrispondente di un elemento A nell'omografia Ω_1, ed A'' quello corrispondente di A' in Ω_2, sarà A'' il corrispondente di A nell'omografia prodotto $\Omega_1 \Omega_2$.

7. Da questa proprietà si ricava facilmente che viceversa *ogni omografia della serie* (I) *si può in infiniti modi decomporre nel prodotto di due omografie di una stessa serie; e che ogni involuzione della serie* (II) *si può in infiniti modi decomporre nel prodotto di due omografie di serie diverse.*

Di vero, se Ω_1 è un'omografia della serie (I) ed Ω_2 un'omografia della stessa serie o di serie diversa, ponendo $K \equiv \Omega_1 \Omega_2$ ...(3), sarà K, pel teorema precedente, o un'omografia della serie (I) o un'involuzione della serie (II); moltiplicando perciò a sinistra la (3) per Ω_1^{-1}, o anche a dritta per Ω_2^{-1} nell'un caso e per Ω_2 nell'altro, noi otteniamo:

$$\Omega_2 \equiv \Omega_1^{-1} K \quad \text{e anche} \quad \Omega_1 \equiv K \Omega_2^{-1} ,$$
$$\Omega_1 \equiv K \Omega_2 ;$$

e queste relazioni, poichè una omografia qualunque e la sua inversa appartengono sempre ad una medesima serie, dimostrano quanto abbiamo asserito.

In particolare la J (n.° 4) è l'unica involuzione, se si eccettua l'omografia identica, che si possa in infiniti modi decomporre nel prodotto di due omografie di una stessa serie; perciò vi è un modo solo come distribuire le omografie di ognuna delle serie in coppie tali che il prodotto delle omografie di ogni coppia sia involutorio. Come si costruiscano queste coppie risulta già dal ragionamento che ora abbiamo fatto, ma quando si tratti di involuzioni della serie (II) esse si costruiscono assai più facilmente osservando che gli assi di due involuzioni di questa serie, le quali hanno per prodotto la J, hanno i medesimi punti di appoggio sulle rette f, f'.

È pure a notare che risulta da quanto si è detto che una qualunque delle omografie che mutano la curva in se stessa si può sempre decomporre, ed in infiniti modi, nel prodotto di due omografie *assiali* che hanno la stessa proprietà (*). — Siccome un'omografia che muta la curva in se stessa, muta in se stessa la serie delle trisecanti di essa, cioè delle generatrici dell'unico iperboloide passante per la curva, così tale risultato si trova in

(*) Quando l'omografia appartiene alla serie (II) una delle omografie assiali *componenti* sarà sempre necessariamente la J, o una delle omografie cicliche $\Omega_{(3)}$, $\Omega^{-1}_{(3)}$ (n. 4).

accordo colla proprietà comune a tutte le omografie che non alterano la serie delle generatrici di un iperboloide, di potersi cioè decomporre nel prodotto di due omografie assiali aventi la stessa proprietà (*).

8. Se mediante un'omografia Ω_1 che muta C in se stessa, si trasforma un'omografia Ω_2 che pure muta C in se stessa, siccome ad una coppia di punti corrispondenti in Ω_2 situati sulla curva corrisponde, mediante Ω_1, una coppia di punti situati su questa, l'omografia Ω'_2, trasformata di Ω_2, muterà anch'essa C in se stessa; e perciò apparterrà all'una o all'altra delle serie (I), (II) (**). Come poi Ω'_2 è involutorio solamente se lo è Ω_2, e quando è $\Omega_2 \equiv J$ è pure $\Omega'_2 \equiv \Omega_2$ (n.° 9), così abbiamo che *ogni omografia la quale non altera la curva* C *non altera neppure alcuna delle serie* (I), (II).

9. È importante di studiare anche più da vicino le relazioni che ligano le omografie delle due serie, ed tal uopo conviene premettere il seguente teorema del quale noi faremo anche uso in seguito. Esso ha luogo fra corrispondenze univoche in varietà qualunque, e perciò lo enuncieremo in tutta la sua generalità.

Allorchè due corrispondenze univoche C_1, C_2 *sono involutorie, la corrispondenza prodotto* $C_1 C_2$ *è trasformata nella sua inversa da ciascuna delle corrispondenze date.*

In vero, si abbiano in C_1 le corrispondenze $\frac{A_1 A_2}{A_2 B_2} \ldots$, ed in C_2 le corrispondenze $\frac{B_1 B_2}{A_2 A_3} \ldots$, si avranno allora nel prodotto $C_1 C_2$ le corrispondenze $\frac{A_1 A_2}{A_2 A_3} \ldots$, e poichè C_1, C_2 sono involutorie, anche l'altra $\frac{B_2}{B_1}$. Ora, trasformando $C_1 C_2$ mediante C_1 (o C_2), la coppia qualunque $A_1 A_2$ (o $B_2 B_1$) di $C_1 C_2$ viene trasformata nella coppia $B_2 B_1$ (o $A_3 A_2$) di $C_2 C_1$; e ciò prova l'asserto.

(*) KLEIN, *Math. Annalen*, t. IX, pag. 188, citato dietro la citazione di STEPHANOS « *Mémoire, etc.* », l. c. Vi è di questo teorema una elegantissima dimostrazione geometrica nell'opera più volte citata del prof. SANNIA.

(**) Questa proprietà della omografia Ω_2' risulta anche in conseguenza del teorema del n. 6, perchè Ω_2' non è altro che il prodotto di Ω_1^{-1} per $\Omega_2 \Omega_1$, vale a dire che si ha $\Omega_2' \equiv \Omega_1^{-1} \Omega_2 \Omega_1$. Siccome poi $\Omega_2'^{-1} \equiv \Omega_1^{-1} \Omega_2^{-1} \Omega_1$, così se Ω_2 è involutoria, cioè se $\Omega_2 \equiv \Omega_2^{-1}$, sarà pure $\Omega_2' \equiv \Omega_2'^{-1}$, cioè anche Ω_2 sarà involutoria.

Come corollario di questo teorema noi abbiamo che C_1, C_2, sono *permutabili* (*) col loro prodotto, e quindi anche fra loro, quando questo prodotto è involutorio; perciò, immaginando che C_1, C_2 sieno due involuzioni della serie (II), e ricordando il teorema del n. 7, noi concludiamo:

1.° *che un'involuzione qualunque della serie* (II) *muta nella sua inversa una omografia qualunque della serie* (I), *e quindi in se stessa la* J.

2.° *che due involuzioni qualunque della serie* (II) *sono permutabili solo quando hanno per prodotto la* J.

Dal 1.° di questi due teoremi ricaviamo poi il seguente:

Due omografie qualunque della serie (I) *sono sempre permutabili.*

Di vero, siano Ω_1, Ω_2 due omografie qualunque della serie (I), e si decomponga Ω_2, p. e., nel prodotto $J_1 J_2$ di due involuzioni della serie (II) (n.° 7). Poichè, in base a quel teorema, J_1 muta Ω_1 in Ω_1^{-1} e J_2 muta Ω_1^{-1} in Ω_1, il prodotto $J_1 J_2$ non altererà Ω_1; e quindi la proposizione è così dimostrata. — Questa proposizione e le precedenti completano quanto si è detto nel n. 8 (**).

§ IV.

Correlazioni che mutano la curva nella sviluppabile dei piani osculatori. — Due serie distinte di tali correlazioni.

10. Occupiamoci ora delle correlazioni che mutano la curva C nella sviluppabile S dei suoi piani osculatori, e sia K una qua-

(*) Due corrispondenze univoche qualunque C_1, C_2 sono dette *permutabili* (échangeables) quando è indifferente eseguire il prodotto $C_1 C_2$ o il prodotto $C_2 C_1$, cioè quando è $C_1 C_2 \equiv C_2 C_1$. Ora questa condizione è verificata quando C_1 muta in se stessa C_2.

(**) La proprietà dimostrata per le omografie della serie (I) risulta anche in base al seguente teorema, di cui, allorchè il tetraedro degli elementi uniti è reale, si trova una assai elegante dimostrazione nell'opera citata del prof. Sannia, pag. 258: *Due omografie quaternarie che hanno lo stesso tetraedro di elementi uniti sono permutabili.* — A meglio studiare la distribuzione delle omografie delle serie (I), (II), anche quest'altro teorema è utilissimo: *Ogni omografia assiale i cui assi siano due rette unite sghembe qualunque di una data omografia, è permutabile con questa* (V. Sannia, op. cit., pag. 29 e s.).

lunque di tali correlazioni. Poichè K muta C in S, ed un'omografia qualunque Ω della serie (I) o (II) non altera S (n. 3), il prodotto $K\,\Omega$, che evidentemente è un'altra correlazione, muterà pure C in S. Dunque, *conoscendo una correlazione che muti la curva nella sviluppabile dei suoi piani osculatori se ne otterranno infinite altre componendo quella con le omografie* (I), (II). — Ora, viceversa, se è K' un'altra qualunque delle correlazioni che fanno corrispondere a C la sviluppabile S, trasformando S col prodotto $K^{-1}K'$, questa sviluppabile rimarrà invariata, poichè la trasformazione $K^{-1}K'$ si esegue prima applicando K^{-1} che muta S in C, e poi applicando K' che muta C in S. Dunque (n. 10) $K^{-1}K'$ è una omografia di una delle serie (I), (II). Indicandola con Ω, e componendo K con Ω noi otteniamo:

$$K\Omega \equiv K(K^{-1}K') \equiv KK^{-1}K' \equiv K',$$

la quale relazione prova che *le correlazioni ottenute in base al teorema precedente sono tutte le correlazioni che noi andiamo cercando.*

11. Risulta subito da una tale proprietà che, essendo già nota una $\mathfrak{P}$ di tali correlazioni, vale a dire la polarità nulla in cui ad ogni punto della curva è coniugato il piano osculatore corrispondente (Cremona l. c.), noi ne abbiamo di esse due serie diverse: le une risultanti dalla composizione di $\mathfrak{P}$ colle omografie (I), le altre risultanti dalla composizione di $\mathfrak{P}$ colle omografie (II). Diremo le prime *correlazioni* (I), le seconde *correlazioni* (II). Queste due serie di correlazioni sono fra loro contraddistinte dai caratteri seguenti:

1.° *La polarità nulla* $\mathfrak{P}$ *è una correlazione della serie* (I). Infatti dalle formule (5) e (6) si rileva che l'omografia identica deve considerarsi solamente come una omografia della serie (I).

2° *Le correlazioni della serie* (*II*) *sono tutte polarità: fra le correlazioni della* (*I*) *una sola ve ne è polare*, *oltre la* $\mathfrak{P}$, *ed essa è pure polare nulla.*

In vero, risulta dal ragionamento fatto nel n.° 2 che un'omografia qualunque delle serie (I), (II) muta in sè stessa la polarità $\mathfrak{P}$. Dunque, in base al teorema generale, dimostrato nel n° 9, facendo i prodotti di $\mathfrak{P}$ per le involuzioni della serie (II), e per l'unica involuzione J della serie (I), questi prodotti saranno involutorii, vale a dire saranno delle polarità. Nè alcun'altra

correlazione risultante dalla composizione di $\mathfrak{P}$ con un'altra Ω delle omografie (I) può esser polare, perchè ciò equivarrebbe a supporre l'equivalenza $\mathfrak{P}\Omega \equiv \Omega^{-1}\mathfrak{P}$ (*); dalla quale, giusta la permutabilità notata fra $\mathfrak{P}$ ed Ω, si ricaverebbe $\mathfrak{P}\Omega \equiv \mathfrak{P}\Omega^{-1}$, e quindi $\Omega \equiv \Omega^{-1}$: cosa assurda se non è $\Omega \equiv J$.

3° *Due correlazioni qualunque di serie omonima hanno per prodotto una omografia della serie* (*I*), *e due correlazioni di serie diversa hanno per prodotto un'involuzione della serie* (*II*).

In vero, indicando con $\mathfrak{P}\Omega_1$, $\mathfrak{P}\Omega_2$ due correlazioni della serie (I) e con $\mathfrak{P}J_1$, $\mathfrak{P}J_2$ due correlazioni della serie (II) (che d'ora in poi cominceremo dal chiamare col nome proprio di *polarità*), ove Ω_1, Ω_2 sono omografie della prima serie, e J_1, J_2 due involuzioni della seconda, noi abbiamo successivamente (per essere $\mathfrak{P}\Omega_1 \equiv \Omega_1\mathfrak{P}$, $\mathfrak{P}\Omega_2 \equiv \Omega_2\mathfrak{P}$, $\mathfrak{P}J_1 \equiv J_1\mathfrak{P}$, $\mathfrak{P}J_2 \equiv J_2\mathfrak{P}$):

$$\left.\begin{array}{ll} a) & (\mathfrak{P}\Omega_1)(\mathfrak{P}\Omega_2) \equiv (\Omega_1\mathfrak{P})(\mathfrak{P}\Omega_2) \equiv \Omega_1\mathfrak{P}^2\Omega_2 \equiv \Omega_1\Omega_2 \\ b) & (\mathfrak{P}J_1)(\mathfrak{P}J_2) \equiv (J_1\mathfrak{P})(\mathfrak{P}J_2) \equiv J_1\mathfrak{P}^2J_2 \equiv J_1J_2 \end{array}\right\} \equiv (\text{n}^\circ\ 6) \text{ omografia della serie (I)}$$

$$\left.\begin{array}{ll} c) & (\mathfrak{P}\Omega_1)(\mathfrak{P}J_1) \equiv (\Omega_1\mathfrak{P})(\mathfrak{P}J_1) \equiv \Omega_1\mathfrak{P}^2J_1 \equiv \Omega_1J_1 \\ d) & (\mathfrak{P}J_1)(\mathfrak{P}\Omega_1) \equiv (J_1\mathfrak{P})(\mathfrak{P}\Omega_1) \equiv J_1\mathfrak{P}^2\Omega_1 \equiv J_1\Omega_1 \end{array}\right\} \equiv (\text{n}^\circ\ 6) \text{ involuzione della serie (II)}$$

4.° *Una correlazione ed un'omografia di serie omonima hanno per prodotto una correlazione della serie* (I); *una correlazione ed una omografia di serie eteronime hanno per prodotto una polarità della serie* (II). Di fatti, ritenute le notazioni ed osservazioni fatte nel caso precedente, noi abbiamo:

$$\left.\begin{array}{ll} e) & (\mathfrak{P}\Omega_1)\Omega_2 \equiv \mathfrak{P}\Omega_1\Omega_2 \equiv \mathfrak{P}(\Omega_1\Omega_2) \\ f) & (\mathfrak{P}J_1)J_2 \equiv \mathfrak{P}J_1J_2 \equiv \mathfrak{P}(J_1J_2) \\ g) & \Omega_2(\mathfrak{P}\Omega_1) \equiv \Omega_2\mathfrak{P}_2\Omega_1 \equiv \mathfrak{P}\Omega_2\Omega_1 \equiv \mathfrak{P}(\Omega_2\Omega_1) \\ h) & J_2(\mathfrak{P}J_1) \equiv J_2\mathfrak{P}J_1 \equiv \mathfrak{P}J_2J_1 \equiv \mathfrak{P}(J_2J_1) \end{array}\right\} \equiv (\text{n}^\text{i}\ 6 \text{ e } 11) \text{ polarità della serie (I)}$$

$$\left.\begin{array}{l} (\mathfrak{P}\Omega_1)J_1 \equiv \mathfrak{P}\Omega_1J_1 \equiv \mathfrak{P}(\Omega_1J_1) \\ (\mathfrak{P}J_1)\Omega_1 \equiv \mathfrak{P}J_1\Omega_2 \equiv \mathfrak{P}(J_1\Omega_1) \\ J_1(\mathfrak{P}\Omega_1) \equiv J_1\mathfrak{P}\Omega_1 \equiv \mathfrak{P}J_1\Omega_1 \equiv \mathfrak{P}(J_1\Omega_1) \\ \Omega_1(\mathfrak{P}J_1) \equiv \Omega_1\mathfrak{P}J_1 \equiv \mathfrak{P}\Omega_1J_1 \equiv \mathfrak{P}(\Omega_1J_1) \end{array}\right\} \equiv (\text{n}^\text{i}\ 6 \text{ e } 11) \text{ polarità della serie (II)}$$

(*) Di vero per essere $\mathfrak{P} \equiv \mathfrak{P}^{-1}$ è pure $\Omega^{-1}\mathfrak{P}^{-1} \equiv \Omega_1^{-1}\mathfrak{P}$, e perciò $\Omega_1^{-1}\mathfrak{P}$ è la corrispondenza inversa di $\mathfrak{P}\Omega_1$.

5.° *Ogni correlazione della serie* (I) *corrisponde a se stessa rispetto ad ogni omografia della serie omonima.*

Di vero, essendo (n.° 9 in fine) $\Omega_1 \Omega_2 \equiv \Omega_2 \Omega_1$, sarà per le *e*), *g*) $(\mathfrak{P}\Omega_1)\Omega_2 \equiv \Omega_2(\mathfrak{P}\Omega_1)$, e questa relazione esprime precisamente la permutabilità fra la correlazione $\mathfrak{P}\Omega_1$ e l'omografia Ω_2.

6.° *Ogni polarità della serie* (II) *corrisponde a se stessa rispetto a due sole involuzioni della serie omonima.*

Di vero se $\mathfrak{P}J_1$ è una polarità qualunque della serie (II) essa corrisponderà a se stessa rispetto alla involuzione J_1. Inoltre poichè vi è nella serie (II) una sola involuzione J_2 (n.° 7) per cui $J_1 J_2 \equiv J_2 J_1$, sarà guardando le *f*) ed *h*) per questa sola altra involuzione $(\mathfrak{P}J_1) J_2 \equiv J_2(\mathfrak{P}J_1)$.

7.° *Di due correlazioni qualunque della serie* (I), *l'una è la figura reciproca di se stessa rispetto all'altra.*

In fatti, sieno $\mathfrak{P}\Omega_1$, $\mathfrak{P}\Omega_2$ le due correlazioni qualunque della serie (I). Trasformando $\mathfrak{P}\Omega_1$, mediante $\mathfrak{P}\Omega_2$, si ha la correlazione

$$K \equiv (\mathfrak{P}\Omega_2)^{-1}(\mathfrak{P}\Omega_1)(\mathfrak{P}\Omega_2);$$

e questa, in virtù della *a*) può scriversi

$$K \equiv (\mathfrak{P}\Omega_2)^{-1}\Omega_1\Omega_2$$

d'onde

$$K \equiv \Omega_2^{-1}\mathfrak{P}\Omega_1\Omega_2 \equiv \mathfrak{P}\Omega_2^{-1}\Omega_1\Omega_2 .$$

Ma $\Omega_2^{-1}\Omega_1\Omega_2 \equiv \Omega_1$ perchè (n.° 9 in fine) Ω_2 è permutabile con Ω_1, dunque è

$$K \equiv \mathfrak{P}\Omega_1$$

come era da dimostrare.

8.° *Ogni polarità della serie* (II) *è la figura polare reciproca di se stessa rispetto ad un'altra determinata polarità della stessa serie* (*).

Di vero, siano $\mathfrak{P}J_1$, $\mathfrak{P}J_2$ due polarità della serie (II); trasformando $\mathfrak{P}J_1$, mediante $\mathfrak{P}J_2$, abbiamo la polarità

$$K \equiv (\mathfrak{P}J_2)(\mathfrak{P}J_1)(\mathfrak{P}J_2);$$

(*) Le quadriche fondamentali di due polarità della serie (II) di cui l'una è la figura reciproca di se stessa rispetto all'altra, si secano secondo i lati di un quadrilatero storto. Di vero il prodotto di queste due polarità essendo una involuzione della serie (II) non può essere un'omologia, e perciò le due quadriche non possono toccarsi lungo una medesima conica.

ovvero per la b)

$$K \equiv (\mathfrak{P} J_2) J_1 J_2 \equiv \mathfrak{P} J_2 J_1 J_2 .$$

Ma $J_2\ J_1\ J_2$ coincide con J_1 solo quando è $J_1 J_2 \equiv J_2 J_1$, dunque solo in tal caso (e ciò accade una volta sola, n.° 7) si avrà $K \equiv \mathfrak{P} J_1$.

V.

Formule per le correlazioni delle due serie. Altre conseguenze.

12. Dalle formole che stabiliscono la polarità $\mathfrak{P}$, e da quelle delle omografie (I), (II) noi possiamo subito, in base al teorema dimostrato nel n.° 10, ricavare le formule per le correlazioni delle due serie. Le formule relative a $\mathfrak{P}$ sono (CREMONA l. c)

$$u_1 : u_2 : u_3 : u_4 = - x_4 : 2\, x_3 : - 2\, x_2 : x_1$$

dove $u_1, \ldots, u_4$ sono le coordinate del piano polare del punto $x_1, \ldots, x_4$; dunque, componendo queste formule con le (5) noi abbiamo:

$$u_1 : u_2 : u_3 : u_4 = - c^4 x_4 : - 2\, b\, c^3 x_3 : 2\, b^3 c\, x_2 : b^4 x_1 \qquad \ldots (5')$$

e componendole invece con le (6) abbiamo:

$$u_1 : u_2 : u_3 : u_4 = - d^4 x_1 : - 2\, a\, d^3 x_2 : 2\, a^3 d\, x_3 : a^4 x_4 \qquad \ldots (6')$$

Le (5′) sono le formule per le correlazioni (I), le (6′) sono quelle per le correlazioni (II).

13. Le quadriche luogo di punti che nelle correlazioni (I) cadono sui piani corrispondenti hanno la equazione

$$(b^2 + c^2)\, x_1 x_4 + 2\, b\, c\, x_2 x_3 = 0 \qquad \ldots (9),$$

e quelle inviluppo di tali piani hanno l'altra

$$b\, c\, x_1 x_4 + 2\, (b^2 + c^2)\, x_2 x_3 = 0 \qquad \ldots (10).$$

Se dunque poniamo $k = \dfrac{2\, b\, c}{b^2 + c^2}$, $k' = \dfrac{2\, (b^2 + c^2)}{bc}$, sarà $k k' = 4$, e potremo enunciare il teorema: *Le coppie di quadriche fon-*

damentali delle correlazioni (I) *appartengono tutte al fascio determinato dalle tangenti trisecanti della curva e dalle rette uniseccanti appoggiate a queste tangenti. Esse descrivono in questo fascio una involuzione, le cui quadriche doppie sono quelle che corrispondono ai valori* $k = k' = \pm 2$.

Risulta da quest'ultima proprietà che *fra le* (I) *vi sono due correlazioni* C_α, C_β, *oltre alle loro inverse, tali che le due quadriche fondamentali di ciascuna coincidono, senza che le correlazioni stesse si riducano a polarità.* Dicendo α una delle radici cubiche immaginarie di 1, e β una delle radici cubiche immaginarie di -1, è facile di vedere che le formule corrispondenti a C_α, C_β sono rispettivamente:

$$u_1' : u_2' : u_3' : u_4' = x_4 : -2\alpha x_3 : \quad 2x_2 : -\alpha x_1 \,,$$
$$u_1' : u_2' : u_3' : u_4' = x_4 : -2\beta x_3 : -2x_2 : \beta x_1 \,,$$

e quelle corrispondenti a C_α^{-1}, C_β^{-1}:

$$u_1 : u_2 : u_3 : u_4 = x_4 \quad : -2\alpha^2 x_3 : \quad 2x_2 \quad : -\alpha^2 x_1 \,,$$
$$u_1 : u_2 : u_3 : u_4 = \beta x_4 : -2x_3 \quad : -2\beta x_2 : x_1 \,.$$

Da ciò deduciamo, e dalle formule che stabiliscono le omografie $\Omega_{(3)}^{-1}$, $\Omega_{(6)}^{-1}$ (n.° 4), che si hanno le due relazioni seguenti:

$$C_\alpha \equiv \mathfrak{P}\Omega_{(3)}^{-1} \,, \qquad C_\beta \equiv \mathfrak{P}\Omega_{(6)}^{-1} \,,$$

e quindi le altre

$$C_\alpha^2 \equiv \left(\Omega_{(3)}^{-1}\right)^2 \equiv \Omega_{(3)} \,, \qquad C_\beta^2 \equiv \left(\Omega_{(6)}^{-1}\right)^2 \equiv \Omega_{(3)}^{-1} \,,$$

$$C_\alpha C_\beta \equiv \left(\mathfrak{P}\Omega_{(3)}^{-1}\right)\left(\mathfrak{P}\Omega_{(6)}^{-1}\right) \equiv \mathfrak{P}^2 \Omega_{(3)}^{-1}\Omega_{(6)}^{-1} \equiv \left(\Omega_{(6)}^{-1}\right)^2\left(\Omega_{(6)}^{-1}\right) \equiv \left(\Omega_{(6)}^{-1}\right)^3 \equiv J,$$

$$C_\alpha^3 \equiv \Omega_{(3)} C_\alpha \equiv \Omega_{(3)} \mathfrak{P}\Omega_{(3)}^{-1} \equiv \mathfrak{P}\Omega_{(3)}\Omega_{(3)}^{-1} \equiv \mathfrak{P} \,,$$

$$C_\beta^5 \equiv \Omega_{(3)}^{-1} C_\beta \equiv \Omega_{(3)}^{-1}\mathfrak{P}\Omega_{(6)}^{-1} \equiv \mathfrak{P}\Omega_{(3)}^{-1}\Omega_{(6)}^{-1} \equiv \left(\mathfrak{P}\Omega_{(6)}^{-1}\right)^3 \equiv \mathfrak{P}J \equiv \mathfrak{P}' \text{(n. 11, 2°)},$$

$$C_\alpha^2 C_\beta \equiv \Omega_{(3)}\mathfrak{P}\Omega_{(6)}^{-1} \equiv \mathfrak{P}\Omega_{(3)}\Omega_{(6)}^{-1} \equiv \mathfrak{P}\Omega_{(6)}^2\Omega_{(6)}^{-1} \equiv \mathfrak{P}\Omega_{(6)} \equiv C_\beta^{-1} \,,$$

$$C_\beta^2 C_\alpha \equiv \Omega_{(3)}^{-1}\mathfrak{P}\Omega_{(3)}^{-1} \equiv \mathfrak{P}\Omega_{(3)}^{-1}\Omega_{(6)}^{-1} \equiv \mathfrak{P}\left(\Omega_{(6)}^{-1}\right)^3 \equiv \mathfrak{P}J \equiv \mathfrak{P}' \,,$$

$$C_\alpha^6 \equiv 1 \,, \qquad C_\beta^6 \equiv 1 \quad \text{ecc. ecc.}$$

Possiamo perciò enunciare i risultati seguenti:

1.° *Le due correlazioni* (I), *in ciascuna delle quali le*

quadriche fondamentali si sovrappongono, si ottengono componendo la polarità $\mathfrak{P}$ *colle omografie cicliche* $\Omega^{-1}_{(\,)}$, $\Omega^{-1}_{(6)}$; 2.° *tali correlazioni hanno per quadrato* $\Omega_{(3)}$ *e* $\Omega^{-1}_{(3)}$ *e per prodotto la involuzione* J; 3.° *il cubo dell'una è la polarità* $\mathfrak{P}$, *quello dell'altro la polarità* $\mathfrak{P}'$; 4.° *il quadrato della prima per la seconda dà l'inversa di questa, ed il quadrato della seconda per la prima dà* $\mathfrak{P}'$; 5.° *la loro sesta potenza è l'omografia identica.* Ecc., ecc...

14. È da osservare che indicando con I_c l'unico iperboloide che passa per la curva C. e con I_s l'unico iperboloide inscritto nella sviluppabile S, I_c I_s è una coppia della involuzione di cui è parola nel n.° precedente. I_c ed I_s sono inoltre quadriche corrispondenti in una qualunque delle correlazioni (I), le quali come facilmente deducesi dal corrispondersi di I_c I_s in doppio modo, determinano nel fascio di queste due delle rivoluzioni di quadriche aventi tutte I_c I_s per coppia comune. Tali involuzioni sono perciò *armoniche* (*) a quella di elementi doppi I_c I_s, vale a dire, considerando questa come trasformazione del fascio in se stesso, applicata su le altre le rimane inalterate.

15. Le quadriche fondamentali delle polarità (II) hanno l'equazione

$$d^4x_1^2 + 2ad^3x_2^2 - 2a^3dx_3^2 - a^4x_4^2 = 0 \quad , \qquad \ldots (11),$$

perciò, se si pone $\omega = -\frac{d}{a}$, esse saranno le quadriche polari dei punti $y_1 : y_2 : y_3 : y_4 = \omega^4 : \omega^3 : \omega : 1$ rispetto alla superficie del 3° ordine:

$$S^{(3)} \equiv x_1^3 - 2x_2^3 + 2x_3^3 - x_4^3 = 0 \qquad \ldots (12).$$

Ma tali punti sono quelli della curva C, dunque abbiamo il teorema: *Le quadriche fondamentali delle polarità che mu-*

(*) Due involuzioni binarie sono dette *armoniche* quando, trasformando l'una mediante l'altra, si ottiene di nuovo l'involuzione trasformata. La relazione di armonia per due involuzioni corrisponde all'annullarsi dell'invariante bilineare di queste. — V. Segre, *Sulle coppie di elementi immaginarii nella Geometria proiettiva sintetica* Acc. di Torino, 1886. — *Sur les homographies binaires et leurs faisceaux.* Giorn. di Crelle, vol. 100. Anche il prof. Sannia nella sua opera più volte citata ha ampiamente trattato delle involuzioni armoniche.

tano la curva nella sviluppabile dei suoi piani osculatori sono le quadriche polari dei punti della curva rispetto alla superficie del 3° ordine, definita dall'equazione (12) (*). Ed ancora:

Le quadriche fondamentali delle polarità che mutano la curva nella sviluppabile dei piani osculatori sono le quadriche polari dei piani tangenti di questa rispetto alla superficie di 3ª classe

$$\Sigma^{(3)} \equiv 4u_1^3 + u_2^3 + u_3^3 + 4u_4^3 = 0 \quad (**) \qquad \ldots (13).$$

Questa seconda proprietà, sospettata in grazia della perfetta reciprocità fra C ed S, è stata rinvenuta cercando l'equazione in coordinate di piani delle quadriche (11), e poi confrontando questa con le equazioni $u_1 : u_2 : u_3 : u_4 = -1 : 2\omega : -2\omega^3 : \omega^4$ della sviluppabile S.

È bene di notare che le superficie $S^{(3)}$ e $\Sigma^{(3)}$ sono l'una la figura polare reciproca dell'altra rispetto alla superficie quadrica

$$x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_3^2 - x_4^2 = 0 .$$

16. Se cerchiamo della superficie $S^{(3)}$ i punti comuni colla curva C, i parametri di questi punti sanno le radici della equazione del 12° grado:

$$(\omega^3 - 1)^3 (\omega^3 + 1) = 0 ,$$

e perciò ve ne saranno

tre coincidenti nel punto di parametro 1

» » » α = rad. cub. imag. di 1

» » » α^2

Gli altri tre saranno invece distinti e si otterranno dalle radici dell'equazione $\omega^3 + 1 = 0$.

(*) È bene di notare che tali quadriche sono quadriche polari dei punti della curva non solo rispetto alla $S^{(3)}$, ma anche rispetto a ciascuna di quelle dei due sistemi ∞^1, che si ottengono dal trasformare $S^{(3)}$ mediante le omografie della serie (I), (II).

(**) A questo teorema va fatta un'osservazione analoga a quella fatta sul teorema precedente; vale a dire esistono due sistemi ∞^1 di superficie di 3ª classe, rispetto a ciascuna delle quali ha luogo la proprietà espressa dal teorema. Tali superficie sono quelle che si ottengono dal trasformare la $\Sigma^{(3)}$ colle omografie delle serie (I), (II).

Dunque *la superficie* $S^{(3)}$ *oscula la curva nei tre punti situati sulla trisecante di essa che passa pel punto unità e la seca ulteriormente nei punti coniugati di questi nella involuzione* J.

La involuzione J e la omografia $\Omega_{(3)}$ mutano entrambe in se stessa la figura dei sei punti di cui è parola nel precedente teorema; questa figura sarà perciò mutata in se stessa anche dal prodotto $J\Omega_{(3)} \equiv \Omega_{(6)}$, e le omografie $J, \Omega_{(3)}, \Omega_{(6)}$ saranno le sole che possederanno tale proprietà fra quelle delle serie (I), (II): Fra tali omografie poi, $\Omega_{(3)}$ è la sola che abbia la proprietà di mutare $S_{(3)}$ in se stessa, poichè J ed $\Omega_{(6)}$ la mutano entrambe nella superficie $x_1^3 + 2x_2^3 - 2x_3^3 - x_4^3 = 0$.

17. Facciamo anche per le quadriche (11) la ricerca dei punti che ognuna di esse ha in comune colla curva. I parametri di tali punti saranno dati dalle radici della equazione:

$$d^4\omega^8 + a\,d^3\omega^6 - 2\,a^3 d\,\omega^2 - a^2 = 0 \ ,$$

ovvero

$$(d\,\omega^2 + a)^3(d\,\omega^2 - a) = 0 \ ,$$

perciò se ne hanno:

uno di parametro $+\frac{a}{d}$, tre di parametri $+i\frac{a}{d}$

» » $-\frac{a}{d}$, » » $-i\frac{a}{d}$, vale a dire

che la quadrica oscula la curva nei punti $+i\frac{a}{d}$, $-i\frac{a}{d}$ e la sega ulteriormente nei punti $+\frac{a}{d}$, $-\frac{a}{d}$; ma tanto i primi due quanto i secondi due sono coniugati nella involuzione J, e tutti e quattro formano un ciclo di $\Omega_{(4)}$, dunque noi possiamo concludere che *ogni quadrica rispetto a cui la curva* C *e la sviluppabile* S *si corrispondono, oscula la curva in due punti coniugati della involuzione* J, *e la sega ulteriormente in due altri punti coniugati della medesima, i quali insieme ai primi formano un ciclo dell'omografia ciclica* $\Omega_{(4)}$.

Viceversa, *assegnando sulla curva una coppia qualunque di punti coniugati nella involuzione* J, *vi sono sempre due quadriche della serie* (II) *che osculano la curva in entrambi quei punti.* — Di vero, sia λ il parametro di un punto qua-

lunque della curva: sarà $-\lambda$ quello del suo coniugato in J. Se noi prendiamo per $\frac{a}{d}$ il valore $-i\lambda$, e lo sostituiamo nella equazione (11) otterremo una quadrica della serie (II) che oscula la curva in λ, e quindi anche in $-\lambda$; se prendiamo invece per $\frac{a}{d}$ il valore $i\lambda$ ne avremo un'altra: e ciò prova quanto volevamo.

18. Dicendo *quadriche di una coppia* le due quadriche che osculano la curva nei medesimi due punti, e *quadriche della coppia congiunta* quelle che la osculano nei punti corrispondenti a quelli nell'omografia $\Omega_{(4)}$, avremo per le quadriche di una coppia le equazioni:

$$x_1^2 - 2i\lambda x_2^2 + 2i\lambda^3 x_3^2 - \lambda^4 x_4^2 = 0 ,$$

$$x_1^2 + 2i\lambda x_2^2 + 2i\lambda^3 x_3^2 - \lambda^4 x_4^2 = 0 ,$$

e per quelle della coppia congiunta le altre:

$$x_1^2 - 2\lambda x_2^2 + 2\lambda^3 x_3^2 - \lambda^4 x_4^2 = 0 ,$$

$$x_1^2 + 2\lambda x_2^2 + 2\lambda^3 x_3^2 - \lambda^4 x_4^2 = 0 ,$$

Sicchè:

1. *Due quadriche di una coppia, o una quadrica di una coppia ed una della coppia congiunta, si secano secondo i lati di un quadrilatero storto le cui diagonali sono le rette* f, f'.

2. *I punti in cui le quadriche di una coppia osculano la curva sono i punti coniugati dei loro poli nell'omografia involutoria*

$$x_1' : x_2' : x_3' : x_4' :: x_4 : x_3 : x_2 : x_1 .$$

3. *Se le quadriche polari dei punti* M, M' *osculano la curva in* P, P', *viceversa le quadriche polari di* P, P' *la osculano in* M, M', ecc., ecc.

Sulla legge ottica di Malus detta del coseno quadrato;

Nota del Socio GIUSEPPE BASSO

I.

La presente Nota serve di complemento ad un mio precedente lavoro (*) *Sulla legge di ripartizione dell'intensità luminosa fra i raggi birifratti da lamine cristalline.* In esso dimostrai per via puramente razionale un fatto che dietro certe esperienze si era già prima presentito, cioè che non è rigorosamente vera la legge di Malus, la quale stabilisce che un raggio luminoso incidente sopra la faccia di un cristallo birifrangente uniasse e polarizzato in un piano facente l'angolo θ colla sezione principale del cristallo dà luogo a due raggi birifratti, ordinario e straordinario, le cui intensità stanno fra loro nel rapporto di $\cos^2\theta$ a $\mathrm{sen}^2\theta$.

Applicando le formole da me allora trovate al caso particolare di un raggio incidente, d'intensità *uno*, normale alla faccia di sfaldatura di un cristallo di calcite, le intensità dei due raggi, ordinario e straordinario nell'interno del cristallo risultano espresse rispettivamente da $0{,}9392\cos^2\theta$ e da $0{,}9492\,\mathrm{sen}^2\theta$.

Il disaccordo che, quantunque lieve, esiste fra i risultati della teoria e la legge empirica di Malus, la quale per lungo tempo si ritenne come esattissima, apparisce meritevole di attenzione quando si osservi che parecchi procedimenti fotometrici, e precisamente quelli suscettibili di maggiore sensibilità, si fondano appunto sull'applicazione della legge in discorso. Gli strumenti destinati al confronto d'intensità luminose di varie sorgenti, come il fotometro di Arago (**), quelli di Bernard (***), di Beer (****),

---

(*) *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, vol. XXI; Adunanza del 18 aprile 1886.

(**) *Œuvres complètes, Mémoires scientifiques*, t. I.

(***) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXXV.

(****) POGGENDORF'S *Ann.*, Bd. XXXVI.

di Zöllner (*) e di Glan (**) hanno per organo essenziale un prisma od un sistema di prismi birifrangenti. È ora da osservare che in quasi tutti gli apparecchi ora accennati ed in altri congeneri il prisma, che è ordinariamente di calcite, trovasi così disposto che la luce che deve attraversarlo vi giunge in direzione non normale, ma obliqua alla faccia di entrata. Quando, per esempio, si fa uso di un prisma di Nicol, questo si trova incastrato nel tubo che gli serve di guaina in modo che l'asse del tubo, con cui coincide la direzione del fascio luminoso sul quale si sperimenta, trovasi parallelo agli spigoli laterali del prisma stesso: perciò la faccia d'incidenza del prisma, la quale è faccia di sfaldatura o press'a poco, trovasi inclinata rispetto alla direzione della luce incidente.

Questa circostanza deve modificare il modo di ripartizione dell'intensità luminosa fra i due raggi che si birifrangono entrando nel cristallo. E siccome finora io mi era limitato a considerare il caso della incidenza normale, qui mi propongo di applicare gli stessi principii teorici che già mi servirono di guida prima d'ora per trattare la stessa questione nell'ipotesi di incidenze oblique.

II.

Debbo ricordare al lettore che le mie precedenti ricerche mi hanno già condotto ai risultati seguenti:

Un raggio luminoso polarizzato rettilineamente cada coll'angolo d'incidenza i sopra una faccia naturale od artificiale di un cristallo birifrangente uniasse e sia θ l'angolo che il suo piano di polarizzazione fa colla sezione principale, la quale intendo che coincida col piano d'incidenza. Questo raggio genera un raggio riflesso verso l'esterno, un raggio rifratto ordinario coll'angolo r di rifrazione ordinaria ed un raggio rifratto straordinario coll'angolo ρ di rifrazione straordinaria. Siano inoltre: λ l'angolo che l'onda elementare straordinaria fa colla faccia rifrangente del cristallo, ω l'angolo che il raggio rifratto straordinario fa colla normale al suo elemento d'onda, ψ l'angolo che il piano di polarizzazione della luce riflessa fa col piano d'incidenza e V, u_1,

(*) Poggendorf's *Ann.*, Bd. C und CVIII
(**) Wiedemann's *Ann.*, Bd. I.

u_2 rispettivamente le quantità che prima d'ora designai col nome di *flussi* dei raggi riflesso, rifratto ordinario e rifratto straordinario, le quali quantità corrispondono alle *velocità vibratorie* od amplitudini di vibrazione eterea nella teoria meccanica della luce.

Il principio della conservazione dell'energia luminosa conduce all'equazione:

$$1 - V^2 = \frac{\operatorname{sen} i \cos r}{\operatorname{sen} r \cos i} u_1^2 + \frac{\operatorname{sen} i \cos \lambda}{\cos i \operatorname{sen} \lambda \cos \omega} u_2^2 \quad \ldots (1).$$

Ed il principio detto di continuità si traduce nelle tre equazioni:

$$\left.\begin{aligned} \cos i \operatorname{sen} \theta + V \cos i \operatorname{sen} \psi &= u_2 \cos \rho \\ \cos \theta + V \cos \psi &= -u_1 \\ \cos \theta - V \cos \psi &= -u_1 \frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} r} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (2).$$

Infine, se si assume come unità l'intensità del raggio incidente, l'intensità del raggio riflesso altro non è che V^2 e le intensità I_0, I_s dei due raggi rifratti, ordinario e straordinario, sono date dalle espressioni:

$$I_0 = \frac{\operatorname{sen} i \cos r}{\operatorname{sen} r \cos i} u_1^2 \quad \ldots (3),$$

$$I_s = \frac{\operatorname{sen} i \cos \lambda}{\cos i \operatorname{sen} \lambda \cos \omega} u_2^2 \quad \ldots (4).$$

Proponendomi ora la determinazione delle sole intensità I_0 e I_s basterà fra le quattro equazioni (1) e (2) eliminare V e ψ e ricavare i valori di u_1 e u_2. Gli angoli r, ρ, λ, ω si possono in ogni caso, applicando le note leggi della doppia rifrazione, esprimere per mezzo di i e delle costanti ottiche proprie del cristallo.

Ponendo per brevità:

$$m = \frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} r}, \qquad n = \frac{\operatorname{sen} i \cos \lambda}{\cos i \operatorname{sen} \lambda \cos \omega},$$

si ricava dalle ultime due equazioni della terna (2):

$$u_1 = -\frac{2 \cos \theta}{m+1},$$

$$V \cos \psi = -\cos \theta \frac{m-1}{m+1}.$$

Quindi rimane, per eliminare V e ψ e per ricavare u_2, il sistema seguente:

$$\left.\begin{aligned} 1-V^2 &= 4m\frac{\cos^2\theta}{(m+1)^2}+n u_2^2 \\ \cos i \operatorname{sen}\theta + V\cos i \operatorname{sen}\psi &= u_2\cos\rho \\ V\cos\psi &= -\cos\theta\frac{m-1}{m+1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (5).$$

L'eliminazione di V e di ψ conduce subito alla seguente equazione di 2° grado in u_2:

$$\cos^2 i\left[1-4m\frac{\cos^2\theta}{(m+1)^2}-n u_2^2\right]-\left(\cos i\cos\theta\frac{m-1}{m+1}\right)^2-$$
$$-(u_2\cos\rho-\cos i \operatorname{sen}\theta)^2=0.$$

Ma il termine indipendente da u_2, cioè il trinomio:

$$\cos^2 i\left[1-4m\frac{\cos^2\theta}{(m+1)^2}\right]-\left(\cos i\cos\theta\frac{m-1}{m+1}\right)^2-\cos^2 i \operatorname{sen}^2\theta$$

è identicamente nullo: perciò si cade semplicemente sopra una equazione lineare da cui ricavasi:

$$u_2=\frac{2\cos i\cos\rho}{n\cos^2 i+\cos^2\rho}\operatorname{sen}\theta.$$

Nelle espressioni (3) e (4) delle intensità I_p e I_s pongansi i valori ora trovati di u_1 e di u_2 tenendo conto delle significazioni di m e di n e si osservi pure che si ha:

$$\omega=\rho-\lambda;$$

mediante semplici calcoli materiali si otterrà:

$$I_p=\frac{\operatorname{sen}2i\operatorname{sen}2r}{\operatorname{sen}^2(i+r)}\cos^2\theta \quad \ldots (6),$$

$$I_s=\frac{\operatorname{sen}2i\operatorname{sen}2\lambda\cos^2\rho\cos(\rho-\lambda)}{\left[\operatorname{sen}i\cos i\cos\lambda+\cos^2\rho\operatorname{sen}\lambda\cos(\rho-\lambda)\right]^2}\operatorname{sen}^2\theta \quad \ldots (7).$$

III.

Le quantità che entrano nelle espressioni ora trovate si possono senza difficoltà rappresentare in ogni caso in funzione dell' angolo d' incidenza ricorrendo alla notissima costruzione di Huyghens. Siano rispettivamente $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ gli indici di rifrazione ordinaria e straordinaria del cristallo e sia ε l'angolo acuto che l'asse ottico di questo fa colla faccia rifrangente. S'intenda costruita nel piano d'incidenza l'ellissi che ha per centro il punto d'incidenza e per semiassi a e b, dei quali il primo sia diretto secondo l'asse ottico. Sulla linea d'intersezione della faccia rifrangente col piano d'incidenza e dalla parte in cui il raggio incidente fa con detta linea l'angolo ottuso si prenda un punto il quale disti della quantità $\frac{1}{\operatorname{sen} i}$ dal punto d'incidenza e conducasi dal medesimo, entro il cristallo, la tangente alla ellissi; si sa che la congiungente il punto di contatto col punto d'incidenza rappresenta il raggio rifratto straordinario. Nel caso particolare dell'incidenza normale la detta tangente è parallela alla faccia rifrangente e l' angolo ρ_0 di rifrazione straordinaria è dato dalla formola:

$$\operatorname{tang} \rho_0 = \frac{(b^2 - a^2) \operatorname{tang} \varepsilon}{a^2 \operatorname{tang}^2 \varepsilon + b^2} \quad \ldots (8).$$

Ma per l'incidenza obliqua la formola che dà l'angolo ρ è più complicata e mediante calcoli di geometria analitica di cui credo inutile qui riferire lo sviluppo si ottiene:

$$\operatorname{tang} \rho = \frac{a'^2 \operatorname{sen} i \pm b' \operatorname{sen} \rho_0 \sqrt{1 - a'^2 \operatorname{sen}^2 i}}{b' \cos \rho_0 \sqrt{1 - a'^2 \operatorname{sen}^2 i}} \quad \ldots (9),$$

dove a', b' sono i due semidiametri coniugati della ellissi, dei quali il primo fa l'angolo ε colla direzione del semiasse principale a, cioè giace sulla faccia rifrangente. Inoltre devesi attribuire al secondo termine del numeratore il segno positivo, ovvero il negativo, secondochè si trovano dalla stessa parte o da parti opposte rispetto alla normale alla faccia rifrangente il raggio incidente e l'asse ottico condotto nell'interno del cristallo.

Si trova parimente senza difficoltà:

$$\operatorname{sen}\lambda = \frac{b' \cos\rho_0 \operatorname{sen} i}{\sqrt{1 - a'^2 \operatorname{sen}^2 i}} \quad \ldots (10) .$$

Volendo ora applicare le formole precedenti al caso di cui mi sono proposto la trattazione, considero un prisma di calcite del quale assumo come faccia rifrangente una delle facce naturali, ed intendo che un raggio luminoso cada su questa faccia nella direzione parallela agli spigoli laterali del prisma. È questa appunto la disposizione che si adotta più frequentemente nel prisma di Nicol ordinario; cioè la luce incidente arriva alla faccia d'entrata del prisma secondo la direzione dell'asse del tubo nel quale il prisma è incastrato e per ciò è parallela agli spigoli laterali del prisma stesso.

Se la faccia d'entrata, come più spesso avviene, è faccia di sfaldatura, essa fa cogli spigoli laterali del prisma l'angolo di 70° 52′ (*). Questo angolo essendo complemento dell'angolo di incidenza, si dovrà porre:

$$i = 19^\circ\, 8' .$$

Inoltre, per la calcite si possono ritenere i valori medii:

$$a = 0,6045 ,$$

$$b = 0,6742 .$$

Per la luce rifratta ordinaria, dalla legge cartesiana:

$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{1}{a} ,$$

si ha:

$$r = 11^\circ\, 25' ,$$

e perciò, servendoci della formola (6), si ottiene per l'intensità della luce rifratta ordinaria:

$$I_0 = 0,93021 \,.\, \cos^2\theta .$$

(*) Talvolta si adopera un prisma di Nicol alquanto modificato; cioè le facce d'entrata e d'uscita si lavorano in modo che facciano cogli spigoli laterali l'angolo di circa 68°. In tal caso esse non sono più facce naturali e ciò si fa per rendere le medesime perpendicolari alla superficie interna di taglio sulla quale ha luogo la riflessione totale del raggio rifratto ordinario.

Passando alla luce straordinaria, siccome nel caso attuale si ha:

$$\varepsilon = 45^\circ\ 23'\ 20''\ ,$$

la formola (8) dà:

$$\rho_0 = 6^\circ\ 12'\ .$$

La nota relazione:

$$a'^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon + b^2 \cos^2 \varepsilon}$$

dà per il valore del semidiametro dell'ellissi di Huyghens che giace sulla faccia d'incidenza:

$$a' = 0,6370\ .$$

È facile il vedere che l'angolo acuto compreso fra le direzioni dei semidiametri a' e b' è complemento di ρ_0; perciò si ha:

$$a'\, b' \cos \rho_0 = a\, b$$

donde si ottiene:

$$b' = 0,6436\ .$$

Facendo ora uso della formola (9) si osservi che il secondo termine del numeratore deve essere preso qui col segno positivo; da essa si deduce:

$$\rho = 17^\circ\ 48'\ .$$

Il valore di λ viene ora subito fornito dalla (10), da cui si ha:

$$\lambda = 12^\circ\ 23'$$

e per conseguenza:

$$\rho - \lambda = 5^\circ\ 25'\ .$$

Si ricorre per ultimo alla (7) per avere l'intensità del raggio straordinario e se ne ricava:

$$I_s = 0,95178\ .\ \operatorname{sen}^2 \theta\ .$$

In conclusione si scorge che, anche nel caso dell'incidenza obliqua, avviene ciò che altra volta trovai per l'incidenza normale, cioè che la legge di Malus non è verificata esattamente dalla teoria, poichè il rapporto $\frac{I_0}{I_s}$ non è uguale a $\frac{\cos^2 \theta}{\operatorname{sen}^2 \theta}$.

Per conseguenza i due raggi rifratti non hanno intensità eguale quando l'angolo del piano di polarizzazione della luce incidente colla sezione principale del cristallo è di 45°; invece l'eguaglianza d'intensità ha luogo quando l'angolo θ assume un valore speciale θ_1, tale che si abbia:

$$\text{tang}\ \theta_1 = \frac{0,93021}{0,95178}\ ; \qquad \text{quindi}: \quad \theta_1 = 44°\ 40'\ .$$

Se la luce, d'intensità *uno*, che arriva al cristallo è naturale, i due raggi rifratti che da essa nascono non hanno rigorosamente la stessa intensità, poichè quella del raggio ordinario vale 0,4651 e quella dello straordinario 0,4758. L'eccesso dell'unità sulla somma di questi due numeri è 0,0591 e rappresenta perciò l'intensità del raggio che trovasi riflesso alla faccia rifrangente.

Il Direttore della Classe
ALFONSO COSSA.

ERRATA - CORRIGE

Alla Memoria di Giulio EMERY.

Pag. 118	»	25	si tolga la virgola dopo *forza*
» 119	»	17	$\int_{x.}^{x_2}$ leggasi $\int_{x_1}^{x_2}$
» 120	»	.3	invece di 1 leggasi (1)
» 122	»	24	si tolga la virgola che precede *un arco*
« 124	»	9	invece di $\upsilon_1 \upsilon_2$ leggasi υ_1, υ_2
» 130	»	3	invece di $= y \frac{h}{2}$ leggasi $y = \frac{h}{2}$
» 132	»	20	invece di *derivata,* leggasi *derivata)*
» id.	»	28	si tolga la virgola dopo la parola *immagina*
» 138	»	23	II. $a = b = - M^2 < 0$. deve passare in testa alla pagina seguente
» id.	»	25	invece di *Heinzerling in* leggasi *Heinzerling (in*
» 139	»	18	invece di *avrà* leggasi *avrebbe*

Alla Memoria di Francesco PORRO.

Pag. 275 » 12 invece di $\varphi = 42^\circ 0' 29'', 734 \pm 0'', 122$
leggasi $\varphi = 42^\circ 0' 23'', 823 \pm 0'', 122$

INDICE

DEL VOLUME XXII

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.